

Concours Blanc 1

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION :

- La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

Première partie : Remplissage du réservoir d'une voiture

Tout au long du problème les notations utilisées seront celles données par le Document 1. Les données numériques sont recensées en Annexe 1 et les aides au calcul en Annexe 2.

ρ : masse volumique du gazole

V_A (respectivement V_B) : vitesse moyenne (encore appelée vitesse débitante) de l'écoulement supposée constante au niveau de la section S_A (respectivement S_B)

P_A (respectivement P_B) : pression de l'écoulement supposée constante au niveau de la section S_A (respectivement S_B)

g : intensité du champ de pesanteur

S_A : section de la citerne au niveau du point A (en m^2)

S_B : section de l'orifice d'écoulement au niveau du point B (en m^2), $S_B \ll S_A$

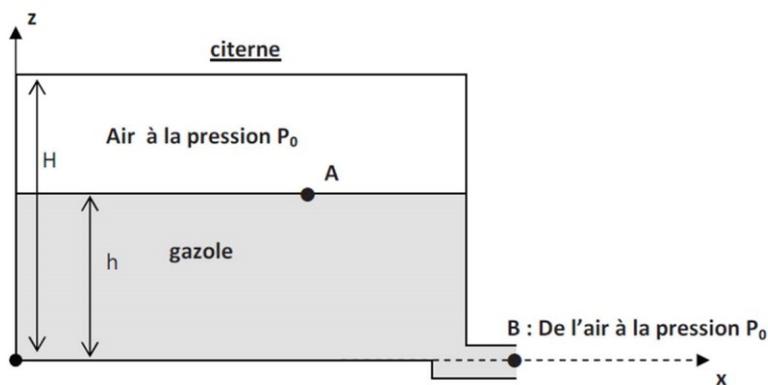
Document 1. Notations

I) Vidange de la citerne

I.1) Ecoulement parfait

On considère une citerne munie d'un orifice par lequel le gazole peut s'écouler.

On suppose que toutes les conditions sont réunies pour qu'on puisse appliquer la relation de Bernoulli entre un point A de la surface libre du gazole et un point B au niveau de l'ouverture (Document 2).



Document 2. Ecoulement parfait

1) Donner la relation de Bernoulli tout en précisant ses conditions d'applications.

2) Comment se traduit la conservation de la masse lors de l'écoulement ?

En déduire une relation entre V_A , V_B , S_A et S_B .

3) Sachant que la section en A est nettement plus grande que celle en B , exprimer la vitesse moyenne V_B de l'écoulement en B à l'aide de h et g .

4) La citerne est initialement pleine. En remarquant que la vitesse V_A peut s'exprimer sous la forme : $V_A = -\frac{dh}{dt}$.

Exprimer le temps nécessaire T pour la vidanger complètement, à l'aide de S_A , S_B , H et g .

Calculer T en minutes.

I.2) Prise en compte d'une perte de charge singulière

Au niveau du convergent (rétrécissement de section sur la ligne de courant AB), on constate une zone de perturbation caractérisée énergétiquement par une « perte de charge singulière » : le bilan d'énergie se traduit par une perte d'énergie mécanique volumique (ou de pression) modélisable par la formule suivante :

$$\Delta P_{sing} = \frac{1}{2} K_C \rho V_B^2 \quad \text{avec} \quad K_C = 0,55$$

5) Déterminer une nouvelle expression de V_B en tenant compte de la perte de charge singulière.

6) Exprimer à nouveau le temps nécessaire T' pour vidanger complètement la citerne, à l'aide de T et K_C .

Calculer T' . Commenter.

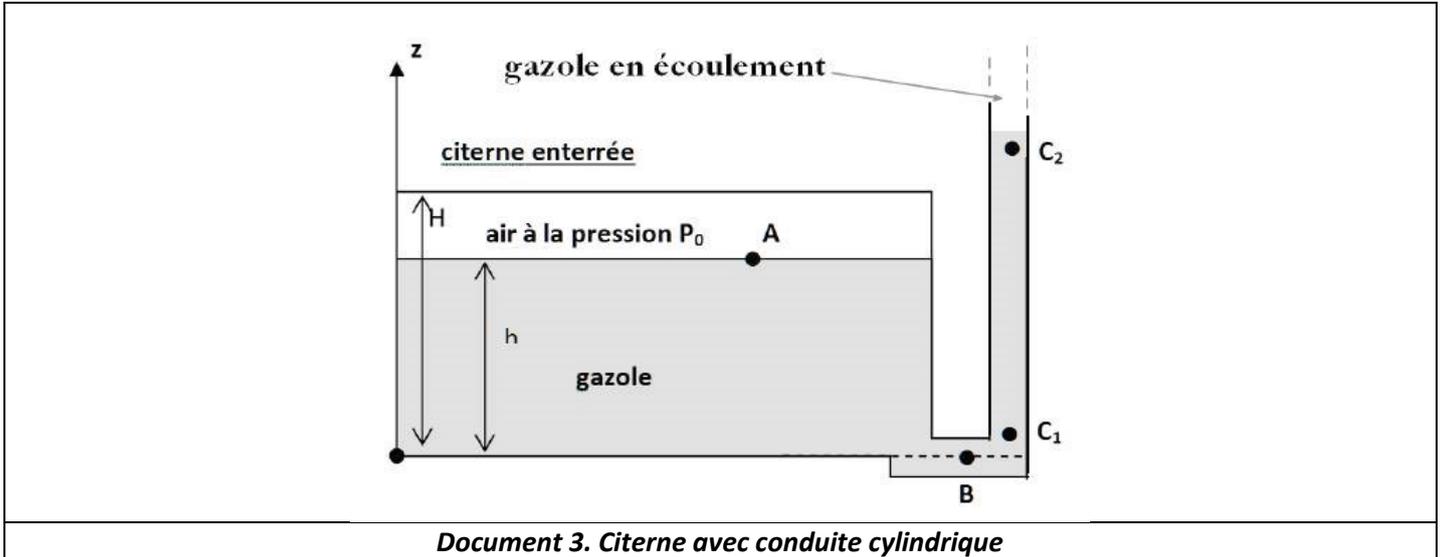
II) Écoulement dans la conduite cylindrique

II.1) Écoulement laminaire d'un fluide Newtonien

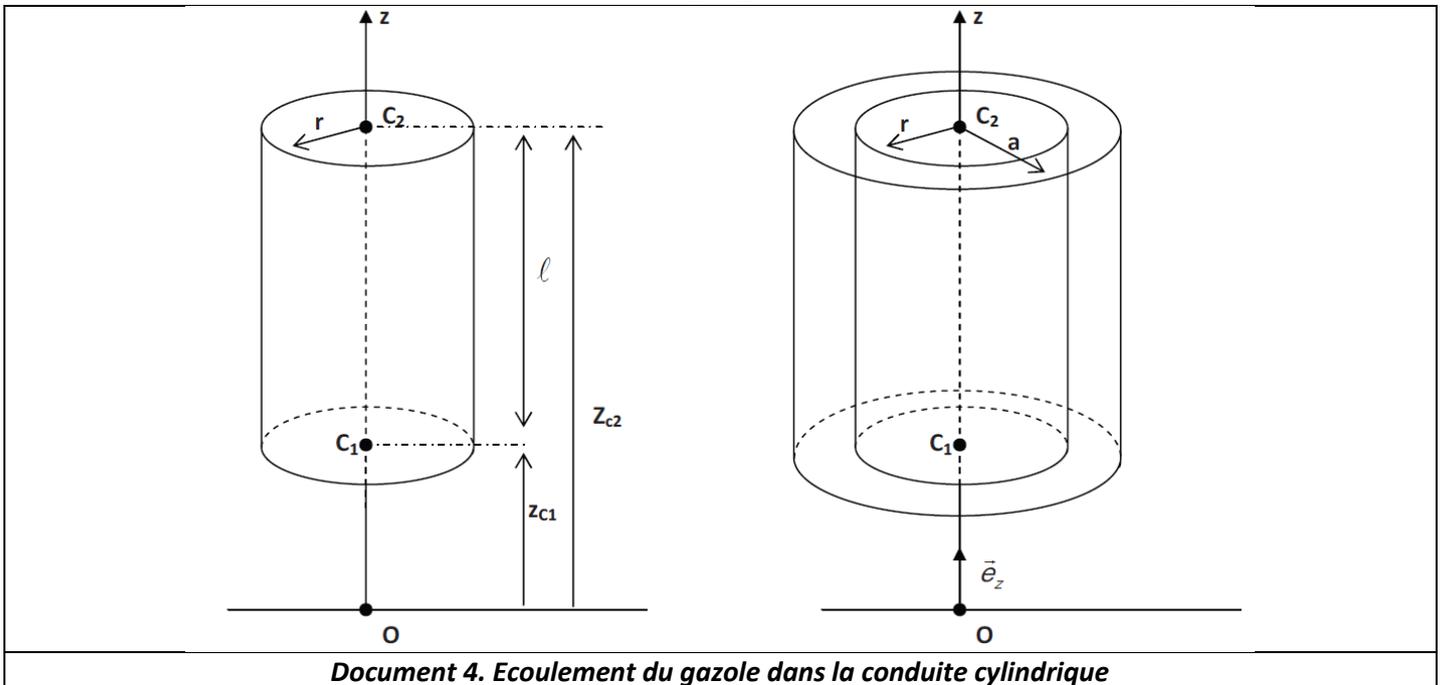
On accroche au niveau de B une conduite cylindrique verticale de grande longueur et de diamètre $d = 2a$. Le document 3 ne représente qu'une portion $l = C_1C_2$ de cette conduite.

L'étude de l'écoulement entre C_1 et C_2 nécessite alors la prise en compte de la dissipation d'énergie par frottement dû à la viscosité du gazole.

Dans la suite, on considère que le gazole est un fluide incompressible, de masse volumique constante ρ , de viscosité dynamique η , en écoulement laminaire stationnaire.



Le champ de vitesse est à symétrie cylindrique $\vec{v}(r) = v(r)\vec{u}_z$ avec $v(r) > 0$ (Document 4). La vitesse du fluide est nulle le long des parois et maximale sur l'axe de la conduite. Les pressions sont supposées constantes pour une altitude donnée : P_{C_1} est la pression en C_1 à l'altitude z_{C_1} , P_{C_2} est la pression en C_2 à l'altitude z_{C_2} .



On isole par la pensée un cylindre de fluide de rayon r inférieur à a et de longueur l . Ce cylindre subit des forces pressantes en C_1 et C_2 , notées \vec{F}_{S1} et \vec{F}_{S2} respectivement, des forces de pesanteur, notées \vec{F}_V , et des forces visqueuses modélisées par la loi suivante : $\vec{F}_\eta = \eta \frac{dv}{dr} \Sigma \vec{u}_z$ où Σ représente la surface latérale de contact entre le fluide contenu dans le cylindre et celui à l'extérieur du cylindre.

7) Donner l'expression des forces appliquées à ce cylindre, établir la relation suivante :

$$\frac{dV}{dr} = -\alpha r [(P_{C_1} + \rho g z_{C_1}) - (P_{C_2} + \rho g z_{C_2})]$$

avec α un facteur que l'on exprimera à l'aide de η et l . Commentez le signe de α .

8) Montrer que $V(r)$ s'écrit : $V(r) = V_{max} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$.

Exprimer V_{max} à l'aide de α , a et $[(P_{C_1} + \rho g z_{C_1}) - (P_{C_2} + \rho g z_{C_2})]$.

9) Déterminer l'expression du débit volumique Q_V à l'aide de a et V_{max} . On rappelle que lorsque la vitesse n'est pas uniforme sur une section, le débit volumique s'exprime : $Q_V = \iint_S \vec{V} \cdot \vec{dS}$

10) En déduire l'expression de la vitesse moyenne V_{moy} dans une section de la conduite, supposée alors uniforme sur la section, (encore appelée vitesse débitante) en fonction de V_{max} .

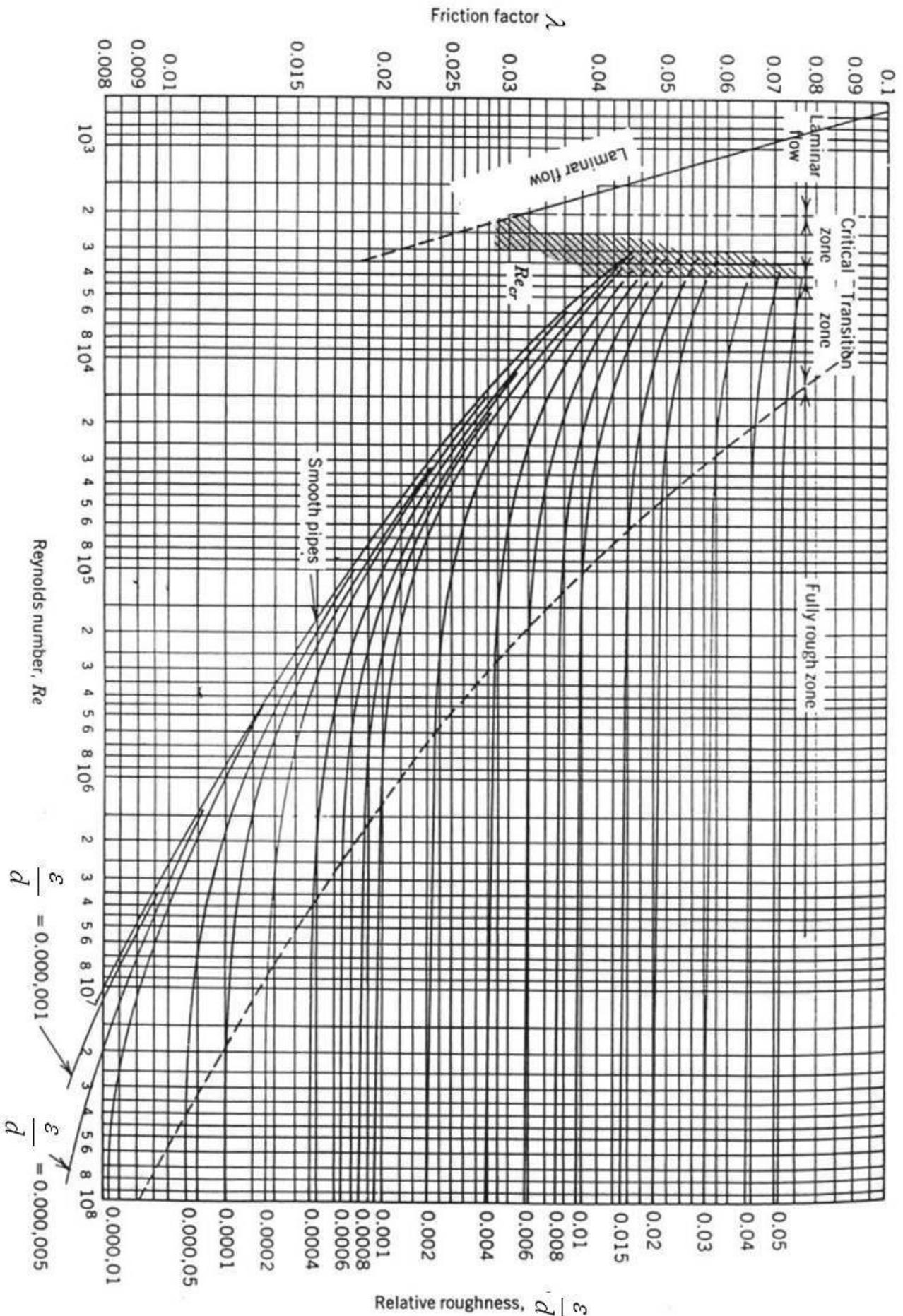
II .2) Prise en compte d'une perte de charge régulière

La « perte de charge régulière » (due à la dissipation d'énergie à cause des frottements visqueux) est définie par $\Delta P_{reg} = \lambda \frac{1}{2} \rho V_{moy}^2 \frac{L}{d}$ où λ est une constante sans dimension dépendant de la nature de l'écoulement et de la rugosité de la conduite, L la longueur de la conduite et d son diamètre.

11) Le nombre de Reynolds Re pour une conduite cylindrique est donné par : $Re = \frac{\rho V_{moy} d}{\eta}$. La rugosité de la conduite est estimée à $\varepsilon = 72 \mu m$. En utilisant l'abaque donnée en Document 5, déterminer la valeur de λ . L'hypothèse d'écoulement laminaire utilisée est-elle valide ?

12) La totalité des longueurs droites de la conduite vaut approximativement $L = 10m$.

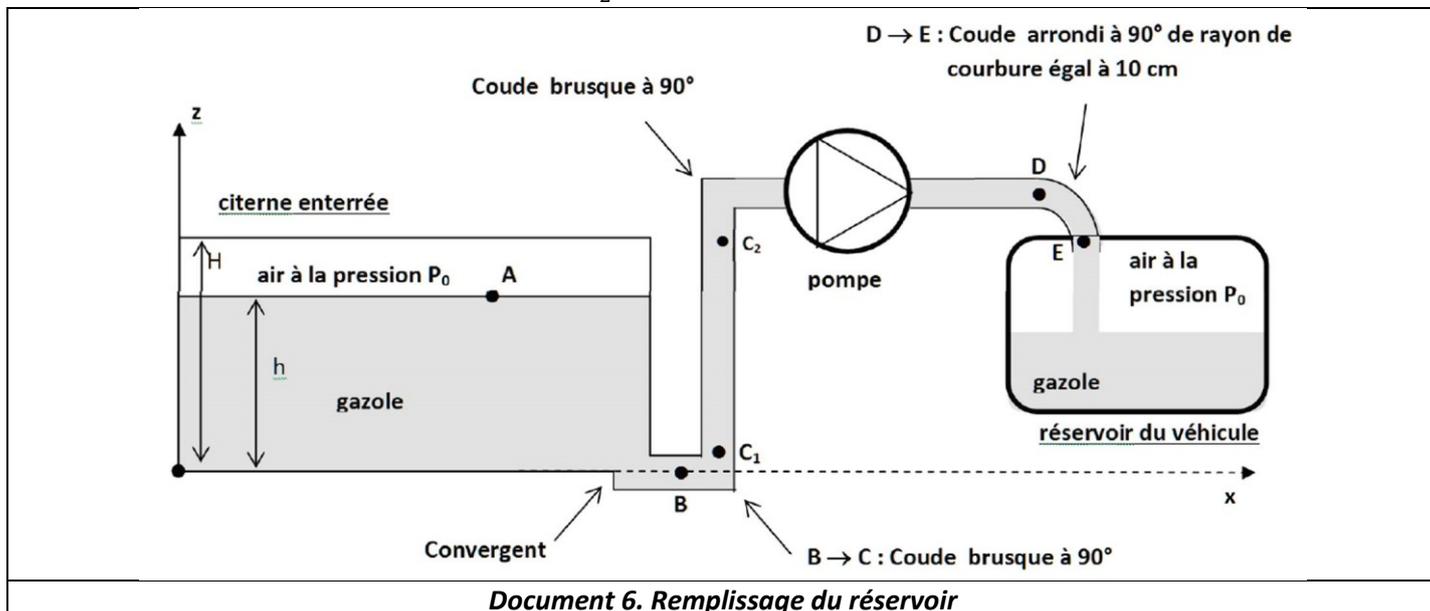
Calculer la valeur des pertes de charge régulières ΔP_{reg} .



Document 5. Diagramme de Moody

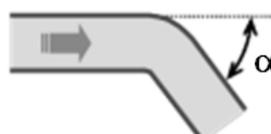
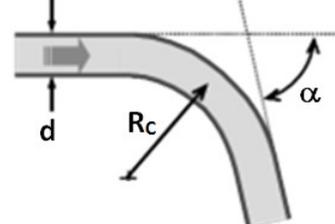
III) Remplissage du réservoir d'une voiture

On utilise une pompe centrifuge pour déplacer le gazole de la citerne au réservoir d'une voiture (Document 6). Le schéma suivant modélise simplement le circuit du fluide (la citerne étant enterrée, on a bien évidemment $z_E > z_A$). La « perte de charge singulière » (due à la dissipation d'énergie à cause des coudes, des raccords entre canalisations de diamètres différents...) est définie par $\Delta P_s = \frac{1}{2} K \rho V_{moy}^2$ avec $K_{pompe} = 6$.



Document 6. Remplissage du réservoir

13) En utilisant le Document 7, déterminer la valeur numérique du coefficient K_{total} correspondant à l'ensemble des singularités détaillées sur le schéma ci-dessus. On prendra soin de préciser les différents termes intervenant dans K_{total} .

<p>Coude brusque :</p>	<p>Coude arrondi de rayon de courbure R_C et de diamètre d (α est en degré) :</p>
 $K = \sin^2 \alpha + 2 \sin^4 \left(\frac{\alpha}{2} \right)$	 $K = \frac{\alpha}{180} \left(0,131 + 1,847 \left(\frac{d}{R_C} \right)^2 \right)$
<p>Document 7. Coefficient K pour les pertes de charge singulière</p>	

14) Calculer la valeur totale des pertes de charge singulières $\Delta P_{s,tot}$ à l'aide des données numériques fournies en fin de sujet.

15) Calculer le débit volumique dans les conduites Q_V à l'aide des données numériques fournies.

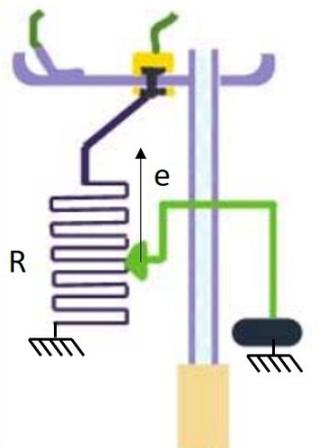
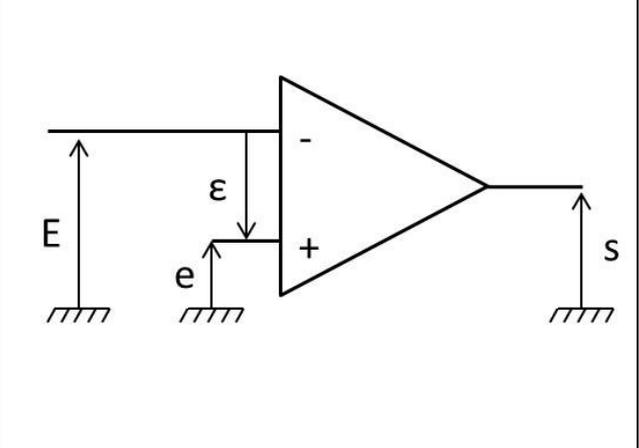
16) Sachant que la pompe a un rendement de $\sigma = 80\%$, déterminer l'expression de Φ_e , puissance électrique alimentant la pompe. Calculer Φ_e (on prendra $z_E - z_A = 5m$).

IV) Jauge à essence

La jauge de niveau de carburant est un dispositif électronique. Cette jauge constituée de deux parties et équipe tous les véhicules à moteur. C'est le fonctionnement combiné d'un indicateur présent sur le tableau de bord et d'un détecteur installé dans le réservoir de carburant qui permet d'indiquer en temps réel le volume de carburant restant au conducteur. Lorsque le niveau descend en dessous d'un certain seuil, un voyant s'allume pour prévenir le conducteur qu'il faut remplir le réservoir. Nous allons ici nous intéresser à l'allumage de ce voyant.

IV.1) Comparateur simple

La méthode la plus simple consisterait à utiliser le détecteur de niveau se trouvant dans le réservoir et de comparer sa valeur à une valeur de référence. Le Document 8 nous donne quelques informations sur le détecteur de niveau utilisé et le schéma du circuit d'allumage du voyant.

(a)		(b)	
Plage de valeurs de la résistance : $R = [0 ; 10] \Omega$ Courant débité dans le capteur : $I = 0,5 A$		Tension seuil d'allumage du voyant : $E = 4,5V$	
Document 8. Détecteur de niveau : (a) schéma du capteur de niveau, (b) schéma du circuit d'allumage du voyant			

17) Donner les valeurs de la tension e lorsque le réservoir est plein et lorsqu'il est vide. A quel niveau de remplissage du réservoir correspond la valeur de la tension de seuil E ?

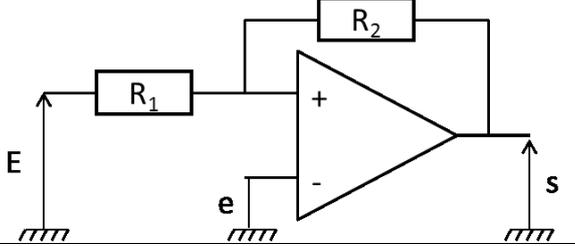
18) On suppose l'Amplificateur Linéaire Intégré (ALI) du Document 8 (b) idéal. Donner sa caractéristique. On notera $V_{sat} = 15V$ la valeur de sa tension de saturation positive.

19) Tracer alors la caractéristique du circuit proposé $s = f(e)$ en la justifiant. Expliquer alors comment fonctionne l'allumage du voyant.

20) Pourquoi n'utilise-t-on pas en pratique ce type de comparateur dit « à un seuil » ?

IV.2) Comparateur à hystérésis

En pratique, le circuit utilisé pourrait être plus proche de celui proposé en Document 9. On propose un allumage du voyant si le niveau du réservoir descend en dessous de 10% de sa capacité maximale. Mais celui-ci ne pourra s'éteindre que si le niveau remonte au-dessus des 20%.


Document 9. Comparateur à hystérésis

21) Quelles seraient alors les deux valeurs des tensions de seuil E_- et E_+ ?

Exprimer les tensions de seuil en fonction de E , V_{sat} , R_1 et R_2 .

22) Tracer la caractéristique du circuit proposé $s = f(e)$.

23) En déduire la valeur du rapport R_1/R_2 et de E .

Annexe 1. DonnéesSection de la citerne au point A : $S_A = 1,00m^2$ Section de l'ouverture au point B : $S_B = 1,00 \cdot 10^{-3}m^2$ Hauteur de la citerne : $H = 5m$ Rayon des sections des conduites et des coudes : $a = 1,80cm$ Intensité du champ de pesanteur : $g = 10m \cdot s^{-2}$ Masse volumique du gazole : $\rho = 840kg \cdot m^{-3}$ Viscosité dynamique du gazole : $\eta = 5 \cdot 10^{-3}kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$ Vitesse moyenne dans les conduites : $V_{moy} = 4,50m \cdot s^{-1}$ **Annexe 2. Aide aux calculs**

$16 \times 60 = 960$	$\sqrt{1,55} = 1,24$
$\frac{8,4 \times 4,5 \times 1,8}{5} = 13,6$	$\frac{2,4 \times 8,4 \times 4,5^2}{2 \times 3,6} = 57$
$0,131 + 1,847 \left(\frac{3,6}{10}\right)^{\frac{7}{2}} = 0,18$	$\frac{9,6 \times 8,4 \times 4,5^2}{2} = 8,2 \cdot 10^2$
$\pi \times 1,8^2 \times 4,5 = 46$	$8,4 \times 5 = 42$
$8,4 \times 4,5^2 = 1,7 \cdot 10^2$	$\frac{4,6}{0,8} = 5,8$
$1,9 \times 5,8 = 11$	$\frac{1}{59} = 1,7 \cdot 10^{-2}$

Deuxième partie : Pistolet à essence

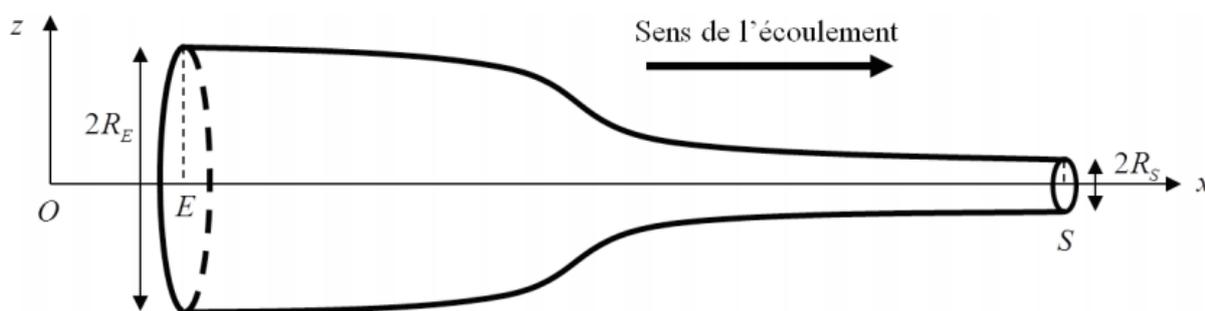
Jusque dans les sixties, le pistolet des pompes à essence n'était qu'un robinet. C'est alors que M. Ehler, fils du fondateur d'Elaflex (fabricant de conduits flexibles, à Plettenberg, Allemagne), se préoccupe d'automatiser ce composant. Qui sort de ses mains dans sa forme quasi définitive : une poignée démarrant le remplissage ; un détecteur stoppant le débit juste avant que le réservoir ne déborde. Aujourd'hui encore, Elaflex équipe 95 % des stations-service européennes ! [...] Comment ça marche ? Le débit de carburant crée une dépression au niveau du siège du clapet. Effet Venturi. Dans l'embout du pistolet est ménagé un canal, par lequel s'engouffre l'air, compensant la dépression. Dès que ce tuyau se trouve obstrué par l'essence, l'arrivée d'air est immédiatement interrompue, le vide se fait instantanément et une membrane déclenche la fermeture.

Document 10. Le pistolet à essence : une « arme » de précision

Source : <https://www.industrie-techno.com/article/le-pistolet-a-essence-une-arme-de-precision.14701>

I) Etude de l'effet Venturi

On considère l'écoulement stationnaire d'un fluide (de masse volumique μ) dans une conduite horizontale dont la section diminue dans le sens de l'écoulement (Document 11).



Document 11. Effet Venturi

On note v_E et v_S (respectivement P_E et P_S) les vitesses du fluide (respectivement les pressions) aux points E et S de l'écoulement.

24) Exprimer le débit massique D_m en fonction de μ , v_E et R_E .

25) En déduire l'expression de la vitesse v_S de l'écoulement en sortie en fonction de v_E , R_E et R_S .

26) Appliquer la relation de Bernoulli sur une ligne de courant qu'on précisera. En déduire que la variation de pression, entre E et S , s'écrit :

$$\Delta P = P_S - P_E = \frac{D_m^2}{2\pi^2\mu} \left(\frac{1}{R_E^4} - \frac{1}{R_S^4} \right)$$

27) Justifier que, dans le cas où la section de la conduite diminue, la pression diminue également. C'est l'effet Venturi.

II) Application au pistolet à essence

L'arrêt automatique du pistolet à essence lorsque le réservoir est rempli fonctionne exactement sur le même principe. Le Document 13 présente un schéma d'un pistolet à essence commercialisé par la marque Elaflex.

28) En vous aidant des Documents 13, 14, 15 et des données du document 12, expliquer le fonctionnement de l'arrêt automatique du pistolet à essence.

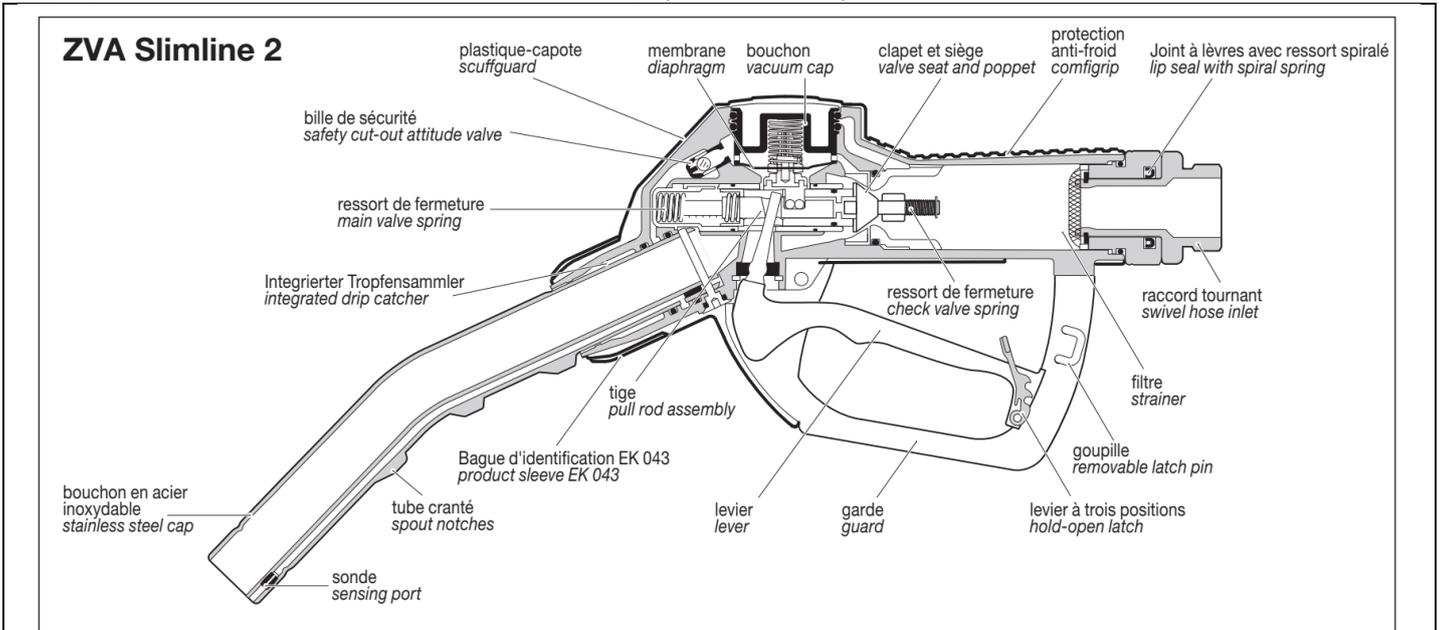
On pourrait imaginer remplacer le système précédent par un régulateur électronique. Un capteur de niveau se situant dans le réservoir du véhicule (ou dans le pistolet) pourrait, par exemple, transmettre une information à la pompe pour qu'elle stoppe le remplissage.

29) Pourquoi cela ne se fait-il pas en pratique ?

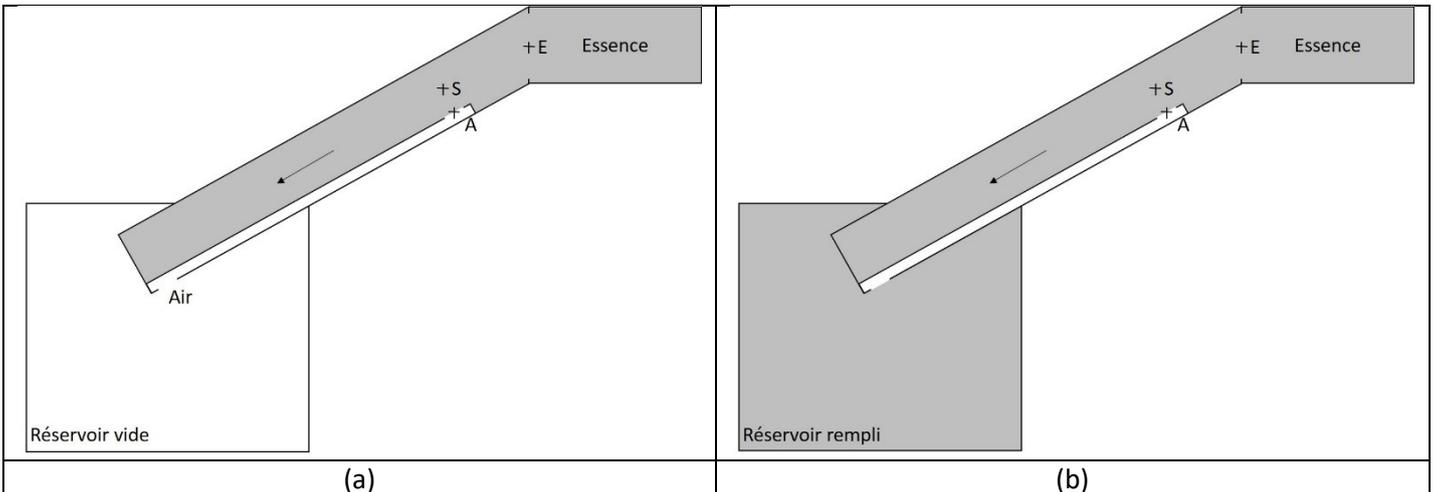
Masse volumique de l'air à 20°C : $\mu_{air} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Masse volumique de l'essence (sans plomb 95) : $\mu_{95} = 750 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

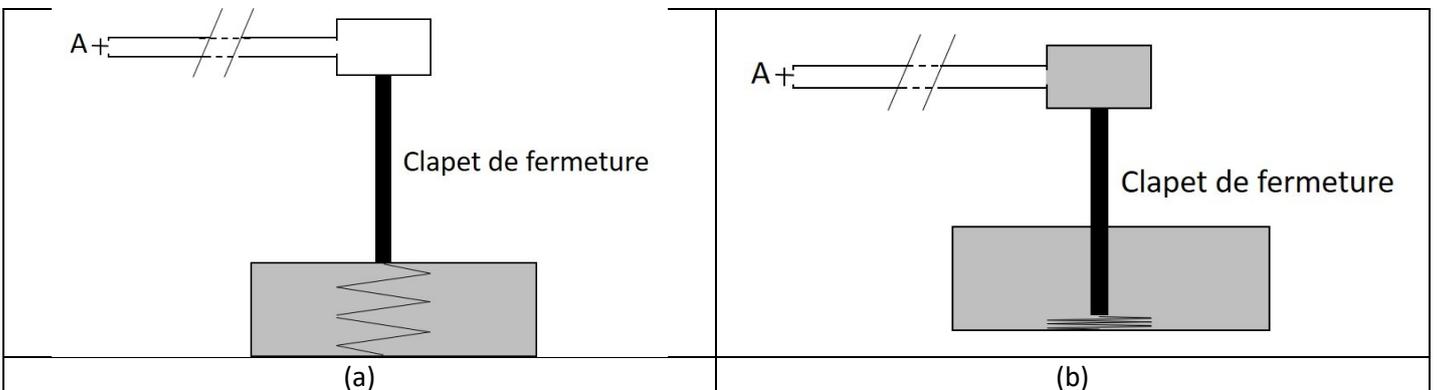
Document 12. Données



Document 13. Pistolet à essence « ZVA Slimline 2 » de Elaflex
 Source : Pistolets de distribution et accessoires, Elaflex



Document 14. Bec du pistolet à essence lorsque (a) le réservoir de la voiture est vide, (b) le réservoir de la voiture est plein.



Document 15. Position du clapet de fermeture lorsque (a) le réservoir de la voiture est vide, (b) le réservoir de la voiture est plein. Un fin tuyau provenant du point A du document 11 est représenté dans chacun des cas.

Troisième partie : Pollution de l'air

I) Etude de polluants azotés

La transformation suivante est une des nombreuses transformations se déroulant dans les gaz d'échappement des moteurs à explosion : $NO_2 + CO \rightarrow NO + CO_2$

On souhaite étudier la cinétique de la transformation. Dans ce but, on réalise plusieurs expériences à différentes concentrations initiales et on mesure la vitesse initiale de la réaction. Les résultats sont reportés dans le document 16.

Expérience	Concentration initiale en NO_2 ($mol.L^{-1}$)	Concentration initiale en CO ($mol.L^{-1}$)	Vitesse initiale ($mol.L^{-1}.s^{-1}$)
1	0,1	0,1	$0,5.10^{-2}$
2	0,1	0,4	$8,0.10^{-2}$
3	0,2	0,1	$0,5.10^{-2}$

Document 16. Etude de la cinétique

30) Déterminer les ordres partiels initiaux par rapport à chacun des réactifs. Donner une valeur numérique de la constante de vitesse.

II) Etude de la pollution de l'air par le dioxyde de soufre

31) Donner les configurations électroniques dans l'état fondamental des atomes d'oxygène et de soufre. Que peut-on en déduire sur les positions relatives de ces deux éléments dans la classification périodique ?

32) Le soufre peut former 2, 4 ou 6 liaisons alors que l'oxygène ne peut en former que 2. Expliquer.

33) Donner une représentation de Lewis de la molécule de dioxyde de soufre SO_2 .

On introduit dans une cuve 100 litres d'air prélevé au cœur de Paris. On y ajoute 100 mL d'eau (SO_2 est un gaz totalement soluble dans l'eau dans ces conditions). On obtient $V_A = 100mL$ d'une solution aqueuse (A) de SO_2 dissous à laquelle on ajoute $V_0 = 2mL$ de diiode I_2 à $C_0 = 10^{-3}mol.L^{-1}$. La température est égale à 298 K.

34) Ecrire les demi-équations électroniques des 2 couples oxydant-réducteurs mis en jeu. En déduire l'équation bilan de la réaction.

35) Donner les expressions des potentiels correspondant aux demi-équations précédentes. En déduire l'expression de sa constante d'équilibre en fonction des potentiels standard des couples oxydant-réducteur mis en jeu.

36) Calculer cette constante d'équilibre à 298 K. Conclure.

On dose le diiode en excès par du thiosulfate de sodium ($2Na^+, S_2O_3^{2-}$) à la concentration $C_1 = 10^{-4}mol.L^{-1}$. Le volume à l'équivalence est $V_E = 34,8mL$.

37) Ecrire l'équation bilan de la réaction de dosage du diiode en excès par le thiosulfate.

38) Donner l'expression littérale du nombre de moles de diiode dosé par le thiosulfate.

39) Donner une expression littérale du nombre de moles de dioxyde de soufre qui a réagi.

40) En déduire la concentration C_A de SO_2 dans la solution (A).

41) Calculer la concentration de $SO_{2(g)}$ dans l'air de Paris.

42) La valeur limite est de $410\mu g$ de $SO_{2(g)}$ par m^3 d'air (moyenne horaire à ne pas dépasser plus de 12h par an). Conclure sur l'air prélevé à Paris ce jour là.

Constante des gaz parfaits : $R = 8.31J.K^{-1}.mol^{-1}$

Constante de Faraday : $F = 96500C.mol^{-1}$

Numéros atomiques : $Z(O) = 8$; $Z(S) = 16$

Masses molaires en $g.mol^{-1}$: $M(O) = 16$; $M(S) = 32$

Potentiels standards à 298 K : $E_1^0(SO_4^{2-}/SO_2) = 0,17V$; $E_2^0(I_2/I^-) = 0,62V$; $E_3^0(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}) = 0,09V$

Document 17. Données

Quatrième partie : Etude d'une turbine

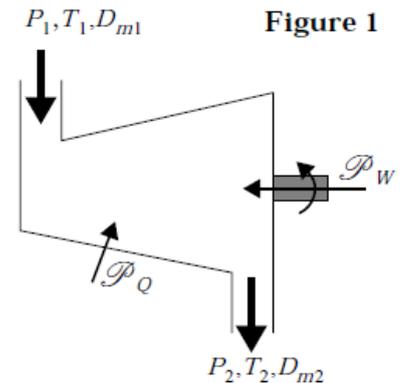
I) Etude des ordres de grandeur

I.1) Premier principe pour un système ouvert

Dans une turbine, un fluide passe des conditions (pression P_1 , température T_1 , vitesse v_1 , enthalpie massique h_1) à l'entrée aux conditions (pression P_2 , température T_2 , vitesse v_2 , enthalpie massique h_2) à la sortie (Figure 1).

Dans la turbine, le fluide reçoit algébriquement de l'extérieur une puissance mécanique P_W (cette puissance mécanique n'inclut pas la puissance des forces de pression au niveau des surfaces d'entrée et de sortie) et une puissance thermique P_Q (Figure 1).

On néglige toute variation d'énergie potentielle gravitationnelle et on se place en régime permanent.



43) Pourquoi peut-on considérer que les débits massiques entrant D_{m1} et sortant D_{m2} (masse de fluide entrant ou sortant par unité de temps) sont égaux. On pose $D_{m1} = D_{m2} = D_m$.

44) Montrer que l'application du premier principe de la thermodynamique appliqué à un système que l'on précisera soigneusement, permet d'établir l'expression suivante :

$$\left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) = w_i + q_e$$

Avec : - q_e transfert thermique massique reçu par le fluide de l'extérieur

- w_i travail massique indiqué reçu par le fluide de l'extérieur

45) En déduire l'expression suivante : $D_m \left(\left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) \right) = P_W + P_Q$

Une très grande attention sera apportée aux explications fournies.

I.2) Application numérique

Une aide aux calculs se trouve en Annexe 3.

Une turbine à vapeur fonctionne dans les conditions suivantes :

Entrée : $P_1 = 60 \text{ bar}$; $T_1 = 713 \text{ K}$; $v_1 = 160 \text{ m.s}^{-1}$; $h_1 = 3273,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$

Sortie : $P_2 = 0,95 \text{ bar}$; $v_2 = 80 \text{ m.s}^{-1}$; $h_2 = 2673,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$

Pour un débit massique $D_m = 20 \text{ kg.s}^{-1}$, le fluide fournit une puissance $(-P_W) = 1,2 \times 10^6 \text{ W}$.

46) La puissance thermique vaut : $P_Q = -7,8 \times 10^3 \text{ W}$. Préciser le sens de ce transfert thermique.

47) Calculer le rapport $\left| \frac{P_Q}{P_W} \right|$. Commenter.

48) Calculer le rapport $\left| \frac{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}}{h_2 - h_1} \right|$. Commenter.

Dans toute la suite de ce problème :

- on considérera une turbine à gaz simple puis un turboréacteur dans lesquels l'air en entrée ou les gaz brûlés en sortie seront assimilés à des gaz parfaits de masse molaire M , de capacités thermiques massiques à volume constant c_V et à pression constante c_P (c_V et c_P sont supposées constantes, indépendantes de la température).

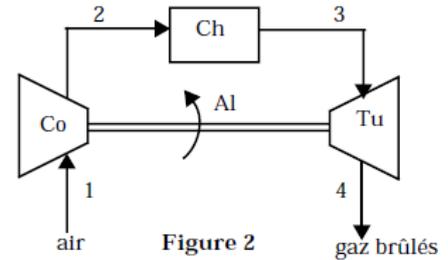
On donne :

$$c_P = 1,0087 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad ; \quad \gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1,4 \quad ; \quad r = \frac{R}{M} = 0,2882 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

On utilisera la relation de la question 44 ; tous les travaux définis dans les paragraphes suivants n'incluront jamais le travail des forces de pression au niveau des surfaces d'entrée et de sortie des dispositifs considérés.

II) Étude d'une turbine fonctionnant suivant un cycle de Joule (ou cycle Brayton)

La Figure 2 schématise le fonctionnement d'une turbine à gaz : elle comprend un compresseur Co qui puise l'air dans l'atmosphère, une chambre de combustion Ch (dans laquelle l'air est brûlé par un carburant dont on négligera le débit massique) et une turbine Tu alimentée par les gaz chauds issus de la chambre de combustion ; la turbine entraîne le compresseur à l'aide d'un arbre de liaison Al .



II.1) Fonctionnement réversible

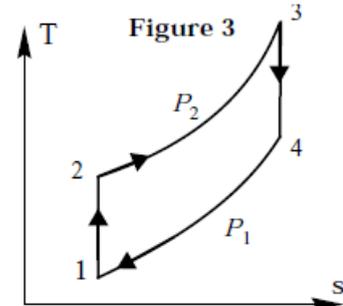
La Figure 3 (entropie massique en abscisse, température en ordonnée) donne les éléments du cycle qui commande un fonctionnement idéal du dispositif :

- $1 \rightarrow 2$: évolution isentropique dans le compresseur Co durant laquelle l'air reçoit, par unité de masse, le travail w_C .

- $2 \rightarrow 3$: évolution isobare à la pression constante P_2 pendant la combustion qui fournit au gaz, par unité de masse, le transfert thermique q_E .

- $3 \rightarrow 4$: évolution isentropique dans la turbine Tu durant laquelle les gaz brûlés reçoivent algébriquement par unité de masse, le travail w_T . Ce travail sert en partie à faire fonctionner le compresseur et le reste est disponible pour le milieu extérieur.

- $4 \rightarrow 1$: évolution isobare à la pression constante P_1 lors de l'éjection des gaz brûlés qui reçoivent algébriquement, par unité de masse, le transfert thermique q_S .



49) Montre que l'entropie massique de l'air à la température T et à la pression P , notée $s(T,P)$, en fonction de l'entropie massique à la température T_0 et la pression P_0 notée $s(T_0,P_0) = s_0$ de T_0 et P_0 peut s'écrire :

$$s(T,P) = s_0 + c_p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - r \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

50) En déduire qu'une évolution isobare se représente comme une exponentielle conformément au cycle tracé dans le diagramme (T,s) en Figure 3.

51) Représenter le cycle de Joule en diagramme de Clapeyron. On justifiera l'allure de chaque courbe. On précisera les valeurs se trouvent en abscisse et ordonnées du diagramme.

52) En utilisant la relation obtenue à la question 44 et en négligeant les variations d'énergie cinétique, exprimer les travaux w_C et w_T ainsi que les transferts thermiques q_E et q_S en fonction de c_p et des températures T_1, T_2, T_3, T_4 correspondant respectivement aux points (1), (2), (3), (4) de la Figure 3.

53) Exprimer les températures T_4 et T_2 en fonction de T_1, T_3, P_1 et P_2 .

54) Quel est, en fonction de w_C et w_T , le travail fourni par unité de masse par le système au milieu extérieur au cours d'un cycle ?

55) On définit le rendement thermodynamique η de la turbine à gaz par : $\eta = \frac{w}{q_E}$. Expliquer. Déterminer l'expression de η en fonction des températures T_1, T_2, T_3, T_4 puis en fonction des seules températures T_1 et T_2 .

56) Application numérique : on donne :

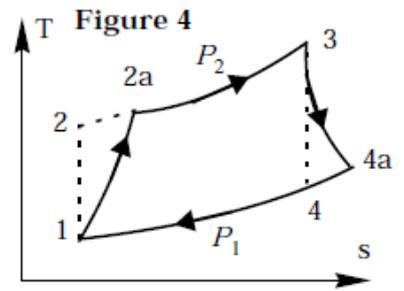
$$P_1 = 1,03 \text{ bar} \quad ; \quad T_1 = 300 \text{ K} \quad ; \quad P_2 = 10,3 \text{ bar} \quad ; \quad T_2 = 579 \text{ K} \quad ; \quad T_3 = 1300 \text{ K}$$

Calculer le rendement η .

II.2) Fonctionnement irréversible

En fait, le compresseur et la turbine ont des fonctionnements irréversibles et le cycle réel des gaz dans la turbine est représenté Figure 4 (états (1) et (3) inchangés) :

- 1 → 2a : l'évolution de l'air dans le compresseur *Co* reste adiabatique mais n'est plus isentropique ; l'air y reçoit, par unité de masse, le travail w_{Ca} .
- 2a → 3 : pendant la combustion, l'évolution reste isobare à la pression constante P_2 ; le gaz reçoit, par unité de masse, le transfert thermique q_{Ea} .
- 3 → 4a : l'évolution des gaz dans la turbine *Tu* reste adiabatique mais n'est plus isentropique ; les gaz brûlés reçoivent algébriquement, par unité de masse, le travail w_{Ta} .
- 4a → 1 : lors de l'éjection des gaz brûlés, l'évolution reste isobare à la pression P_1 ; les gaz reçoivent algébriquement, par unité de masse, le transfert thermique q_{Sa} .



On définit les efficacités η_C et η_T (η_C et η_T sont inférieures à l'unité) respectives du compresseur et de la turbine par

$$\eta_C = \frac{w_C}{w_{Ca}} \quad \text{et} \quad \eta_T = \frac{w_{Ta}}{w_T}$$

La relation obtenue à la question 44 est toujours valable et les variations d'énergie cinétique restent négligeables.

57) Expliquer pourquoi les points (2a) et (4a) se situent respectivement à droite des points (2) et (4) sur la Figure 4.

58) Exprimer le rendement η_a de cette turbine à gaz en fonction des températures T_1, T_{2a}, T_3, T_{4a}

59) Exprimer la variation d'entropie massique Δs_{Ca} du gaz pendant l'évolution 1 → 2a en fonction de T_1, T_{2a}, r, c_p et du rapport des pressions $\alpha = \frac{P_2}{P_1}$.

Exprimer de même la variation d'entropie massique Δs_{Ta} du gaz pendant l'évolution 3 → 4a en fonction de T_3, T_{4a}, α, r et c_p .

60) Que peut-on dire du signe des variations d'entropie précédentes ? En déduire l'expression de l'entropie créée sur les deux étapes précédentes.

Annexe 3. Aide aux calculs

$\frac{7,8}{1,2} = 6,5$	$\frac{3 \times 8^2}{2} = 96$
$\frac{96}{6} = 16$	$\frac{3}{5,79} = 0,62$