**Nom :**

**Interrogation de cours**

1) Donner la loi de Fourier (en 3D) et sa simplification pour une propagation unidimensionnelle. Définir les termes rentrant dans son expression.

*En 3D :* $\overrightarrow{j_{th}} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T)$

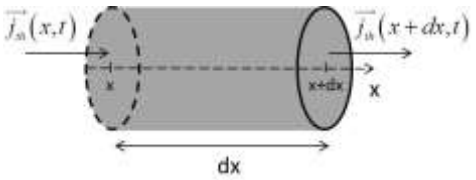
*En 1D selon Ox :* $\overrightarrow{j_{th}} = j_{th}(x,t)\overrightarrow{u_x}$ *avec* $j_{th}(x,t) = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)$

$\overrightarrow{j_{th}}$ : vecteur densité de flux thermique (en W.m$^{-2}$)
$\lambda$ : conductivité thermique (W.m$^{-1}$.K$^{-1}$)

2) Démontrer l'équation de la chaleur en faisant un bilan enthalpique sur une épaisseur dx de matériau de conductivité $\lambda$ .

Hypothèses :

On considère le même solide homogène de forme cylindrique que précédemment. Il est de masse volumique $\mu$ , de conductivité thermique $\lambda$ et de capacité thermique massique $c$ . Ces grandeurs sont supposées constantes dans le domaine de température étudié. On considère la pression $P$ extérieure constante.




On étudie toujours un modèle unidimensionnel selon ( $Ox$ ), la température ne dépend donc que de $x$ et $t$ : $T(x,t)$ .

On considère un petit volume compris entre les abscisses $x$ et $x+dx$ de section $\Sigma$ .

Le système reçoit la puissance thermique suivante :

$$d\Phi = \Phi(x,t) - \Phi(x+dx,t) = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}dx = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}\Sigma dx \quad car \quad \Phi(x,t) = j_{th}(x,t)\Sigma$$

Or, la pression étant constante, sans travail supplémentaire, on a : $dH = \delta Q$

La puissance thermique apportée sert à chauffer le solide tel que :

$$dH = CdT = cmdT = c\mu dVdT = c\mu\Sigma dxdT \quad \Rightarrow \quad d\Phi = \frac{\delta Q}{dt} = c\mu\Sigma dx\frac{dT}{dt}$$

En égalant les deux expressions, on trouve : $-\frac{\partial j_{th}}{\partial x}\Sigma dx = c\mu\Sigma dx\frac{\partial T}{\partial t}$

On considère que le transfert thermique ne s'effectue que par conduction.

Loi de Fourier : $j_{th}(x,t) = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\right) + c\mu\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{c\mu}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

3) Comment appelle-t-on le coefficient entrant en compte dans l'équation de la chaleur ? Donner son expression. Quelle est sa signification physique ?

Cette équation fait apparaître un paramètre scalaire qui dépend des propriétés du matériau et s'appelle **coefficient de diffusion** ou diffusivité thermique : $D = \frac{\lambda}{\mu c}$ . Ainsi, on a : $D\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ . Sa dimension est $\frac{[longueur]^2}{[temps]}$ .

On peut donc relier temps $\tau$ et longueur caractéristique $L$ du phénomène de diffusion par : $\tau \sim \frac{L^2}{D}$ ou $L \sim \sqrt{D\tau}$

4) Définir la notion de résistance thermique. Donner l'analogie avec l'électricité.

En régime stationnaire, on définit la résistance thermique $R_{th}$ (en K.W$^{-1}$) de la tige comme : $R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{L}{\lambda S}$

| **Electrique** | **Thermique** |
|---|---|
| Potentiel $V$ | Température $T$ |
| Courant $I$ | Flux thermique $\Phi$ |
| Conductivité électrique $\sigma$ | Conductivité thermique $\lambda$ |

**Nom :**

**Interrogation de cours**

1) Donner la loi de Fourier (en 3D) et sa simplification pour une propagation unidimensionnelle. Définir les termes rentrant dans son expression.

2) Démontrer l'équation de la chaleur en faisant un bilan enthalpique sur une épaisseur dx de matériau de conductivité $\lambda$ .

3) Comment appelle-t-on le coefficient entrant en compte dans l'équation de la chaleur ? Donner son expression. Quelle est sa signification physique ?

4) Définir la notion de résistance thermique. Donner l'analogie avec l'électricité.