

Nom :

Interrogation de cours

1) Soit une onde électromagnétique incidente de pulsation ω polarisée rectilignement selon Oy se propageant dans le vide dans une région sans charges ni courants selon l'axe Ox croissant dans le demi-espace $x < 0$. En $x = 0$, dans le plan Oyz, se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle. Donner l'expression de l'onde incidente (champ E et B).

$$\begin{cases} \vec{E}_i = E_{0i} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y \\ \vec{B} = \frac{E_{0i}}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z \end{cases}$$

2) On donne la relation de passage suivante : $\vec{E}(x = 0^+) - \vec{E}(x = 0^-) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x$

On donne l'expression suivant du champ réfléchi : $\vec{E}_r = E_{0r} \cos(\omega t + k_i x) \vec{u}_y$

Exprimer l'amplitude du champ réfléchi E_{0r} en fonction de E_{0i} . On justifiera soigneusement sa démarche.

En déduire l'expression de l'onde réfléchie (champ E et B).

$$\begin{cases} \vec{E}_r = -E_{0i} \cos(\omega t + k_i x) \vec{u}_y \\ \vec{B} = \frac{E_{0i}}{c} \cos(\omega t + k_i x) \vec{u}_z \end{cases}$$

3) Retrouver l'expression de l'onde (champ E et B) résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies. Commenter.

En passant par l'écriture complexe :

La superposition des deux ondes incidentes et réfléchies donne :

$$\vec{E}_{vide} = \vec{E}_i + \vec{E}_r = E_{0i} e^{j(\omega t - k_i x)} \vec{u}_y - E_{0i} e^{j(\omega t + k_i x)} \vec{u}_y = E_{0i} e^{j\omega t} (e^{-jk_i x} - e^{jk_i x}) \vec{u}_y = -2j E_{0i} e^{j\omega t} \sin(k_i x) \vec{u}_y$$

D'où en notation réelle : $\vec{E}_{vide} = 2E_{0i} \sin(\omega t) \sin(k_i x) \vec{u}_y$

Et pour le champ magnétique :

$$\vec{B}_{vide} = \vec{B}_i + \vec{B}_r = \frac{E_{0i}}{c} e^{j(\omega t - k_i x)} \vec{u}_z + \frac{E_{0i}}{c} e^{j(\omega t + k_i x)} \vec{u}_z = \frac{E_{0i}}{c} e^{j\omega t} (e^{-jk_i x} + e^{jk_i x}) \vec{u}_z = \frac{2E_{0i}}{c} e^{j\omega t} \cos(k_i x) \vec{u}_z$$

D'où en notation réelle : $\vec{B}_{vide} = \frac{2E_{0i}}{c} \cos(\omega t) \cos(k_i x) \vec{u}_z$

Les dépendances spatiale et temporelle sont séparées : l'onde résultante est une onde stationnaire.

4) Retrouver alors la position des nœuds et des ventres du champ électrique en vous appuyant sur leur définition.

$$\text{Nœud : } \|\vec{E}\| = 0 \Rightarrow \sin(k_i x) = 0 \Rightarrow k_i x_n = n\pi \Rightarrow x_n = n \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ventre : } \|\vec{E}\| = \max \Rightarrow \sin(k_i x) = \pm 1 \Rightarrow k_i x_v = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_v = (2n + 1) \frac{\lambda}{4} \quad n \in \mathbb{Z}$$

5) Donner la condition de Nyquist-Shannon en expliquant tous ses termes et en expliquant son intérêt.

Lors de la numérisation d'un signal analogique, ce dernier est échantillonné avec une période T_e .

Un signal est correctement représenté à partir de ses échantillons, si la fréquence d'échantillonnage F_e est supérieure à deux fois la fréquence maximale F_{max} de son spectre :

$$F_e > 2F_{max}$$

Formulaire : $\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$ et $\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

Nom :

Interrogation de cours

1) Soit une onde électromagnétique incidente de pulsation ω polarisée rectilignement selon Oy se propageant dans le vide dans une région sans charges ni courants selon l'axe Ox croissant dans le demi-espace $x < 0$. En $x = 0$, dans le plan Oyz, se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle. Donner l'expression de l'onde incidente (champ E et B).

2) On donne la relation de passage suivante : $\vec{E}(x = 0^+) - \vec{E}(x = 0^-) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x$

On donne l'expression suivant du champ réfléchi : $\vec{E}_r = E_{0r} \cos(\omega t + k_i x) \vec{u}_y$

Exprimer l'amplitude du champ réfléchi E_{0r} en fonction de E_{0i} . On justifiera soigneusement sa démarche.
En déduire l'expression de l'onde réfléchie (champ E et B).

3) Retrouver l'expression de l'onde (champ E et B) résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies. Commenter.

4) Retrouver alors la position des nœuds et des ventres du champ électrique en vous appuyant sur leur définition.

5) Donner la condition de Nyquist-Shannon en expliquant tous ses termes et en expliquant son intérêt.

Formulaire : $\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$ et $\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$