

Devoir Surveillé 4

L'emploi des calculatrices personnelles est autorisé.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

La chimie représentera le quart des points.

Première partie : Propagation d'ondes EM

(adapté de CCP TSI 2007 + CCP TSI 2010 + CCP TSI 2017)

Dans tout le problème, la permittivité électrique de l'air est égale à celle du vide, notée ϵ_0 . De même, la perméabilité magnétique de l'air est égale à celle du vide, notée μ_0 .

I) Préliminaires

On considère un champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ où $\vec{E}$ désigne le champ électrique et $\vec{B}$ le champ magnétique.

1) Ecrire les quatre équations de Maxwell en présence de charges et de courants en précisant bien la signification de tous les termes intervenant dans ces équations.

Que deviennent ces équations dans le vide ?

2) Déterminer les équations de propagation des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans une région sans charges ni courants.

3) Montrer qu'une onde électromagnétique dont les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont donnés par les expressions ci-dessous satisfait aux équations de propagation précédentes à condition que c soit lié à ϵ_0 et μ_0 par une relation que l'on démontrera :

$$\begin{cases} \vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \\ \vec{B}(x, t) = \vec{B}_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \end{cases} \text{ où } \vec{E}_0 \text{ et } \vec{B}_0 \text{ sont des vecteurs constants}$$

Quelle est la signification physique de c ?

4) Soit une onde plane progressive monochromatique, de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k}$ se propageant dans le vide. Son champ électrique $\vec{E}$ et son champ magnétique $\vec{B}$ en un point M de l'espace repéré par le vecteur $\vec{OM} = \vec{r}$ peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \\ \vec{B} = \vec{B}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \end{cases} \text{ où } \vec{E}_0 \text{ et } \vec{B}_0 \text{ sont des vecteurs constants}$$

En utilisant les équations de Maxwell et le formulaire donné en fin d'énoncé, démontrer que :

- le champ électrique $\vec{E}$ est perpendiculaire à la direction de propagation donnée par le vecteur d'onde $\vec{k}$,
- le champ magnétique $\vec{B}$ est perpendiculaire à la direction de propagation donnée par le vecteur d'onde $\vec{k}$,
- le champ électrique $\vec{E}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ sont perpendiculaires entre eux,
- les normes du champ électrique et du champ magnétique sont telles que : $\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$

On pourra éventuellement, pour simplifier les notations lors des calculs, décomposer les vecteurs $\vec{E}_0$, $\vec{B}_0$ et $\vec{k}$ sur les

$$\text{trois axes d'un repère orthonormé (Oxyz) : } \vec{E}_0 \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} \quad \vec{B}_0 \begin{pmatrix} B_{0x} \\ B_{0y} \\ B_{0z} \end{pmatrix} \quad \vec{k} \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix}$$

5) Donner l'expression du vecteur de Poynting $\vec{I}$ associé à une onde électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$.

Quelle est la signification physique de ce vecteur ? Quelle est l'unité du système international qui lui correspond ?

6) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{I}$ relatif à une onde plane progressive monochromatique du type de l'onde décrite précédemment dans la question 1.4. On donnera l'expression de $\vec{I}$ en fonction de c , ϵ_0 , d'un vecteur unitaire que l'on précisera et de E (norme du vecteur champ électrique).

II) Réflexion d'une onde plane progressive monochromatique sur un conducteur parfait

On se place dans l'espace rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Une onde plane progressive monochromatique à polarisation rectiligne de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k}$ se propage dans le vide dans la direction (Ox), dans le sens des x croissants :

$$\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y \text{ avec } E_0 \text{ constant.}$$

En $x = 0$, elle arrive sur la surface plane d'un miroir métallique parfaitement conducteur (on admet que dans un tel conducteur, les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont nuls) et donne naissance à une onde réfléchie se propageant dans la direction (Ox) dans le sens des x décroissants : $\vec{E}_z = \vec{E}_{0r} \cos(\omega t + kx)$.

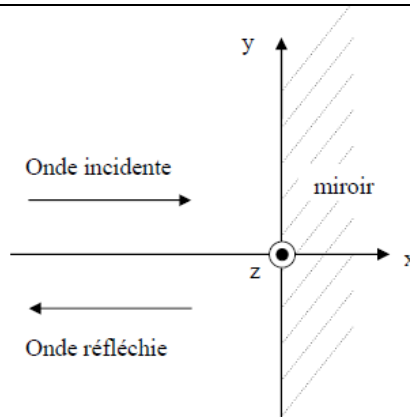


Figure 1. Réflexion d'une onde plane progressive monochromatique sur un conducteur parfait

Les relations de passages du champ électrique et du champ magnétique à l'interface entre deux milieux sont données par : $\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ et $\vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1) = \mu_0 \vec{j}_s(M) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$

où l'on note $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ la normale en un point M de l'interface, orientée du milieu 1 vers le milieu 2, M_1 et M_2 deux points dans chaque demi-espace au voisinage du point M, $\sigma(M)$ la densité surfacique de charge au point M et $\vec{j}_s(M)$ la densité surfacique de courants au point M.

7) Réécrire ces conditions aux limites vérifiées par les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sur le plan d'équation $x = 0$ qui limite l'espace entre le vide et le miroir métallique.

8) Montrer en utilisant les relations données dans la question précédente que le champ électrique réfléchi est lui aussi polarisé suivant l'axe Oy et établir l'expression du vecteur $\vec{E}_{0r}$ en fonction de E_0 et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

9) Déterminer les expressions en fonction du temps du champ magnétique incident $\vec{B}_i$ et du champ magnétique réfléchi $\vec{B}_r$. On exprimera $\vec{B}_i$ et $\vec{B}_r$ en fonction de E_0 , ω , k , t , x , c et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

10) Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ du champ électromagnétique résultant de l'onde incidente et de l'onde réfléchie dans le demi-espace $x < 0$. Caractériser l'onde résultante.

11) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{I}$ de l'onde résultante ainsi que sa valeur moyenne $\langle \vec{I} \rangle$ au cours d'une période $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Commenter.

III) Dans le ventre du four à micro-ondes !

La fréquence des ondes utilisées dans un four à micro-ondes est généralement égale à 2,50 GHz. Dans un modèle approché simplifié, on considérera le four à micro-ondes comme un parallélépipède rectangle d'arêtes parallèles aux axes Ox, Oy et Oz, Oz étant la verticale ascendante et de faces d'équations : $x = 0$ et $x = d$; $y = 0$ et $y = d$; $z = 0$ et $z = d$ (Figure 2).

On mène une étude simplifiée de l'onde présente dans le four à micro-ondes. On admet que l'onde résultante à l'intérieur du four s'écrit sous la forme :

$$\vec{E} = E_0(x) \cos(\omega t - kz) \vec{e}_y$$

où $E_0(x)$ n'est pas une constante mais dépend effectivement de x .

On suppose que le four est vide, c'est-à-dire sans aliment et donc rempli d'air, de caractéristiques assimilables avec une excellente approximation à celles du vide. Ses parois sont épaisses constituées de conducteur parfait.

12) En déduire que le champ électrique total est nul au niveau des parois $x = 0$ et $x = d$. Écrire les conditions aux limites que cela impose pour $E_0(x)$.

13) Montrer que cela entraîne : $E_0(x) = A \sin\left(n\pi \frac{x}{d}\right)$ avec A une constante qu'on ne déterminera pas et n un entier.

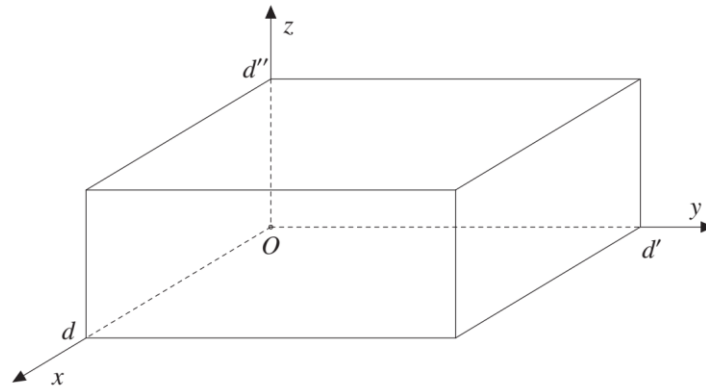


Figure 2. Représentation schématique du four à micro-ondes

IV) Superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques

Une onde plane progressive monochromatique de pulsation ω et de vecteur d'onde se propage dans le vide.

Un point M quelconque de l'espace et tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ est repéré par ses coordonnées (x, y, z) .

$\vec{k}_1$ est donné par $\vec{k}_1 = k(\cos \alpha \vec{e}_x + \sin \alpha \vec{e}_z)$ où k est une constante et $k = \frac{\omega}{c}$.

Le champ électrique de cette onde est polarisé rectilignement dans la direction parallèle à (Oy) :

$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \vec{e}_y.$$

Une deuxième onde plane progressive monochromatique, de même pulsation ω , de même amplitude et de vecteur d'onde $\vec{k}_2 = k(\cos \alpha \vec{e}_x - \sin \alpha \vec{e}_z)$ se superpose à la première :

$$\vec{E}_2 = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \vec{e}_y.$$

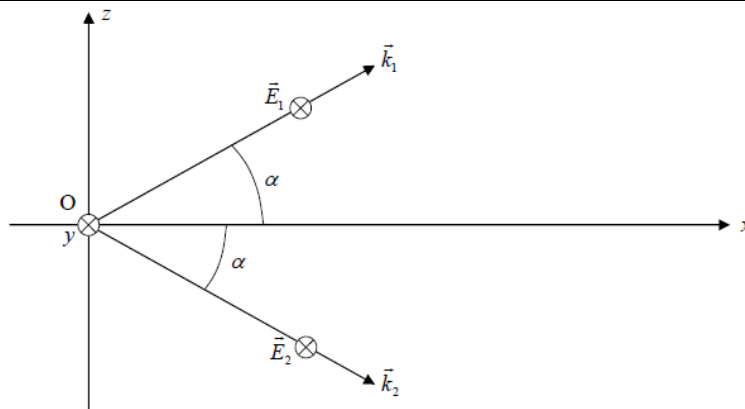


Figure 2. Superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques

14) Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}$ de l'onde globale qui résulte de la superposition des deux ondes précédentes. On exprimera $\vec{E}$ en fonction de $\omega, k, \alpha, E_0, z, t, x$ et d'un vecteur unitaire et on mettra sous la forme du produit d'un terme dépendant du temps et d'un terme indépendant du temps.

15) Quelle est la direction de propagation de cette onde ? Est-elle plane ?

16) Dans cette question, il sera admis sans démonstration que la valeur moyenne $\langle \vec{P} \rangle$ du vecteur de Poynting $\vec{P}$ est proportionnelle au carré de l'amplitude du vecteur champ électrique $\vec{E}$.

On se place sur un écran perpendiculaire à l'axe Ox et d'équation $x = a$ (avec a constante positive).

Indiquer comment est répartie l'énergie sur cet écran ?

Quel phénomène physique cette répartition d'énergie évoque-t-elle ?

Deuxième partie : Interférences et dispositif des trous d'Young

(adapté de e3a PSI 2009 + CCP TSI 2007)

La propagation de l'onde lumineuse s'effectue dans un milieu transparent, diélectrique, linéaire, homogène et isotrope.

La vitesse de la lumière dans le vide est notée $c = 3.10^8 m.s^{-1}$.

Une source lumineuse ponctuelle située en S émet, de manière pulsée, des trains d'ondes lumineuses supposées de même pulsation ω . Dans le modèle scalaire de la lumière, la fonction de l'onde monochromatique est caractérisée en un point M et à l'instant t par le signal lumineux ou vibration lumineuse : $s(M, t) = a \cos(\omega t - \varphi(M, t))$, où a est l'amplitude supposée constante de l'onde et $\varphi(M, t)$ son retard de phase en M et à l'instant t par rapport au point de référence S.

Le modèle des trains d'ondes suppose que la phase à la source φ_S reste constante pendant des intervalles de temps de durée constante τ_c entre lesquels elle change aléatoirement de valeur. L'onde émise durant cet intervalle de temps appelé temps de cohérence est nommée « train d'onde ». Le train d'onde est ainsi limité dans le temps et se propage dans le vide à la célérité c. La phase de l'onde φ_S à la source S prend une nouvelle valeur aléatoire à chaque nouveau train d'onde.

I) Interférences entre deux sources ponctuelles

L'intensité lumineuse $I(M)$ résulte de la superposition en M de deux ondes issues de deux sources ponctuelles S_1 et S_2 de longueurs d'onde dans le vide différentes λ_1 et λ_2 .

Elles sont notées respectivement : $s_1(M, t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M, t))$ et $s_2(M, t) = a_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M, t))$.

17) Montrer que l'intensité lumineuse $I(M)$ peut se mettre sous la forme :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_{2/1}(M))$$

avec I_1 et I_2 intensités de chacune des ondes, ω_1 et ω_2 leurs pulsations respectives et $\phi_{2/1}(M, t) = \varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t)$ le déphasage de l'onde issue de S_2 par rapport à l'onde issue de S_1 . Identifier le terme d'interférences.

18) A quelle condition, relative au terme d'interférence, observe-t-on des interférences lumineuses en M ? Les ondes sont alors dites cohérentes. Que vaut l'intensité lumineuse $I(M)$ pour des ondes incohérentes ? Qualifier cet éclaircissement. Quelle autre condition faut-il respecter pour obtenir des ondes cohérentes ?

19) Déterminer le déphasage $\phi_{2/1}(M, t)$ en fonction de la longueur d'onde dans le vide λ_0 , de la différence de chemin optique notée $\delta(M) = (S_2 M) - (S_1 M)$ et des phases φ_{S1} et φ_{S2} des signaux émis aux points sources S_1 et S_2 .

20) Tracer $I(M)$ en fonction de $\phi_{2/1}(M)$. Exprimer et préciser sur le graphe les éclaircissements maximum I_{MAX} et minimum I_{MIN} en fonction de I_1 et I_2 . Déterminer le contraste C en fonction de I_1 et I_2 . Dans quelle situation le contraste est-il maximal ?

II) Dispositif des trous d'Young

On réalise, dans l'air, l'expérience des trous d'Young à l'aide du dispositif décrit et schématisé ci-dessous.

Un laser, de longueur d'onde dans le vide λ_0 , émet un faisceau lumineux cylindrique d'axe $z'z$.

On suppose par la suite, sauf mention contraire dans la question 5, que le faisceau du laser éclaire entièrement et de manière uniforme les différentes ouvertures qui sont placées sur son passage.

Une plaque opaque (P), percée de deux trous circulaires S_1 et S_2 de même taille et de faibles dimensions, est placée perpendiculairement à l'axe $z'z$.

On note O' le milieu du segment $[S_1 S_2]$. Le point O' appartient à l'axe $z'z$.

La distance entre les centres des deux trous S_1 et S_2 est notée a.

Le phénomène d'interférences est observé sur un écran (E) placé perpendiculairement à l'axe $z'z$.

Soit O le point de l'écran (E) appartenant à l'axe $z'z$.

La distance entre la plaque (P) et l'écran (E) est égale à D. On a ainsi $D = O'O$.

L'espace est rapporté au repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ défini comme suit :

$\vec{e}_z$: vecteur unitaire de l'axe Oz, orienté de la plaque (P) vers l'écran (E).

$\vec{e}_x$: vecteur unitaire de l'axe Ox, parallèle à $[S_1S_2]$ et orienté de S_2 vers S_1 .

$\vec{e}_y$: vecteur unitaire de l'axe Oy tel que la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ soit orthonormée directe.

Dans tout le problème, l'indice de réfraction de l'air sera pris égal à 1.

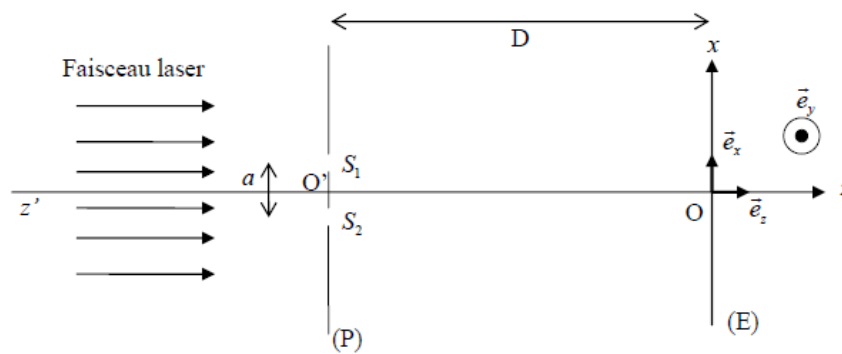


Figure 3. Dispositif des trous d'Young

21) Nous nous plaçons, uniquement pour cette question, dans le cas où le laser dont nous disposons ne permet pas d'éclairer simultanément les deux trous S_1 et S_2 de la plaque (P) : le diamètre du faisceau laser est inférieur à la distance a .

Nous souhaitons réaliser un dispositif permettant d'élargir le faisceau laser. Pour cela nous disposons de deux lentilles : une lentille divergente L_1 et une lentille convergente L_2 de distances focales respectives f'_1 et f'_2 , telles que $|f'_1| < f'_2$.

On dispose les deux lentilles de telle sorte que le foyer image de la lentille divergente L_1 soit confondu avec le foyer objet de la lentille convergente L_2 .

La lentille est placée avant la lentille sur le trajet du faisceau laser.

Soit d_{av} le diamètre du faisceau laser avant son élargissement et d_{ap} le diamètre du faisceau laser après son élargissement.

Faire un schéma du montage ainsi réalisé et mettant en évidence l'élargissement du faisceau incident.

Calculer le rapport $\frac{d_{ap}}{d_{av}}$ en fonction de f'_1 et f'_2 .

22) Quelle est la couleur émise par le laser dans le cas d'un laser He-Ne de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$? Quelles sont les longueurs d'onde et les couleurs respectives qui correspondent aux limites du spectre de la lumière visible ?

23) En se référant uniquement aux lois de l'optique géométrique, quelle devrait être l'allure de la figure observée sur l'écran (E) ? Pour quelle raison l'optique géométrique ne permet-elle pas de prévoir l'existence d'un champ d'interférences dans le cas du dispositif des trous d'Young ? A quel phénomène physique doit-on faire appel pour en comprendre l'existence ?

24) Réaliser un schéma représentant le champ d'interférences.

Les réponses aux questions suivantes seront justifiées. Une démonstration quantitative ne sera toutefois pas exigée.

25) Qu'observe-t-on sur l'écran (E) ? Décrire précisément la figure d'interférences obtenue.

26) Qu'observe-t-on sur l'écran (E) si l'on obture l'un des deux trous ?

27) Comment est modifiée la figure d'interférences si on translate la plaque (P) suivant l'axe Ox ? suivant l'axe Oy ?

28) Comment est modifiée la figure d'interférences si on translate l'écran (E) suivant l'axe $z'z$?

Soit un point M de l'écran (E), de coordonnées $(x, y, 0)$ dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

29) Exprimer les coordonnées des trous S_1 et S_2 dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Exprimer les distances S_1M et S_2M , respectivement entre les trous S_1 et S_2 et le point M. On exprimera S_1M et S_2M en fonction de a , D , x et y .

En déduire l'expression de la différence de chemin optique $\delta(M) = S_2M - S_1M$ au point M entre les rayons issus de S_1 et S_2 . On exprimera $\delta(M)$ en fonction de a , D , x et y . Le calcul sera mené sans aucune approximation.

30) La distance a entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation D , et le point M étant proche du point O, on peut considérer que a , x , y sont très petits devant D .

En faisant un développement limité au premier ordre de l'expression de $\delta(M)$ obtenue précédemment, en déduire l'expression simplifiée de $\delta(M)$ en fonction de a , D et x .

31) En prenant en compte l'expression de $\delta(M)$ calculée à la question précédente, expliquer comment serait modifiée la figure d'interférences si on remplaçait les deux trous par deux fentes très fines appartenant à la plaque (P), parallèles à l'axe Oy et distantes de a ?

32) En prenant $I_0 = I_1 = I_2$, exprimer l'intensité lumineuse I_M au point M en fonction de I , δ et λ_0 puis en fonction de I_0 , a , x , λ_0 et D .

33) Calculer, en détaillant clairement le raisonnement effectué, l'expression de l'interfrange i de la figure d'interférences. Exprimer i en fonction de a , λ_0 et D .

34) Tracer l'allure du graphe de I_M en fonction de x .

35) Quelle est la position de la frange d'ordre 0 ?

III) Modification du dispositif interférentiel

Nous nous plaçons encore pour cette partie dans le cas où la distance a entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation D , et le point M étant proche du point O, on peut considérer que a , x , y sont très petits devant D .

Dans cette partie uniquement, on rajoute devant le trou S_2 une petite lame (L) (verre ou mica) à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n pour la longueur d'onde λ_0 utilisée. Le faisceau laser arrive toujours perpendiculairement à la plaque (P) et traverse la lame (L) sous incidence normale.

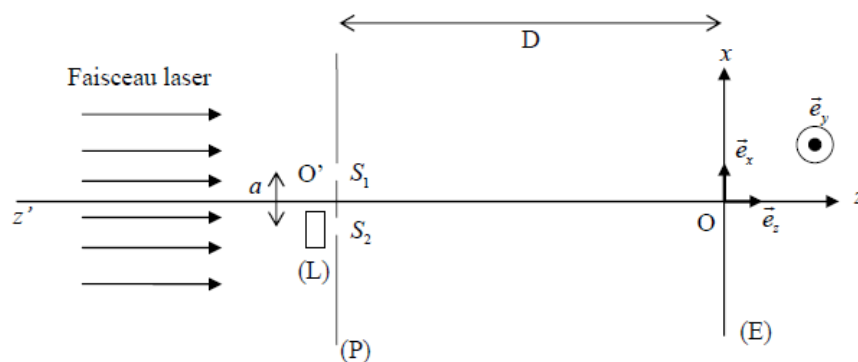


Figure 4. modification du dispositif interférentiel

36) Donner l'expression de la différence de chemin optique $\delta'(M)$ entre deux rayons parcourant chacun la distance e , l'un dans l'air et l'autre dans le verre d'indice n .

37) Calculer la différence de chemin optique $\delta''(M)$ au point M entre les rayons issus de S_1 et S_2 .

Exprimer $\delta''(M)$ en fonction de n , e , a , x et D .

En déduire, en utilisant les résultats de la partie précédente, de quelle distance d la figure d'interférences sera traduite. On exprimera d en fonction de n , e , a et D .

Dans quel sens se déplace la figure d'interférences par rapport au cas de la question précédente ?

Annexe 1. Relations et formules de trigonométrie

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{Z}) &= \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{Z}) - \Delta\vec{Z} \\ \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \\ \sin(a+b) &= \sin a \cos b + \sin b \cos a \\ \sin(a-b) &= \sin a \cos b - \sin b \cos a \\ \cos p + \cos q &= 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \\ \cos p - \cos q &= -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2} \\ \sin p + \sin q &= 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \\ \sin p - \sin q &= 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2} \end{aligned}$$

Troisième partie : Les disques optiques numériques

(adapté TPC 2016)

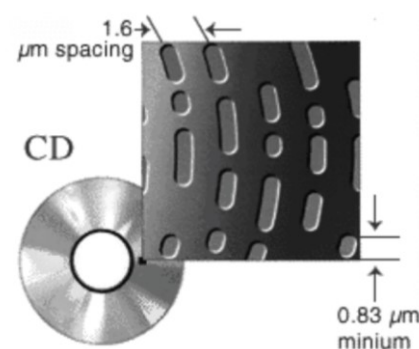
Les disques optiques numériques, communément appelés CD, DVD, HD- DVD, Blu-ray, etc, sont des objets courant se notre quotidien. La compréhension de leur fonctionnement fait appel à de nombreux domaines de la physique et nous allons tenter d'en aborder quelques-uns.

Détails physiques

Les disques compacts sont constitués d'une galette de polycarbonate (indice optique 1,55) de 1,2 mm d'épaisseur recouvert d'une fine couche d'aluminium (au début, c'était d'une couche d'or et c'est encore le cas actuellement sur les disques à longue durée de vie) protégée par un film de laque. Ce film peut aussi être imprimé pour illustrer le disque. Les techniques d'impression sont l'offset et la sérigraphie. Les différentes couches sont déposées par la machine à l'état liquide au centre du disque et réparties sur la surface par la force centrifuge, afin de garantir une répartition uniforme.

Sur un CD standard, les informations sont codées sur une piste en spirale constituée d'alvéoles moulées dans le polycarbonate. Chaque alvéole mesure 500 nm de large et sa longueur varie entre 833 nm et 3,5 μm selon l'information à coder. L'espace entre les pistes est de 1,6 μm . Pour se donner une idée des dimensions, si le disque était mis à l'échelle d'un stade de foot, une alvéole aurait la taille d'un grain de sable. La spirale commence au centre du disque pour se terminer en périphérie, ce qui autorise plusieurs tailles de disques.

Un CD est lu par une diode laser de longueur d'onde 780 nm à travers la couche de polycarbonate. La différence de profondeur entre une alvéole (creux) et la surface plane (bosse) est d'un quart de la longueur d'onde du laser, ce qui permet d'avoir un déphasage d'une demi-longueur d'onde entre une réflexion du laser dans une alvéole et sur la surface plane. L'interférence destructive causée par cette réflexion réduit l'intensité de la lumière réfléchie dans une alvéole comparée à une réflexion sur la surface plane. En mesurant cette intensité avec une photodiode, on est capable de lire les données sur le disque. Les creux et les bosses ne représentent pas les « 0 » et les « 1 » des informations binaires. C'est le passage d'un creux à une bosse ou d'une bosse à un creux qui indique un « 1 ». On appelle cela un « front ». S'il n'y a pas de passage bosse-creux, alors il s'agit d'un « 0 ».



Taille physique et structure logique

- Diamètre maximum : 120 mm
- Diamètre du trou central : 15 mm
- Du centre vers la périphérie, on distingue cinq zones dont trois contiennent de l'information.

- 1) La zone centrale transparente sans information logique (mais un numéro de référence de production). Elle s'étend du rayon 7,5 mm au rayon 23 mm.
- 2) La zone Lead-in contient des informations décrivant le contenu du support (ces informations sont stockées dans la table des matières). Elle s'étend du rayon 23 mm au rayon 25 mm.
- 3) La zone Program contient les données et commence à partir d'un rayon de 25 mm, elle s'étend jusqu'à un rayon de 58 mm et peut contenir l'équivalent de 74 minutes de données. Elle peut contenir un maximum de 99 pistes (ou sessions) d'une longueur minimale de 4 secondes.
- 4) La zone Lead-Out contient des données nulles (du silence pour un CD audio) et marque la fin du CD. Elle commence au rayon 58 mm et mesure 1 mm d'épaisseur (radialement). Elle doit ainsi contenir au minimum 6 750 secteurs, soit 90 secondes de silence à la vitesse minimale (1X).
- 5) La zone extérieure transparente sans information en bord du disque. Elle s'étend du rayon 59 mm au rayon 60 mm.

Vitesse et capacité de stockage

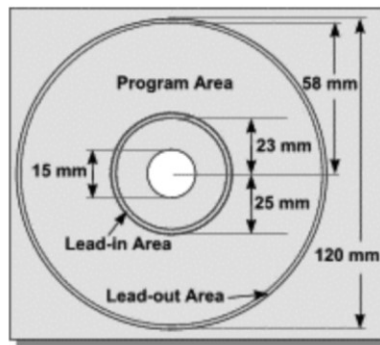
Les spécifications du disque compact recommandent une vitesse linéaire de 1,2 m.s^{-1} et un pas entre les pistes de 1,6 μm . Cela conduit sur un CD-ROM (74 minutes) de 120 mm de diamètre à 747 Mo (783 Mo) de données audio.

Format du signal numérisé

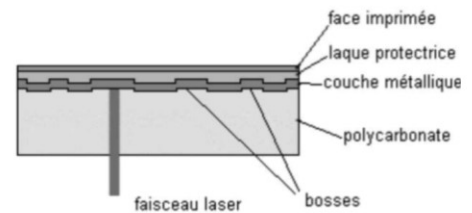
Nombre de canaux	2 canaux (enregistrement sur 4 canaux possibles)
Quantification	16-bit linéaire
Fréquence d'échantillonnage	44,1 kHz
Code correcteur d'erreurs	Cross Interleaved Reed-Solomon Code (CIRC)
Code d'enregistrement	Eight-to-Fourteen Modulation (EFM)



La piste en spirale



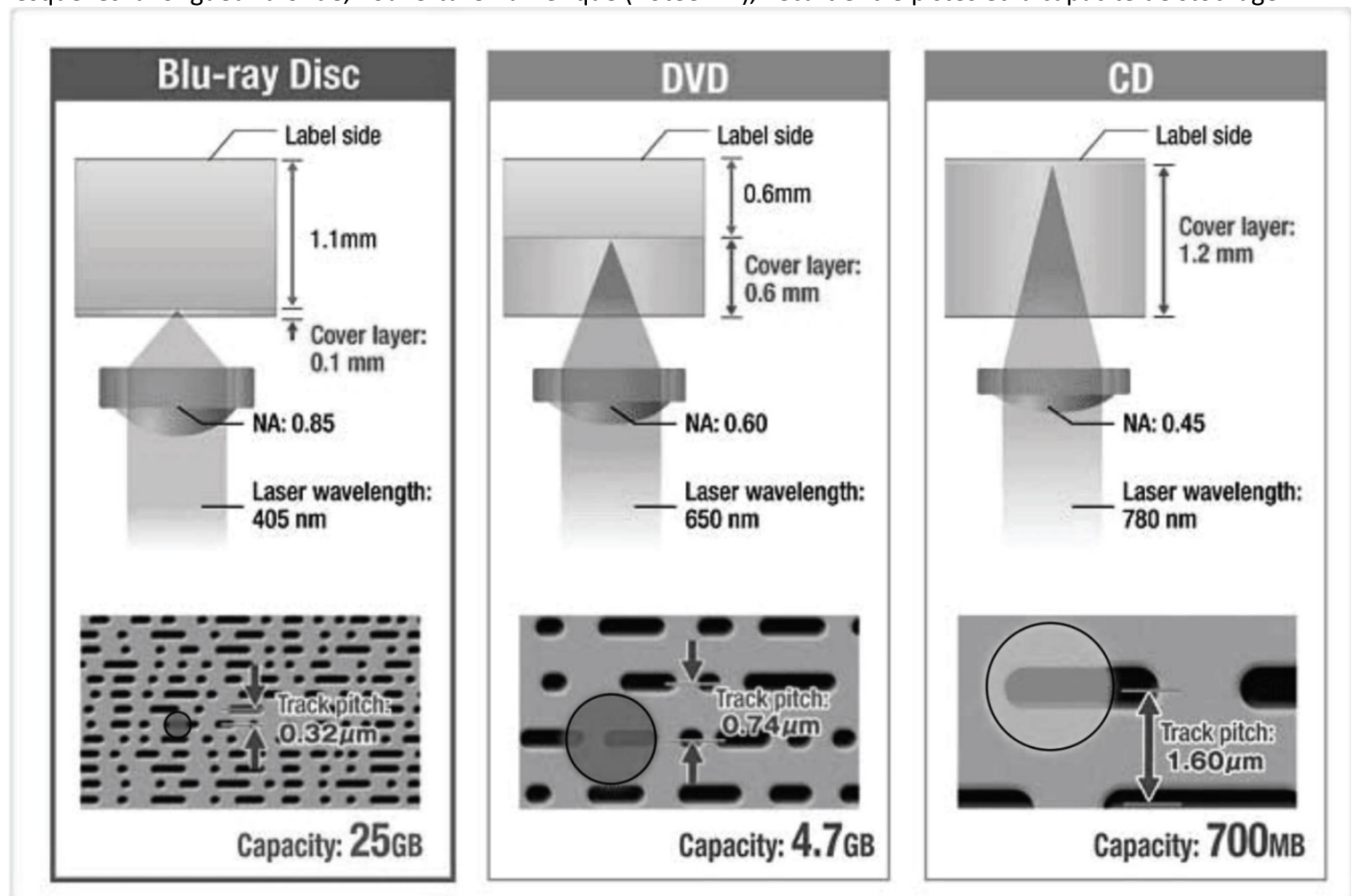
La structure logique



Les différentes couches

CD, DVD et Blu-ray

Quelques-unes des différences entre les technologies CD, DVD et Blu-ray sont présentées ci-dessous, parmi lesquelles la longueur d'onde, l'ouverture numérique (notée NA), l'écart entre pistes et la capacité de stockage.



Document 1. Le CD

I) Le CD

Les informations stockées sur un CD sont enregistrées sous forme numérique sur une seule piste qui s'enroule en spirale sur le disque.

38) Déterminer la valeur numérique de la surface utile du CD, c'est-à-dire celle contenant l'information. Estimer la longueur totale L de la piste. En déduire la durée maximale d'un enregistrement et comparer cette valeur aux données disponibles.

II) Traitement numérique du signal

Les informations audios stockées sur le CD ont été préalablement numérisées.

39) Quel est le domaine fréquentiel correspondant au domaine audible ? Préciser la fréquence à laquelle sont échantillonnées les informations sonores enregistrées sur le CD et justifier la valeur choisie.

40) Retrouver la capacité de stockage affichée par le fabricant.

On rappelle que 1 ko = 1 000 octets, 1 kio = 1 024 octets et qu'un octet contient 8 bits.

III) Principe de la lecture des CD, DVD et Blu-ray

La lecture d'un CD repose sur l'analyse de la lumière qu'il réfléchit. La source employée est une diode laser assimilée à une source ponctuelle et monochromatique. Elle est placée au foyer objet d'une lentille convergente L_1 de distance focale image f'_1 , de façon à produire un faisceau cylindrique de diamètre $D = 2,5\text{mm}$ parallèle à l'axe optique. Une seconde lentille L_2 de distance focale image f'_2 , appelée lentille de focalisation, concentre le faisceau sur la face réfléchissante du CD où sont gravées les informations à lire.

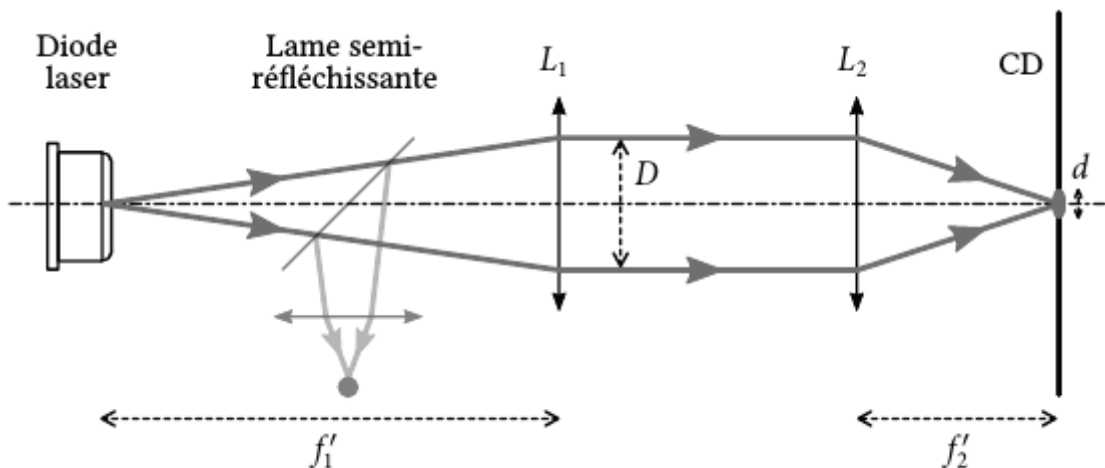


Figure 5. Bloc optique de lecture

On constate que l'image obtenue sur le CD n'est pas parfaitement ponctuelle. Il s'agit d'une tache circulaire, appelée spot, dont le diamètre d dépend notamment de la longueur d'onde de la source (λ_0 dans l'air) et de l'indice n du milieu traversé, le polycarbonate ici. On admet que ce diamètre est donné par la relation :

$$d = 1,22 \frac{\lambda_0}{n \times (NA)} \text{ où } (NA) \text{ est l'ouverture numérique.}$$

Afin de lire correctement les données, la dimension du spot ne doit couvrir qu'une seule piste à la fois (Figure 6).



Figure 6.

41) Justifier que l'image obtenue sur le CD n'est pas ponctuelle. Déterminer le diamètre maximal du spot permettant de lire correctement le CD.

42) Calculer le diamètre réel d du spot pour un CD. Ce résultat est-il en accord avec la question précédente ? Expliquer.

43) Justifier numériquement en quoi les technologies DVD ou Blu-ray sont supérieures au CD.

Afin d'atteindre les données, le faisceau issu de la lentille L_2 doit traverser la couche de polycarbonate transparente. Plusieurs trajectoires des rayons lumineux peuvent être envisagées (Figure 7).

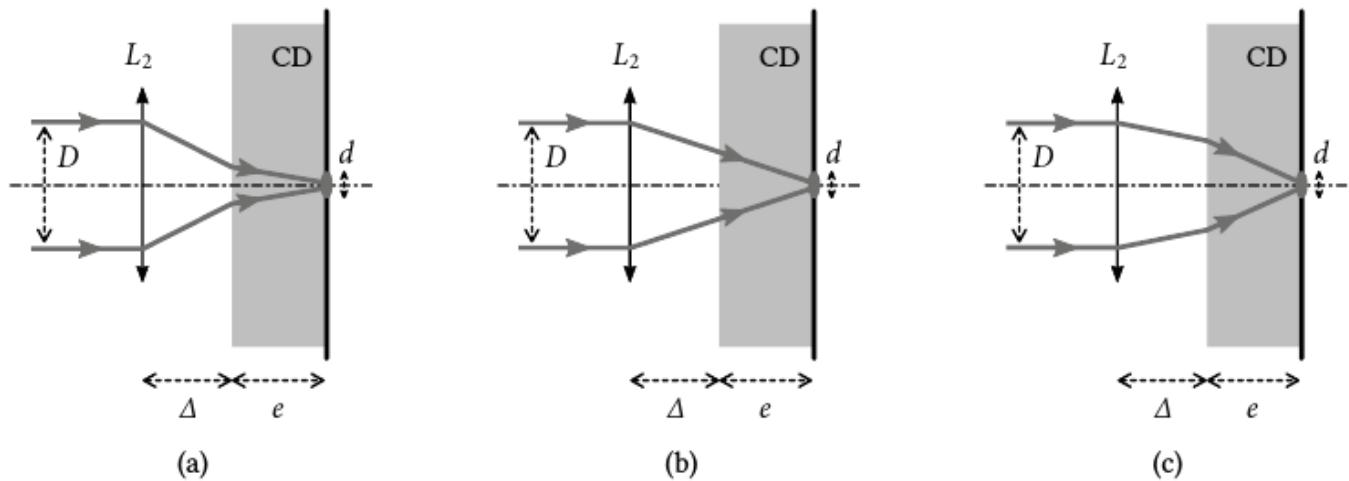


Figure 7. Trajectoires des rayons lumineux

44) Parmi les trajectoires (a), (b) et (c) de la Figure 7, justifier quelle est la seule plausible.

La couche réfléchissante du CD n'est pas plane. Elle est constituée de creux, aussi appelés alvéoles, de largeur constante, de longueur variable et d'épaisseur constante h (Figure 8). On appelle plat les parties séparant les alvéoles. Les diverses réflexions n'introduisent aucun déphasage particulier.

45) On suppose que le faisceau éclaire en partie un plat et en partie un creux. Exprimer la différence de phase entre un rayon qui se réfléchit dans une alvéole et un rayon qui se réfléchit sur un plat, en fonction de n , λ_0 et h .

46) En déduire l'expression littérale puis la valeur numérique de la profondeur h minimale d'une alvéole correspondant à des interférences destructrices des deux rayons réfléchis. Comparer ce résultat aux données disponibles. Pourquoi l'intensité enregistrée dans ce cas n'est-elle pas nulle mais seulement minimale ?

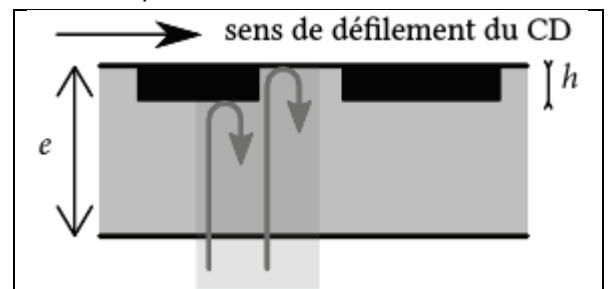


Figure 8. Alvéoles à la surface d'un CD

Quatrième partie : Magnésium

(adapté de Centrale TSI 2017)

Le silicium est un élément utilisé comme semi-conducteur dans de nombreux composants électroniques (diodes, transistor, ALI, etc.) mais il est également employé comme réducteur en chimie, intervenant notamment dans l'obtention du magnésium. Nous nous intéressons ici à un procédé d'obtention de magnésium à partir du carbonate de magnésium avant d'en étudier quelques propriétés.

I) Passage du carbonate de magnésium à l'oxyde de magnésium (étape 1 : calcination)

Le carbonate de magnésium est un minéral blanc solide de formule $MgCO_3$. À une certaine température, on peut observer la réaction chimique décrite par l'équation suivante :



47) A l'aide des données en en d'énoncé, calculer l'enthalpie standard de réaction à la température $T_0 = 298K$. La réaction est-elle endothermique ? Exothermique ?

48) La constante d'équilibre thermodynamique de la réaction précédente à la température $T_0 = 298K$ vaut $K^0(T_0) = 4,4 \times 10^{-12}$. En supposant $\Delta_r H^0$ indépendant de la température, exprimer la constante d'équilibre $K^0(T)$ en fonction de la température T et de R , $\Delta_r H^0$, T_0 et $K^0(T_0)$.

On rappelle la relation de Van't Hoff : $\frac{d \ln K^0(T)}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2}$

49) Montrer alors que la réaction de calcination est thermodynamiquement favorisée en se plaçant à $T > T_1$, T_1 étant une température que l'on calculera et pour laquelle $K^0(T_1) = 1$.

L'oxyde de magnésium est un cristal ionique. Il est constitué d'un réseau d'anions oxygène O^{2-} formant une structure cubique à faces centrées, les cations magnésium Mg^{2+} occupant le centre du cube et le milieu de chacune de ses arêtes. Dans la Figure 9, les ions O^{2-} sont représentés par des cercles (sommets et milieux des faces) et les ions Mg^{2+} par des carrés (centre du cube et milieux des arêtes).

50) Vérifier que cette structure est bien en accord avec la formule de l'oxyde MgO .

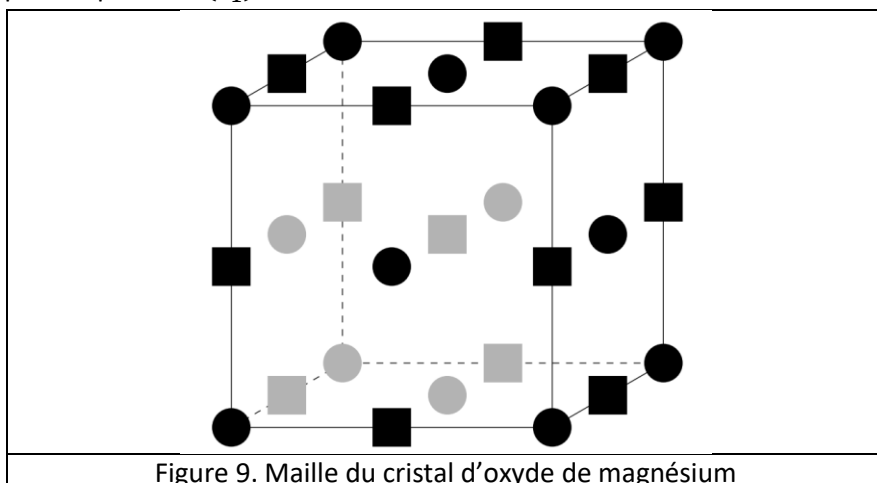
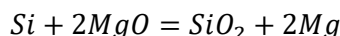


Figure 9. Maille du cristal d'oxyde de magnésium

51) Déterminer la masse volumique de MgO . La valeur du paramètre de maille a est donnée à la fin du sujet.

II) Réduction de l'oxyde de magnésium par le silicium (étape 2)

Une fois la calcination réalisée (étape 1), on récupère l'oxyde de magnésium MgO que l'on réduit par le silicium suivant la réaction :



On se place à $1690K \leq T \leq 1990K$.

52) Écrire la réaction précédente en complétant les états physiques des différents réactifs et produits.

53) Exprimer la constante d'équilibre K_2^0 de cette réaction en fonction de T .

54) Quelle est l'influence d'une augmentation de température sur cet équilibre ? Justifier.

55) Calculer la constante de l'équilibre à $T = 1700K$. Conclure.

56) Définir le quotient de réaction Q_r . L'exprimer pour la réaction considérée en fonction de la pression P en magnésium gazeux et de $P^0 = 1,00bar$, la pression standard. Montrer que la réaction peut donc être envisagée à $T = 1700K$ sous pression réduite. Ce résultat était-il prévisible ?

Données

Extrait du tableau périodique

Numéro atomique	1	8	12	17
Symbole	H	O	Mg	Cl
Masse molaire (g·mol ⁻¹)	1,00	16,0	24,3	35,5

Table des enthalpies standard de formation à $T_0 = 298\text{ K}$

	MgCO ₃ (s)	MgO(s)	CO ₂ (g)
$\Delta_f H^\circ$ (kJ·mol ⁻¹)	-1112	-601,6	-393,5

Équilibres chimiques et constantes associées

	Réaction	$K^\circ(T)$	Condition
(1)	$\text{Si}_{(\text{s ou } \ell)} + \text{O}_{2(\text{g})} = \text{SiO}_{2(\text{s ou } \ell)}$	$K_1^\circ = \exp\left(-21,04 + \frac{1,088 \times 10^5}{T}\right)$	$298\text{ K} \leq T \leq 2500\text{ K}$
(2)	$2\text{Mg}_{(\text{s})} + \text{O}_{2(\text{g})} = 2\text{MgO}_{(\text{s})}$	$K_2^\circ = \exp\left(-24,66 + \frac{1,443 \times 10^5}{T}\right)$	$298\text{ K} \leq T \leq 923\text{ K}$
(3)	$2\text{Mg}_{(\text{l})} + \text{O}_{2(\text{g})} = 2\text{MgO}_{(\text{s})}$	$K_3^\circ = \exp\left(-26,10 + \frac{1,455 \times 10^5}{T}\right)$	$923\text{ K} \leq T \leq 1380\text{ K}$
(4)	$2\text{Mg}_{(\text{g})} + \text{O}_{2(\text{g})} = 2\text{MgO}_{(\text{s})}$	$K_4^\circ = \exp\left(-48,59 + \frac{1,768 \times 10^5}{T}\right)$	$1380\text{ K} \leq T \leq 2500\text{ K}$

Divers

$$T_{\text{fusion}}(\text{Si}) = 1683\text{ K}$$

$$T_{\text{fusion}}(\text{SiO}_2) = 2000\text{ K}$$

$$\text{Paramètre de maille de MgO : } a = 4,21 \times 10^{-10}\text{ m}$$

$$\text{Constante des gaz parfaits : } R = 8,31\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\text{Constante d'Avogadro : } N_A = 6,022 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$$

$$\text{À } T_0 = 298\text{ K : } \frac{RT_0}{F} \ln(x) \approx 0,06 \log(x)$$