

# Electrostatique

## Extrait du programme

La partie **1** présente les lois quantitatives qui régissent le champ électrostatique. Les notions abordées sont centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. Pour le champ électrique et le potentiel, on se limite aux expressions explicites dans le cas de charges ponctuelles et sous forme intégrale dans le cas de distributions continues.

L'accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss (admis) pour des situations présentant un haut degré de symétrie. Une antisymétrie est la composée d'une symétrie plane et d'une opération de conjugaison de charge.

Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentiels sont développées.

Le condensateur plan est introduit mais l'étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève pas du programme.

Une approche énergétique est conduite dans un cas simple : une charge ponctuelle placée dans un champ électrique extérieur.

Les analogies avec la gravitation sont centrées sur l'application du théorème de Gauss.

| Notions et contenus                                                                                                                     | Capacités exigibles                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Électrostatique</b>                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Loi de Coulomb. Champ électrostatique.<br>Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition. | Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges.<br>Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.                                                                   | Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition.<br>Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée.<br>Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométries simples.                                                                                                                                                                  |
| Symétries et invariances du champ électrostatique.                                                                                      | Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges.<br>Identifier les invariances d'une distribution de charges.<br>Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.                                                                                                                                                                                                        |
| Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique.<br><br>Opérateur gradient.                                   | Relier le champ électrostatique au potentiel.<br>Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges.<br>Connaître l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes.<br>Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques.<br>Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples. |
| Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.                                                                                       | Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss.<br>Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un                                                                                                                                                                                                                                             |

|                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                           | haut degré de symétrie.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Cas de la sphère, du cylindre « infini » et du plan « infini ».                                           | Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre « infini » uniformément chargé en volume et par un plan « infini » uniformément chargé en surface.<br>Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.                    |
| Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées. | Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.                                               | Orienter les lignes de champ électrostatique créées par une distribution de charges.<br>Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement.<br>Relier les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ.<br>Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution.<br><b>Approche numérique</b> : représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentielles. |
| Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.          | Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Analogies avec la gravitation.                                                                            | Transposer le théorème de Gauss au cas de la gravitation.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

## Sommaire

- 1 Champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges**
  - 1.1 Charges électriques
  - 1.2 Loi de Coulomb
  - 1.3 Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle
  - 1.4 Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles
- 2 Distributions continues de charges**
  - 2.1 Distribution volumique de charges électriques
  - 2.2 Distribution surfacique de charges électriques
  - 2.3 Distribution linéique de charges électriques
  - 2.4 Calcul du champ électrostatique
- 3 Symétries et invariances du champ électrostatique**
  - 3.1 Principe de Curie
  - 3.2 Symétries de la distribution de charges
  - 3.3 Invariances de la distribution de charges
  - 3.4 Topographie du champ électrostatique
- 4 Potentiel électrostatique**
  - 4.1 Relations intégrales
  - 4.2 Relations locales
  - 4.3 Topographie du champ électrostatique
- 5 Théorème de Gauss**
  - 5.1 Flux du champ électrostatique
  - 5.2 Cas d'une charge ponctuelle
  - 5.3 Théorème de Gauss
  - 5.4 Topographie du champ électrostatique
  - 5.5 Théorème de Gauss pour la gravitation
- 6 Distributions à haut degré de symétrie**
  - 6.1 Méthode de résolution
  - 6.2 Sphère uniformément chargée en volume
  - 6.3 Cylindre « infini » uniformément chargé en volume
  - 6.4 Plan « infini » uniformément chargé en surface
- 7 Étude du condensateur plan**
  - 7.1 Description
  - 7.2 Champ électrique entre les armatures
  - 7.3 Capacité du condensateur
  - 7.4 Aspect énergétique
- 8 Questions de cours**
- 9 Questions à choix multiples**
- 10 Exercices d'application directe du cours**
  - 10.1 Dépôt métallique
  - 10.2 Distributions continues de charges
  - 10.3 Symétries de la distribution de charges
  - 10.4 Invariance de la distribution de charges
  - 10.5 Approche énergétique du potentiel électrostatique
  - 10.6 Géométrie des lignes de champ et surfaces équipotentielles
  - 10.7 Relation potentiel-champ
  - 10.8 Cas d'une masse ponctuelle

**11 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 12/12/2018)**

**11.1 Etude d'un condensateur plan (type CCP)**

**11.2 Centrale 2017**

**12 Exercices type oral**

**12.1 Vitesse d'un électron en orbite circulaire**

**12.2 Carré de 4 charges**

**12.3 Champ créé par un segment et un disque uniformément chargés**

**12.4 Energie mécanique d'une particule**

**12.5 Différents types de condensateurs**

**12.6 Lignes de champ**

## 6 Distributions à haut degré de symétrie

### 6.1 Méthode de résolution

Méthode de résolution (en utilisant le théorème de Gauss) :

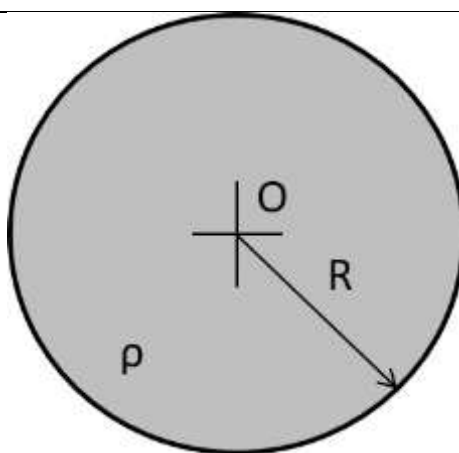
- 1- Rechercher les symétries et invariances.
- 2- Choisir la surface fermée de Gauss
- 3- Calcul du champ électrostatique

### 6.2 Sphère uniformément chargée en volume

On considère une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  contenant une densité volumique de charge uniforme  $\rho$ . On désire établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace.

On se place dans une base sphérique.

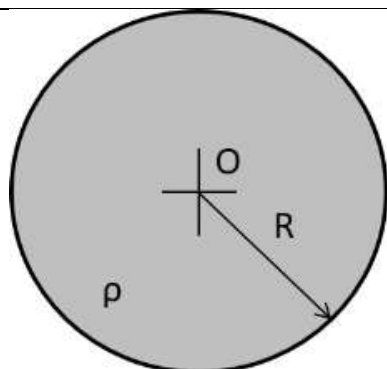
#### 6.2.1 Symétries et invariances



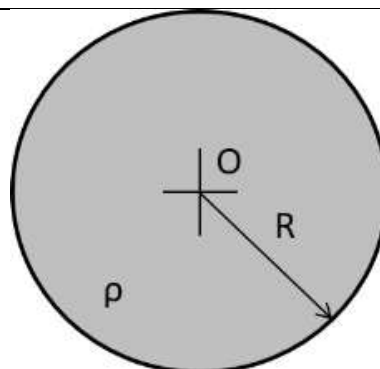
Symétries :

Invariances :

#### 6.2.2 Surface de Gauss



$r > R$



$r < R$

### 6.2.3 Théorème de Gauss

Calcul du flux :

Calcul de la charge intérieure :

Soit pour le champ électrostatique :

### 6.2.4 Graphe du champ électrostatique

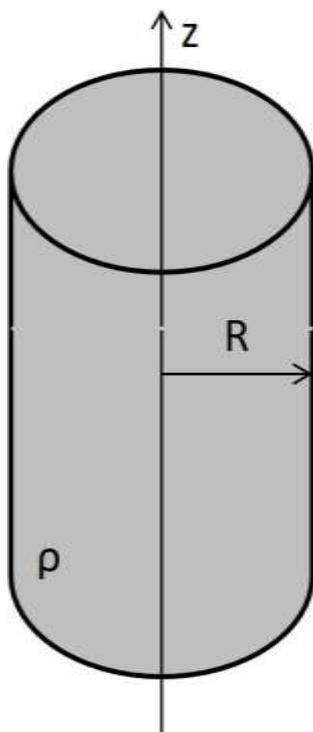
Remarque :

### 6.3 Cylindre « infini » uniformément chargé en volume

On considère un cylindre infini d'axe  $Oz$  et de rayon  $R$  contenant une densité volumique de charge uniforme  $\rho$ . On désire établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace.

On se place dans une base cylindrique.

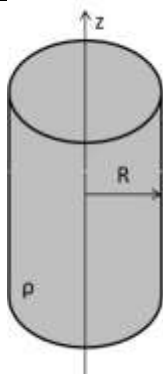
#### 6.3.1 Symétries et invariances



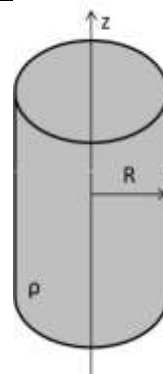
Symétries :

Invariances :

#### 6.3.2 Surface de Gauss



$r > R$



$r < R$

### 6.3.3 Théorème de Gauss

Calcul du flux :

Calcul de la charge intérieure :

Soit pour le champ électrostatique :

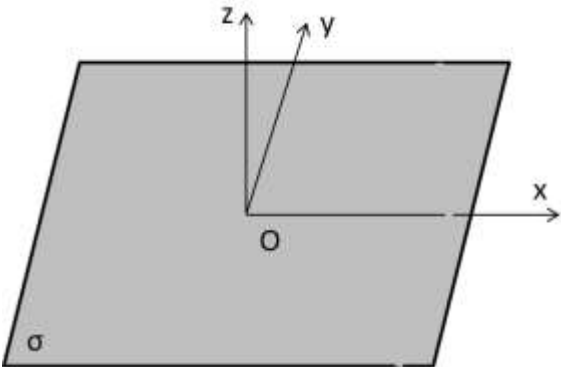
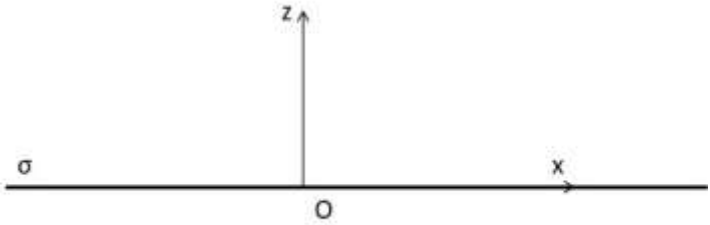
### 6.3.4 Graphe du champ électrostatique

## 6.4 Plan « infini » uniformément chargé en surface

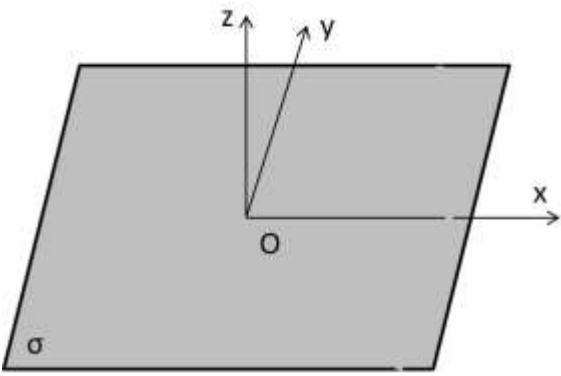
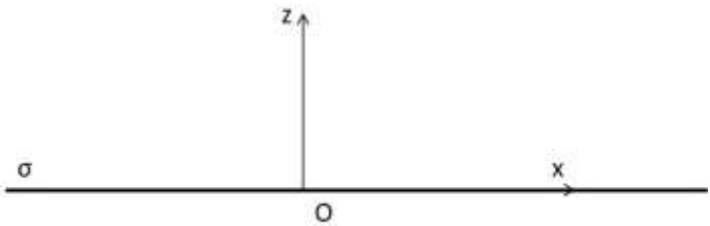
On considère un plan infini assimilé à  $xOy$  contenant une densité surfacique de charge uniforme  $\sigma$ . On désire établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace.

On se place dans une base cartésienne.

### 6.4.1 Symétries et invariances

|                                                                                   |                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |
| <p><u>Symétries</u> :</p>                                                         |                                                                                    |
| <p><u>Invariances</u> :</p>                                                       |                                                                                    |
| <p><u>Parité</u> :</p>                                                            |                                                                                    |

### 6.4.2 Surface de Gauss

|                                                                                     |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|

### 6.4.3 Théorème de Gauss

Calcul du flux :

Calcul de la charge intérieure :

Soit pour le champ électrostatique :

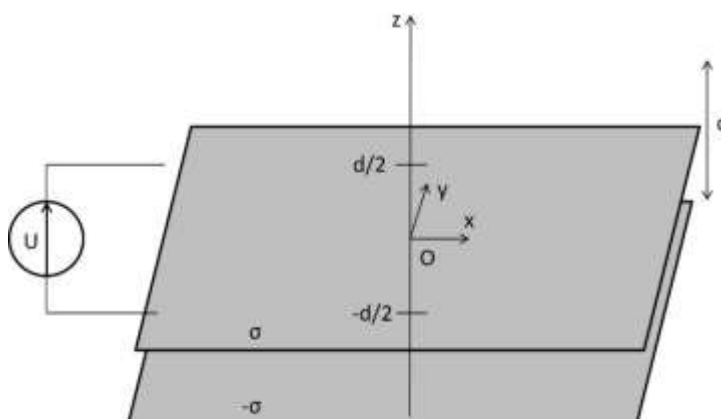
### 6.4.4 Graphe du champ électrostatique

## 7 Étude du condensateur plan

### 7.1 Description

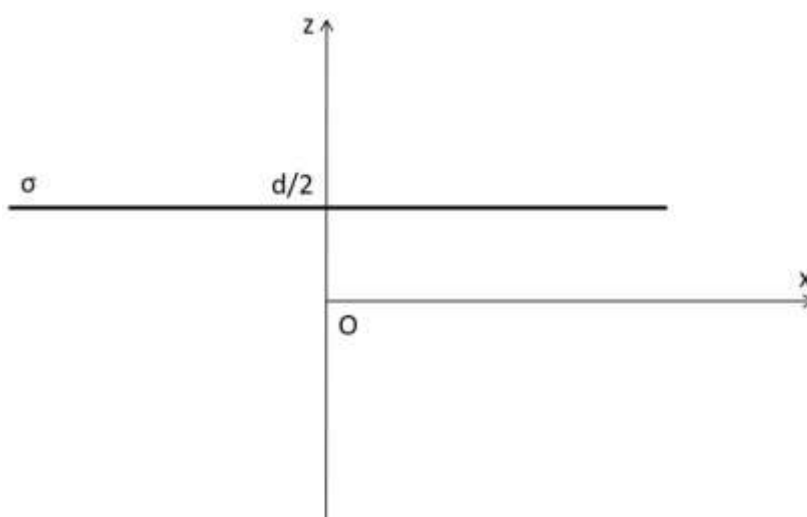
Un condensateur plan est constitué de deux armatures conductrices qui se font face. Ici, on supposera que ce sont des carrés d'axe  $Oz$  et d'aire  $S$  séparés par une distance  $d$ , appelée écartement. L'écartement est très faible devant les dimensions latérales, ce qui revient à supposer deux plans infinis chargés en surface. L'armature en  $z = \frac{d}{2}$  est chargée positivement de densité de charge surfacique  $\sigma$  et l'armature en  $z = -\frac{d}{2}$  est chargée négativement de densité de charge surfacique  $-\sigma$ .

Lorsque ce composant est branché sur un générateur, qui impose une différence de potentiel  $U$  entre les deux armatures, un champ électrique apparaît dans l'espace inter-armatures.

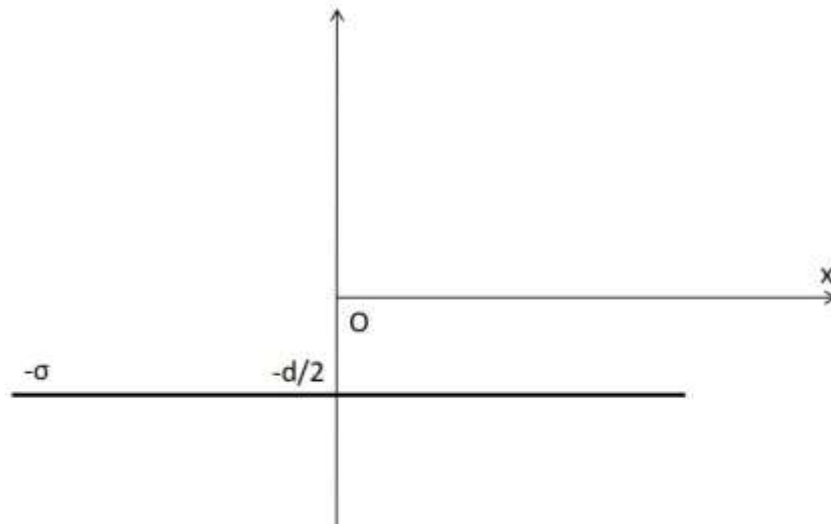


### 7.2 Champ électrique entre les armatures

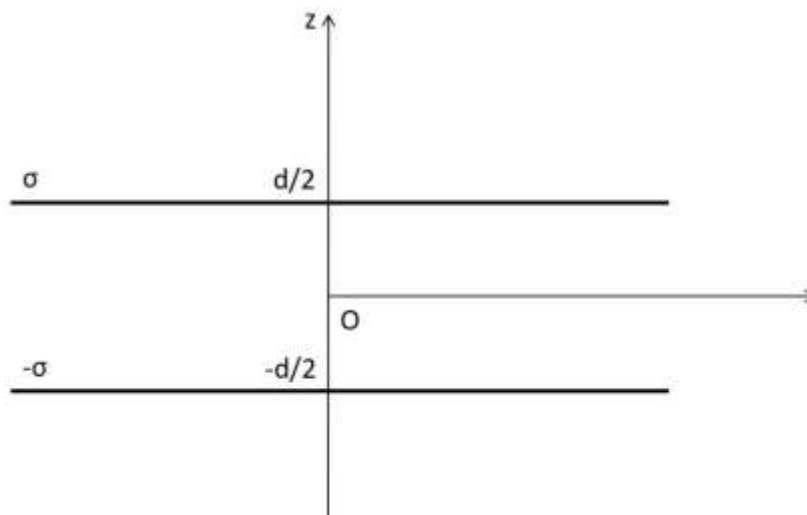
#### 7.2.1 Etude de l'armature supérieure



### 7.2.2 Etude de l'armature inférieure



### 7.2.3 Champ électrostatique entre les armatures



## 8 Questions de cours

- 1) Donner la loi de Coulomb en expliquant tous les termes entrant dans sa composition. Donner son analogie avec la force gravitationnelle.
- 2) Donner l'expression du champ électrostatique créé par une charge ponctuelle. Quelle est son unité ? Comment est-elle modifiée dans le cas où la distribution de charges est composée de plusieurs charges ponctuelles ?
- 3) Donner la définition des densités volumiques, surfaciques et linéiques de charge. Pour chacune de ces distributions, donner l'expression du champ électrostatique.
- 4) Donner le principe de Curie. Définir les notions de plans de symétrie et d'anti-symétrie pour la distribution de charges. Quelle est la conséquence pour le champ électrostatique ?
- 5) Citer deux types d'invariances de la distribution de charge et leur conséquence sur le champ électrostatique.
- 6) Donner deux relations entre champ électrostatique et potentiel électrostatique. L'une utilisera une notation intégrale et l'autre locale.
- 7) Donner la valeur du potentiel électrostatique créé au point M par une charge ponctuelle.
- 8) Enoncer le théorème de Gauss. Donner son analogie pour la gravitation.
- 9) Etablir l'expression du champ électrostatique créé par une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  contenant une densité volumique de charge uniforme  $\rho_0$
- 10) Redémontrer l'expression du champ électrostatique créé par un cylindre infini d'axe  $Oz$  et de rayon  $R$  contenant une densité volumique de charge uniforme  $\rho_0$
- 11) Redémontrer l'expression du champ électrostatique créé par un plan infini assimilé à  $xOy$  contenant une densité surfacique de charge uniforme  $\sigma_0$ .
- 12) Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide, le condensateur étant composé de deux plan infini chargés surfaciquement, de charges opposées.
- 13) Définir les notions suivantes : lignes de champ, tubes de champ et surfaces équipotentielles. Donnez-en quelques propriétés.
- 14) Donner l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une charge.

## 9 Questions à choix multiples

## 10 Exercices d'application directe du cours

### 10.1 Dépôt métallique

Dans un circuit électronique, une couche de cuivre d'épaisseur  $h$  de l'ordre du micromètre a la forme d'un ruban de largeur  $l = 0,2\text{mm}$  et de longueur  $L = 0,3\text{cm}$ . On considère que chaque atome de métal cède en moyenne un électron, devenant ainsi un ion, que l'on écrit  $\text{Cu}^+$  pour simplifier. Les électrons ainsi libérés forment un ensemble, appelé nuage délocalisé, de densité volumique notée  $n_e$ , qui peut se mettre en mouvement pour assurer la conduction du courant électrique. On donne :  $N_a = 6,022 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$

- 1) Rappeler l'ordre de grandeur du rayon atomique  $R_a$  et vérifier que les conditions requises pour une modélisation continue sont réunies.
- 2) Le Cuivre ( $\text{Cu}$ ) a une masse volumique  $\mu = 8,94 \cdot 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , une masse molaire  $M = 63,5 \text{g/mol}$ . Estimer la densité volumique  $n_i$  des ions  $\text{Cu}^+$ .
- 3) Quelle équation liant les densités d'électrons  $n_e$  et d'ions  $n_i$  traduit la neutralité électrique du milieu ?

### 10.2 Distributions continues de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  chargé uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . Donner la charge totale contenue dans ce cylindre.
- 2) Soit une sphère de rayon  $r$  chargée uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . Donner la charge totale contenue dans cette sphère.
- 3) Soit deux plans parallèles infini d'équations respectives  $z = a/2$  et  $z = -a/2$ , entre lesquels se trouve une distribution volumique de charge uniforme de valeur  $\rho$ . On suppose que la distance entre les deux plans est très faible devant leur dimension latérale. Exprimer la densité surfacique de charge  $\sigma$  en fonction de  $\rho$ .
- 4) Soit un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  chargé uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . On suppose que le rayon  $r$  est très faible devant sa hauteur. Le cylindre peut donc être confondu avec un fil de longueur  $h$  et de densité linéique de charge  $\lambda$ . Exprimer la densité linéique de charge  $\lambda$  en fonction de  $\rho$ .

### 10.3 Symétries de la distribution de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon  $a$  et de hauteur infinie chargé uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point  $M$  situé à une distance  $r$  de l'axe du cylindre ?
- 2) Soit une sphère de rayon  $a$  chargée uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point  $M$  situé à une distance  $r$  de l'axe du cylindre ?
- 3) Soit un plan infini chargé uniformément en surface de densité surfacique de charge  $\sigma$ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point  $M$  situé à une distance  $z$  du plan ?

### 10.4 Invariance de la distribution de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon  $a$  et de hauteur infinie chargé uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?
- 2) Soit une sphère de rayon  $a$  chargée uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?
- 3) Soit un plan infini chargé uniformément en surface de densité surfacique de charge  $\sigma$ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

### 10.5 Approche énergétique du potentiel électrostatique

- 1) Rappeler la définition du travail d'une force. Comment définit-on l'énergie potentielle d'une force conservative ?

2) Retrouver l'expression de l'énergie potentielle de la force de Coulomb en un point  $M$  de l'espace. On supposera que cette force est créée par une charge  $Q$  se situant à l'origine du repère à la distance  $r$  de  $M$ . On prendra une énergie potentielle nulle à l'infini.

3) Par analogie, retrouver l'expression de l'énergie potentielle de la force gravitationnelle.

## 10.6 Géométrie des lignes de champ et surfaces équipotentiels

Sans effectuer de calculs, préciser la nature géométrique des lignes de champ et des surfaces équipotentiels dans les cas étudiés suivants :

- 1) sphère chargée en volume
- 2) cylindre chargé en volume
- 3) plan chargé en surface

## 10.7 Relation potentiel-champ

Dans l'espace muni d'un repère cartésien  $(O, x, y, z)$  un champ électrique est défini par son potentiel :

$$\begin{cases} V(x, y, z) = -E_0 \frac{x^2}{2a} \text{ pour } -a \leq x \leq a \\ V(x, y, z) = -E_0 x + E_0 \frac{a}{2} \text{ pour } x > a \\ V(x, y, z) = E_0 x + E_0 \frac{a}{2} \text{ pour } x < -a \end{cases} \quad \text{où } E_0 \text{ est une constante}$$

- 1) Exprimer le champ dans les différents domaines.
- 2) Peut-on parler de champ uniforme ?

## 10.8 Cas d'une masse ponctuelle

Une masse ponctuelle  $M$  est placée à l'origine du repère, on s'intéresse au flux du champ de gravitation qu'elle crée à travers une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$ .

- 1) Prévoir le signe du flux sortant.
- 2) Effectuer le calcul du flux et retrouver le résultat prévu par le théorème de Gauss.

## 11 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 12/12/2018)

### 11.1 Etude d'un condensateur plan (type CCP)

Dans tout le problème, la permittivité électrique de l'air est égale à celle du vide, notée  $\varepsilon_0$  et égale à  $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ .

On se propose de calculer le champ électrique créé par un plan infini uniformément chargé avec une densité surfacique  $\sigma$ . Ce plan correspond au plan  $(Oxy)$  d'un système de coordonnées cartésiennes classique muni d'une base orthonormée  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ . La position d'un point  $M$  est repérée par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ .

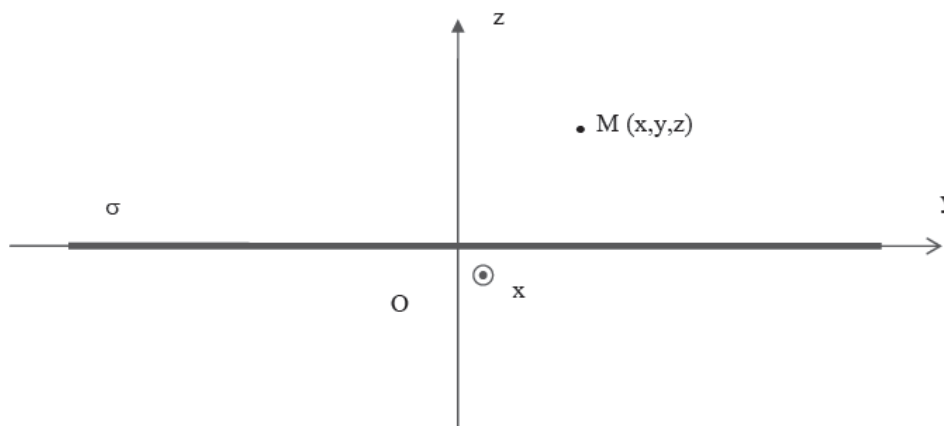


Figure 1

**1)** Montrer, par des considérations de symétrie, que le champ électrique  $\vec{E}(M)$  créé en  $M$  par le plan uniformément chargé est perpendiculaire au plan en tout point de l'espace. On écrira donc  $\vec{E}(M) = E(x, y, z)\vec{u}_z$ . Justifier le fait que le champ électrique  $\vec{E}(M)$  ne peut pas dépendre des coordonnées  $x$  et  $y$  du point  $M$ , soit  $\vec{E}(M) = E(z)\vec{u}_z$ . Montrer par des considérations de symétrie que la fonction  $E(z)$  est impaire.

**2)** Montrer, en utilisant l'équation de Maxwell-Gauss, que le champ est uniforme au-dessus et en-dessous du plan.

**3)** Enoncer le théorème de Gauss relatif au flux sortant d'un champ électrostatique  $\vec{E}$  à travers une surface fermée  $S$  contenant la charge électrique  $Q_{int}$ .

**4)** En appliquant le théorème de Gauss sur une surface qu'on précisera clairement en faisant un schéma, déterminer la valeur du champ électrique en fonction de  $\sigma$ ,  $\varepsilon_0$  (constante diélectrique du vide) et d'un vecteur unitaire judicieusement choisi qu'on précisera (on distinguera les deux cas :  $z > 0$  et  $z < 0$ ). Une démonstration très précise est attendue.

**5)** Toujours par des considérations de symétrie, déterminer la valeur  $E(0)$  du champ électrique dans le plan uniformément chargé.

**6)** Déterminer le potentiel électrique  $V(z)$  en tout point de l'espace en fonction de  $\sigma$ ,  $\varepsilon_0$  et  $z$  (on prendra le potentiel nul en  $z = 0$ ). On distinguera toujours les deux cas :  $z > 0$  et  $z < 0$ .

On supposera la continuité du potentiel en  $z = 0$ .

**7)** Tracer l'allure des courbes  $E(z)$  et  $V(z)$  en précisant les valeurs aux points remarquables.

On considère maintenant un condensateur plan infini formé par deux plans infinis et parallèles entre eux, distants de  $e$ . Le plan supérieur est situé dans le plan  $z = +\frac{e}{2}$  et le plan inférieur dans le plan  $z = -\frac{e}{2}$ . Le plan supérieur est chargé avec une densité surfacique  $\sigma$  positive et le plan inférieur est chargé avec une densité surfacique opposée (donc négative)  $-\sigma$ .

**8)** Déterminer le champ électrique total créé par l'ensemble des deux plans en tout point de l'espace en fonction de  $\sigma$ ,  $\varepsilon_0$  et d'un vecteur unitaire qu'on précisera (on distinguera les trois zones délimitées par les deux plans). Porter sur un schéma le sens du champ électrique.

**9)** Calculer l'expression du potentiel électrostatique  $V(z)$  pour  $z \in \left[-\frac{e}{2}, \frac{e}{2}\right]$  en fonction de  $\sigma$ ,  $z$  et  $\varepsilon_0$ . On prendra toujours le potentiel nul en  $z = 0$ . Calculer la différence de potentiel  $U$  entre les deux plans infinis en fonction de  $\sigma$ ,  $e$  et  $\varepsilon_0$ . Exprimer la norme du champ électrique total en fonction de  $U$  et  $e$ .

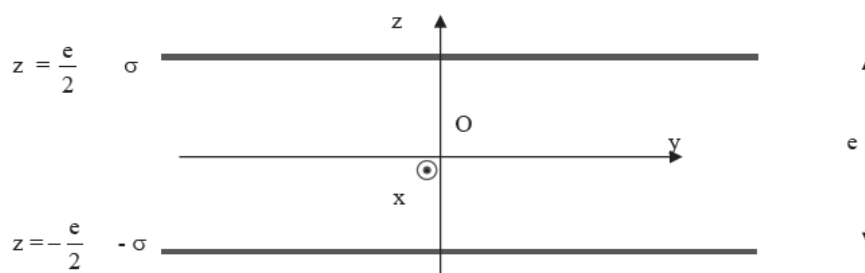


Figure 2

Dans un condensateur réel, les deux armatures ne peuvent pas être des plans infinis mais ont des surfaces finies identiques  $S$ . On supposera que les résultats trouvés pour le champ électrique et le potentiel ne diffèrent pas des résultats trouvés dans les questions précédentes, pourvu qu'on ne se place pas trop près des bords des armatures. L'armature supérieure porte alors la charge totale  $+Q$  et l'armature inférieure la charge totale  $-Q$ .

**10)** Après avoir exprimé  $\sigma$  en fonction de  $Q$  et  $S$ , en déduire la différence de potentiel  $U$  entre les deux armatures en fonction de  $Q$ ,  $\epsilon_0$ ,  $e$  et  $S$ . Définir et exprimer la capacité  $C$  du condensateur formé en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $e$  et  $S$ . Donner l'ordre de grandeur de la capacité d'un condensateur pour lequel on prendra :  $S \approx 1\text{cm}^2$  et  $e \approx 10^{-5}\text{m}$ .

## 11.2 Centrale 2017

### III.A – Étude d'une diode au silicium

Une diode au silicium est en fait constituée d'une jonction de deux semi-conducteurs dopés, l'un de type « P » et l'autre de type « N ».

Dans ces deux zones, on ajoute, en quantité limitée, des impuretés dans le silicium de telle façon que la zone « N » contient une majorité d'électrons et une minorité de trous « + » (d'où sa charge négative) alors que la zone « P » contient une majorité de trous « + » et une minorité d'électrons (d'où sa charge positive) comme illustré figure 6 où seuls les porteurs majoritaires ont été représentés.

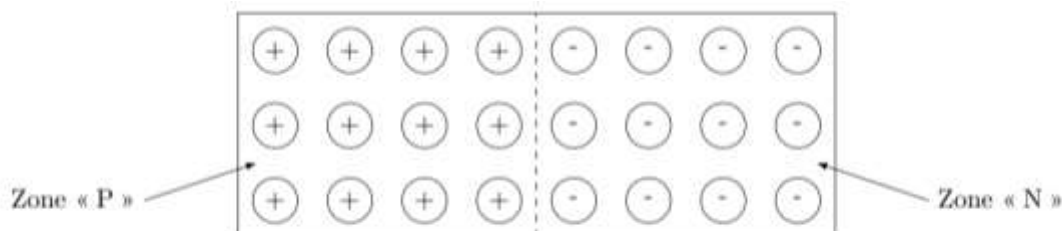


Figure 6

La proximité de ces deux zones va entraîner une migration des trous vers la zone « N » ainsi que des électrons vers la zone « P ».

Lorsqu'un électron migre vers la zone « P », il va se recombiner avec un trou et cela entraîne l'apparition d'un trou dans la zone « N » ; un raisonnement analogue peut être tenu en ce qui concerne la migration d'un trou « P » vers la zone « N ».

Tout ceci entraîne une zone appelée zone de charge d'espace, notée ZCE, dans laquelle la zone « N » se trouve localement chargée positivement et la zone « P » chargée négativement comme illustré figure 7.

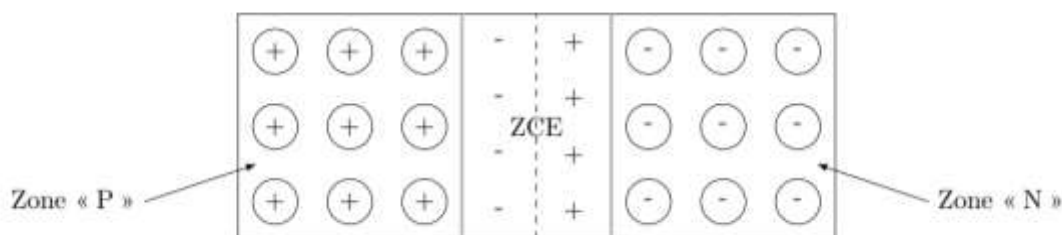


Figure 7

**III.A.1)** Préciser pourquoi la ZCE est nécessairement limitée dans l'espace.

**III.A.2)** On se propose d'étudier le vecteur champ électrostatique dans la ZCE.

La zone de charge d'espace est modélisée par deux distributions uniformes, l'une de densité volumique  $\rho_1 > 0$  entre les plans d'équations  $x = 0$  et  $x = a$ , l'autre de densité volumique  $\rho_2 < 0$  située entre les plans d'équations  $x = -b$  et  $x = 0$ .

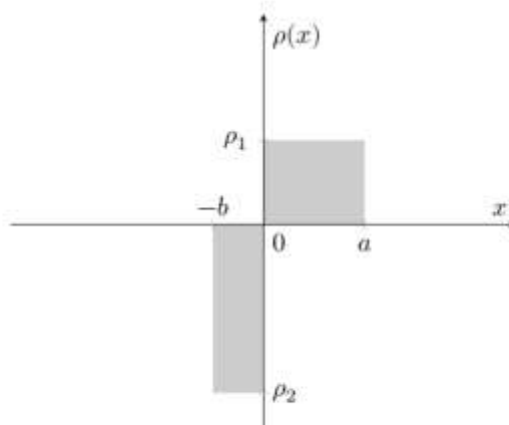


Figure 8

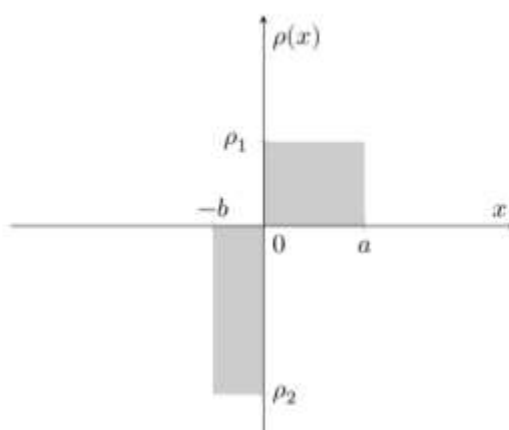


Figure 8

a) La ZCE étant globalement neutre, déterminer la relation entre  $a$ ,  $b$ ,  $\rho_1$  et  $\rho_2$ .

b) On considère le cas d'une distribution uniforme de densité volumique  $\rho_0$  comprise entre les plans d'équations  $x = -\frac{d}{2}$  et  $x = +\frac{d}{2}$  où  $d$  est une largeur.

i. Démontrer soigneusement que le vecteur champ électrostatique créé par cette distribution en tout point  $M$  de l'espace est de la forme  $\vec{E}(M) = E(x)\vec{u}_x$ .

ii. À l'aide du théorème de Gauss, déterminer soigneusement l'expression de  $E(x)$  en tout point de l'espace. On montrera en particulier que  $E(x) = \frac{\rho_0 x}{\varepsilon_0}$  si  $|x| < \frac{d}{2}$ .

c) À l'aide du principe de superposition, déterminer le vecteur champ électrostatique en tout point  $M$  de la ZCE précédemment décrite. On exprimera  $E(x)$  en fonction de  $x$ ,  $\rho_1$ ,  $a$  et  $b$ .

d) Représenter les variations de  $E(x)$  pour  $x$  variant de  $-b$  à  $a$ .

e) À l'aide de l'étude précédente, indiquer la valeur minimale de la tension  $U = V_F - V_N$  à appliquer afin qu'un courant circule dans la diode.

## 12 Exercices type oral

### 12.1 Vitesse d'un électron en orbite circulaire

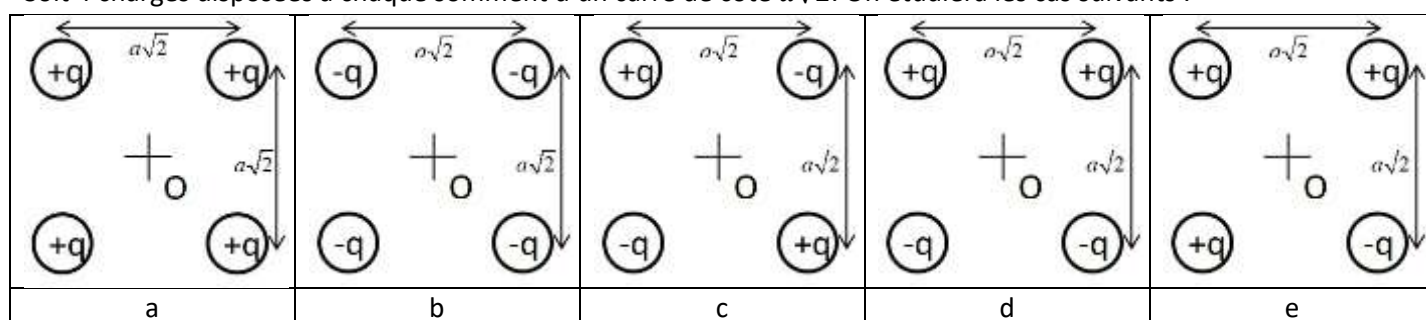
En 1913, le physicien danois Niels Bohr imagine un modèle « planétaire » de l'atome afin d'expliquer les raies émises par des atomes d'hydrogène excités. Ce modèle, aujourd'hui obsolète, ne permet pas d'expliquer les spectres des autres atomes.

Dans le modèle de Bohr, l'atome d'hydrogène est un système à deux corps ponctuels constitué d'un noyau, le proton de masse  $m_p$  et charge électrique  $+e$ , et d'un électron  $M$ , de masse  $m_e$  et de charge  $-e$ . Le proton est considéré comme fixe dans le référentiel d'étude supposé galiléen  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  où l'origine  $O$  correspond au noyau de l'atome.

- 1) Montrer que le mouvement circulaire de l'électron autour du noyau est uniforme et exprimer sa vitesse  $v$  en fonction de  $r$ ,  $e$ ,  $m_e$  et  $\epsilon_0$ .
- 2) Pourquoi ce modèle est-il qualifié de « planétaire » ? Retrouver alors la vitesse d'un satellite de masse  $m_s$  en mouvement circulaire de rayon  $r$  autour de la Terre. On introduira  $G$ , la constante gravitationnelle.

### 12.2 Carré de 4 charges

Soit 4 charges disposées à chaque sommet d'un carré de côté  $a\sqrt{2}$ . On étudiera les cas suivants :



- 1) Donner la direction du champ créé en  $O$  centre du carré.
- 2) Calculer le champ électrostatique en  $O$ .
- 3) Vérifier la direction du champ électrique donné à la question 1 par l'examen des symétries.
- 4) Calculer le potentiel créé en  $O$ .
- 5) Calculer le potentiel sur l'axe dans le cas (a), puis le champ sur l'axe.

### 12.3 Champ créé par un segment et un disque uniformément chargés

- 1) Calculer le champ créé par un segment de charge linéique  $\lambda$  en tout point de son plan médiateur.
- 2) Calculer le champ créé par un disque de charge surfacique  $\sigma$  en tout point de son axe.

### 12.4 Energie mécanique d'une particule

Un électron est émis en  $O$  avec une vitesse initiale négligeable, par une électrode portée à une température élevée. Il est ensuite soumis à un champ électrostatique  $\vec{E}$ , dont le potentiel électrostatique  $V(O)$  est choisi nul au niveau de l'électrode.

- 1) Définir l'énergie mécanique de l'électron au cours de son mouvement.
- 2) Quelle est la vitesse de l'électron en sortie  $S$  de la cavité accélératrice, si la tension entre les points  $O$  et  $S$  est égale à  $U$  ?

### 12.5 Différents types de condensateurs

Pour les deux types de condensateur suivants, on suppose que la charge est répartie en surface des armatures.

- 1) Calculer la capacité d'un condensateur sphérique d'armatures concentriques de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$ .
- 2) Déterminer l'énergie stockée entre les armatures d'un condensateur sphérique en fonction de la charge  $Q$  portée par l'armature intérieure.

3) Retrouver l'expression de la capacité à l'aide de la relation  $U_E = \frac{Q^2}{2C}$ .

4) Calculer la capacité d'un condensateur cylindrique d'armatures coaxiales de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$ .

## 12.6 Lignes de champ

On donne les lignes de champ suivantes :

Préciser celles qui peuvent correspondre aux lignes de champ d'un champ électrostatique.

