

Nom :

Interrogation de cours

1) Démontrer l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique. On expliquera bien la signification de chacun des termes.

Soit un volume fini V de l'espace délimité par une surface fermée S , à un instant t l'énergie électromagnétique U contenue dans ce volume est : $U = \iiint_V u d\tau$

La diminution de cette énergie peut se retrouver sous deux formes :

- puissance cédée à la matière, P (ou aux porteurs de charges)
- puissance évacuée à travers S sous forme de rayonnement, $P_{\text{rayonnée}}$

On peut donc écrire la diminution de l'énergie électromagnétique sous la forme :

$$-\frac{dU}{dt} = P + P_{\text{rayonnée}} = \iiint_V (\vec{j} \cdot \vec{E}) d\tau + \oint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{Or : } -\frac{dU}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\iiint_V u d\tau \right) = -\iiint_V \frac{\partial u}{\partial t} d\tau$$

On a donc l'équation intégrale de conservation de l'énergie électromagnétique suivante :

$$\iiint_V \frac{\partial u}{\partial t} d\tau = -\iiint_V (\vec{j} \cdot \vec{E}) d\tau - \oint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$$

En utilisant le théorème de Green-Ostrogradsky :

$$\oint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} = \iiint_V (\text{div} \vec{\Pi}) d\tau \Rightarrow \iiint_V \frac{\partial u}{\partial t} d\tau = -\iiint_V (\vec{j} \cdot \vec{E}) d\tau - \iiint_V (\text{div} \vec{\Pi}) d\tau$$

On obtient l'équation locale : $\frac{\partial u}{\partial t} = -\vec{j} \cdot \vec{E} - \text{div} \vec{\Pi}$

2) Donner l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique, du vecteur de Poynting et de la puissance rayonnée.

$$\text{densité volumique d'énergie électromagnétique : } u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

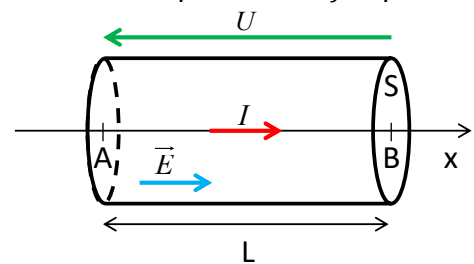
$$\text{vecteur de Poynting : } \vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

$$\text{puissance rayonnée : } P_{\text{rayonnée}} = \oint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$$

3) Donner la loi d'Ohm locale. Dans quel cas peut-on l'utiliser ? Quelle relation retrouve-t-on si on l'intègre ? Comment exprimer la résistance d'un conducteur cylindrique ?

Dans de nombreux cas, si le champ appliqué est suffisamment faible alors le vecteur densité de courant et le vecteur champ électrique sont liés par une relation empirique faisant intervenir la conductivité γ du milieu : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

On considère une portion de conducteur cylindrique d'axe Ox , de section S et de longueur L , traversé par un courant I et de tension à ses bornes U baignant dans un champ électrique uniforme et stationnaire $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x$. Le matériau présente une conductivité γ constante.



La tension aux bornes du conducteur peut se mettre sous la forme :

$$U = V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_0 L \text{ si le conducteur est soumis à un champ électrique uniforme et stationnaire } \vec{E} = E_0 \vec{u}_x.$$

$$\text{Le courant traversant le conducteur est alors : } I = jS = \gamma E_0 S = \gamma \frac{S}{L} U$$

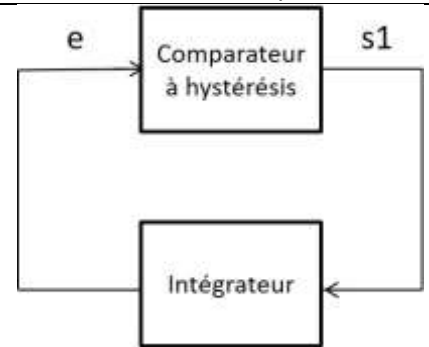
On trouve donc bien un rapport de proportionnalité entre tension et courant. On appelle **résistance électrique** ce rapport : $R = \frac{U}{I} = \frac{1}{\gamma} \frac{L}{S}$

4) Expliquer le fonctionnement d'un oscillateur à relaxation.

Un oscillateur à relaxation est un système bouclé qui comporte deux blocs :

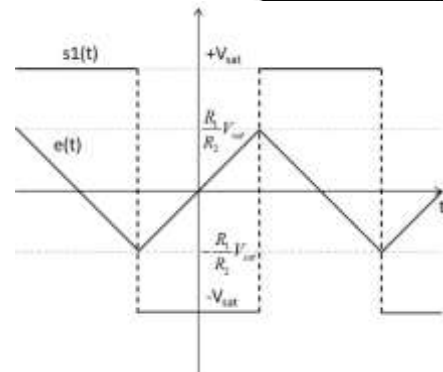
- un comparateur à hystérésis, élément non linéaire
- un intégrateur.

En sortie du comparateur les oscillations prennent une forme carrée et en sortie de l'intégrateur une forme triangulaire.



Supposons un bruit dans notre montage comparateur.

Ce faible signal est légèrement positif. La sortie du comparateur est alors égale à : $s = +V_{sat}$. L'intégrateur (inverseur) va alors intégrer cette valeur et donner en sortie une tension e décroissante et diminue jusqu'à atteindre la valeur de seuil du comparateur E_- . Alors le comparateur commute et fournit en sortie : $s = -V_{sat}$ qui est intégré en e qui augmente jusqu'à la valeur seuil de E_+ pour laquelle le comparateur commute à nouveau.



Formulaire :

Théorème de Green-Ostrogradsky :

Soit une surface fermée S limitant un volume fini V à l'intérieur duquel est défini un champ de vecteur $\vec{a}$. Si les dérivées partielles de $\vec{a}$ sont bornées dans V alors :
$$\oint_S \vec{a} \cdot \vec{dS} = \iiint_V (\text{div} \vec{a}) dV$$

Nom :**Interrogation de cours**

1) Démontrer l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique. On expliquera bien la signification de chacun des termes.

2) Donner l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique, du vecteur de Poynting et de la puissance rayonnée.

3) Donner la loi d'Ohm locale. Dans quel cas peut-on l'utiliser ? Quelle relation retrouve-t-on si on l'intègre ?
Comment exprimer la résistance d'un conducteur cylindrique ?

4) Expliquer le fonctionnement d'un oscillateur à relaxation.

Formulaire :

Théorème de Green-Ostrogradsky :

Soit une surface fermée S limitant un volume fini V à l'intérieur duquel est défini un champ de vecteur $\vec{a}$. Si les dérivées partielles de $\vec{a}$ sont bornées dans V alors : $\oint_S \vec{a} \cdot \overrightarrow{dS} = \iiint_V (\text{div} \vec{a}) dV$