

# Electrostatique

## Extrait du programme

La partie **1** présente les lois quantitatives qui régissent le champ électrostatique. Les notions abordées sont centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. Pour le champ électrique et le potentiel, on se limite aux expressions explicites dans le cas de charges ponctuelles et sous forme intégrale dans le cas de distributions continues.

L'accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss (admis) pour des situations présentant un haut degré de symétrie. Une antisymétrie est la composée d'une symétrie plane et d'une opération de conjugaison de charge.

Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentielles sont développées.

Le condensateur plan est introduit mais l'étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève pas du programme.

Une approche énergétique est conduite dans un cas simple : une charge ponctuelle placée dans un champ électrique extérieur.

Les analogies avec la gravitation sont centrées sur l'application du théorème de Gauss.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Électrostatique</b>	
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition.	Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques.
Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométries simples.
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique. Opérateur gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Connaître l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes. Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un

	haut degré de symétrie.
Cas de la sphère, du cylindre « infini » et du plan « infini ».	Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre « infini » uniformément chargé en volume et par un plan « infini » uniformément chargé en surface. Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.
Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords.
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.	Orienter les lignes de champ électrostatique créées par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement. Relier les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. <b>Approche numérique</b> : représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentielles.
Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.	Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.
Analogies avec la gravitation.	Transposer le théorème de Gauss au cas de la gravitation.

## Sommaire

- 1 Champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges**
  - 1.1 Charges électriques
  - 1.2 Loi de Coulomb
  - 1.3 Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle
  - 1.4 Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles
- 2 Distributions continues de charges**
  - 2.1 Distribution volumique de charges électriques
  - 2.2 Distribution surfacique de charges électriques
  - 2.3 Distribution linéique de charges électriques
  - 2.4 Calcul du champ électrostatique
- 3 Symétries et invariances du champ électrostatique**
  - 3.1 Principe de Curie
  - 3.2 Symétries de la distribution de charges
  - 3.3 Invariances de la distribution de charges
  - 3.4 Topographie du champ électrostatique
- 4 Théorème de Gauss**
  - 4.1 Flux du champ électrostatique
  - 4.2 Cas d'une charge ponctuelle
  - 4.3 Théorème de Gauss
  - 4.4 Topographie du champ électrostatique
  - 4.5 Théorème de Gauss pour la gravitation
- 5 Distributions à haut degré de symétrie**
  - 5.1 Méthode de résolution
  - 5.2 Sphère uniformément chargée en volume
  - 5.3 Cylindre « infini » uniformément chargé en volume
  - 5.4 Plan « infini » uniformément chargé en surface
- 6 Potentiel électrostatique**
  - 6.1 Relations intégrales
  - 6.2 Relations locales
  - 6.3 Topographie du champ électrostatique
- 7 Étude du condensateur plan**
  - 7.1 Description
  - 7.2 Champ électrique entre les armatures
  - 7.3 Capacité du condensateur
  - 7.4 Aspect énergétique
- 8 Questions de cours**
- 9 Questions à choix multiples**
- 10 Exercices d'application directe du cours**
  - 10.1 Distributions continues de charges
  - 10.2 Symétries de la distribution de charges
  - 10.3 Invariance de la distribution de charges
  - 10.4 Géométrie des lignes de champ et surfaces équipotentiels
  - 10.5 Relation potentiel-champ
  - 10.6 Cas d'une masse ponctuelle
- 11 Exercices type écrit**
  - 11.1 CCINP TSI 2019 (à rendre en DM pour le 16/12/2019)
  - 11.2 Centrale TSI 2018 (à rendre en DM pour le 06/01/2020)

## **12 Exercices type oral**

**12.1 Vitesse d'un électron en orbite circulaire**

**12.2 Carré de 4 charges**

**12.3 Champ créé par un segment et un disque uniformément chargés**

**12.4 Etude d'un canon à électrons d'un oscilloscope cathodique (CCP TSI 2014)**

**12.5 Différents types de condensateurs**

**12.6 Lignes de champ**

## 5 Distributions à haut degré de symétrie

### 5.1 Méthode de résolution

Méthode de résolution (en utilisant le théorème de Gauss) :

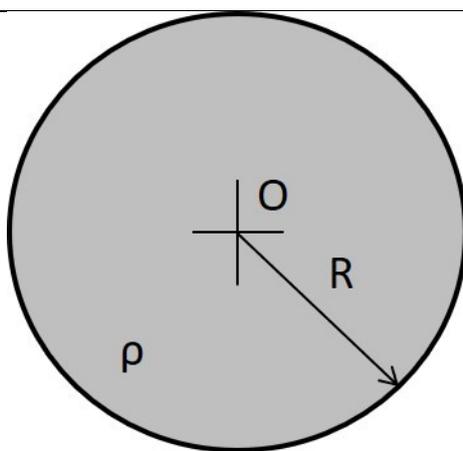
- 1- Rechercher les symétries et invariances.
- 2- Choisir la surface fermée de Gauss
- 3- Calcul du champ électrostatique

### 5.2 Sphère uniformément chargée en volume

On considère une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  contenant une densité volumique de charge uniforme  $\rho$ . On désire établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace.

On se place dans une base sphérique.

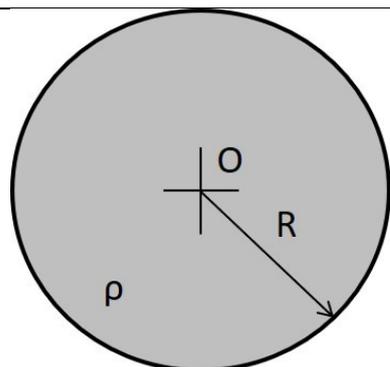
#### 5.2.1 Symétries et invariances



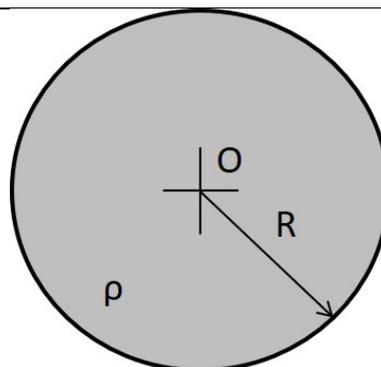
Symétries :

Invariances :

#### 5.2.2 Surface de Gauss



$r > R$



$r < R$

### 5.2.3 Théorème de Gauss

Calcul du flux :

Calcul de la charge intérieure :

Soit pour le champ électrostatique :

### 5.2.4 Graphe du champ électrostatique

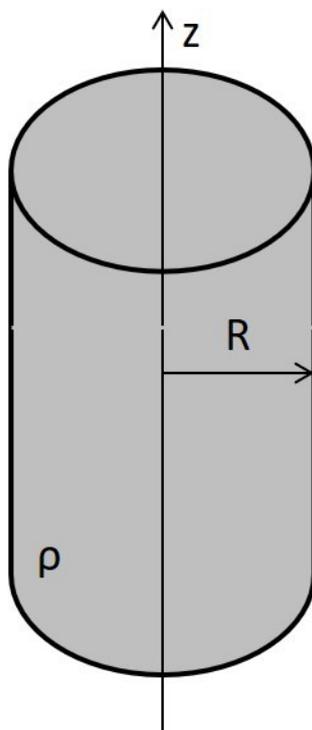
Remarque :

### 5.3 Cylindre « infini » uniformément chargé en volume

On considère un cylindre infini d'axe  $Oz$  et de rayon  $R$  contenant une densité volumique de charge uniforme  $\rho$ . On désire établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace.

On se place dans une base cylindrique.

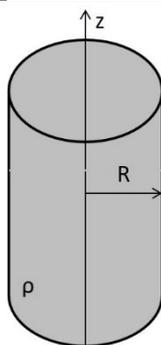
#### 5.3.1 Symétries et invariances



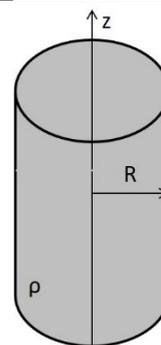
Symétries :

Invariances :

#### 5.3.2 Surface de Gauss



$r > R$



$r < R$

### 5.3.3 Théorème de Gauss

Calcul du flux :

Calcul de la charge intérieure :

Soit pour le champ électrostatique :

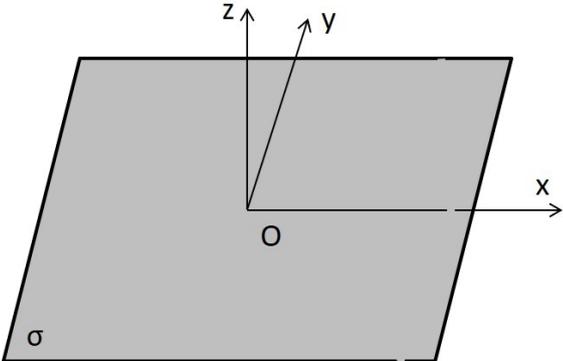
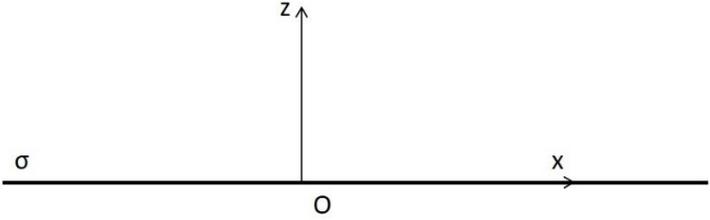
### 5.3.4 Graphe du champ électrostatique

## 5.4 Plan « infini » uniformément chargé en surface

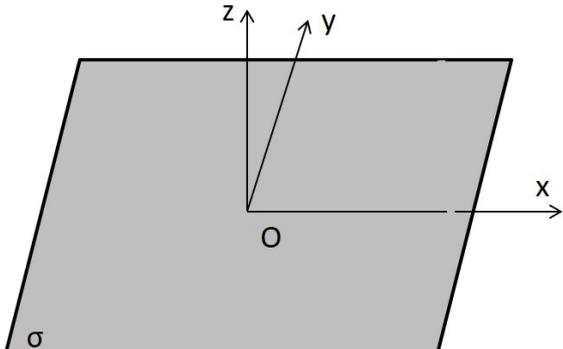
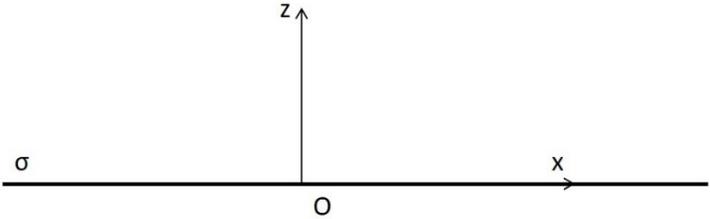
On considère un plan infini assimilé à  $xOy$  contenant une densité surfacique de charge uniforme  $\sigma$ . On désire établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace.

On se place dans une base cartésienne.

### 5.4.1 Symétries et invariances

	
<p><u>Symétries</u> :</p>	
<p><u>Invariances</u> :</p>	
<p><u>Parité</u> :</p>	

### 5.4.2 Surface de Gauss

	
---	--

### 5.4.3 Théorème de Gauss

Calcul du flux :

Calcul de la charge intérieure :

Soit pour le champ électrostatique :

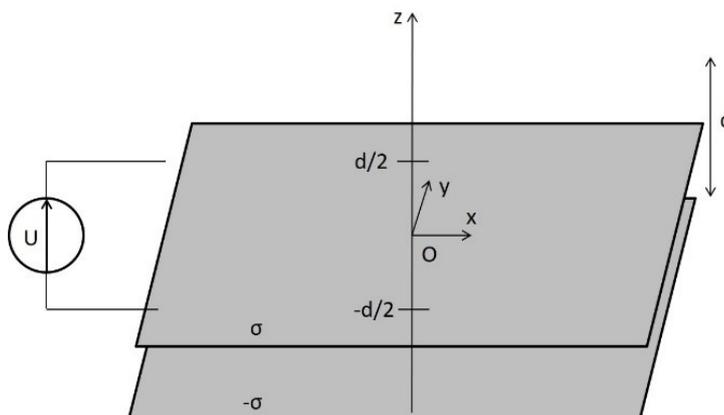
### 5.4.4 Graphe du champ électrostatique

## 7 Étude du condensateur plan

### 7.1 Description

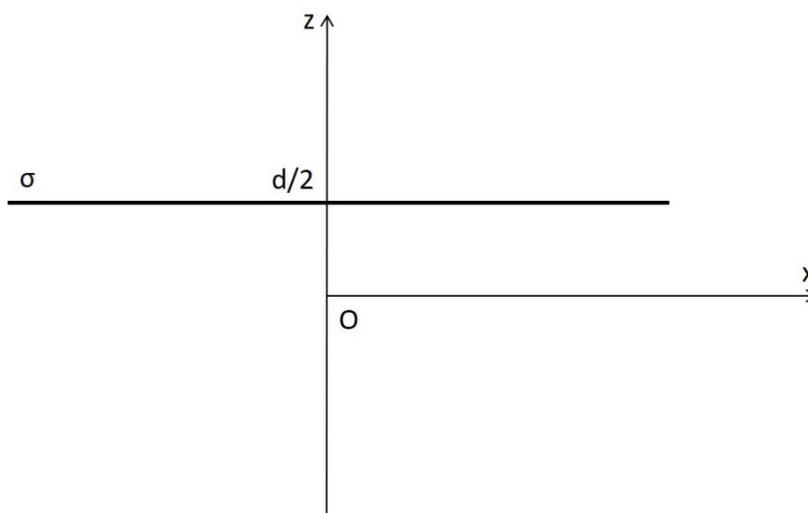
Un condensateur plan est constitué de deux armatures conductrices qui se font face. Ici, on supposera que ce sont des carrés d'axe  $Oz$  et d'aire  $S$  séparés par une distance  $d$ , appelée écartement. L'écartement est très faible devant les dimensions latérales, ce qui revient à supposer deux plans infinis chargés en surface. L'armature en  $z = \frac{d}{2}$  est chargée positivement de densité de charge surfacique  $\sigma$  et l'armature en  $z = -\frac{d}{2}$  est chargée négativement de densité de charge surfacique  $-\sigma$ .

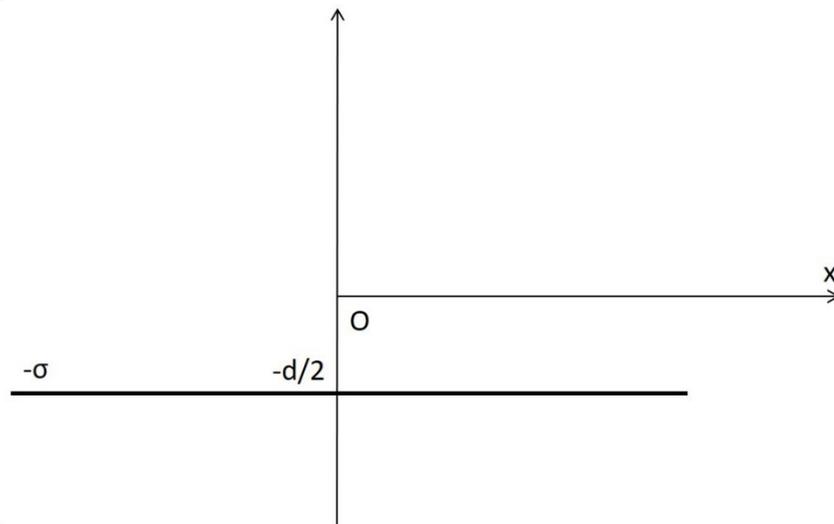
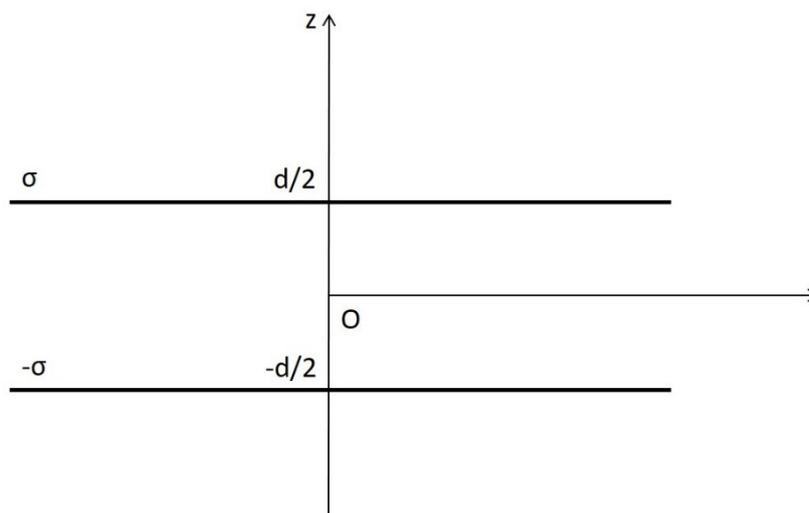
Lorsque ce composant est branché sur un générateur, qui impose une différence de potentiel  $U$  entre les deux armatures, un champ électrique apparaît dans l'espace inter-armatures.



### 7.2 Champ électrique entre les armatures

#### 7.2.1 Etude de l'armature supérieure



**7.2.2 Etude de l'armature inférieure****7.2.3 Champ électrostatique entre les armatures**

## 8 Questions de cours

- 1) Donner la loi de Coulomb en expliquant tous les termes entrant dans sa composition. Donner son analogie avec la force gravitationnelle.
- 2) Donner l'expression du champ électrostatique créé par une charge ponctuelle. Quelle est son unité ? Comment est-elle modifiée dans le cas où la distribution de charges est composée de plusieurs charges ponctuelles ?
- 3) Donner la définition des densités volumiques, surfaciques et linéiques de charge. Pour chacune de ces distributions, donner l'expression du champ électrostatique.
- 4) Donner le principe de Curie. Définir les notions de plans de symétrie et d'anti-symétrie pour la distribution de charges. Quelle est la conséquence pour le champ électrostatique ?
- 5) Citer deux types d'invariances de la distribution de charge et leur conséquence sur le champ électrostatique.
- 6) Donner deux relations entre champ électrostatique et potentiel électrostatique. L'une utilisera une notation intégrale et l'autre locale.
- 7) Donner la valeur du potentiel électrostatique créé au point M par une charge ponctuelle.
- 8) Énoncer le théorème de Gauss. Donner son analogie pour la gravitation.
- 9) Établir l'expression du champ électrostatique créé par une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  contenant une densité volumique de charge uniforme  $\rho_0$
- 10) Redémontrer l'expression du champ électrostatique créé par un cylindre infini d'axe  $Oz$  et de rayon  $R$  contenant une densité volumique de charge uniforme  $\rho_0$
- 11) Redémontrer l'expression du champ électrostatique créé par un plan infini assimilé à  $xOy$  contenant une densité surfacique de charge uniforme  $\sigma_0$ .
- 12) Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide, le condensateur étant composé de deux plan infini chargés surfaciquement, de charges opposées.
- 13) Définir les notions suivantes : lignes de champ, tubes de champ et surfaces équipotentielles. Donnez-en quelques propriétés.
- 14) Donner l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une charge.

## 9 Questions à choix multiples

## 10 Exercices d'application directe du cours

### 10.1 Distributions continues de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  chargé uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . Donner la charge totale contenue dans ce cylindre.
- 2) Soit une sphère de rayon  $r$  chargée uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . Donner la charge totale contenue dans cette sphère.
- 3) Soit deux plans parallèles infini d'équations respectives  $z = a/2$  et  $z = -a/2$ , entre lesquels se trouve une distribution volumique de charge uniforme de valeur  $\rho$ . On suppose que la distance entre les deux plans est très faible devant leur dimension latérale. Exprimer la densité surfacique de charge  $\sigma$  en fonction de  $\rho$ .
- 4) Soit un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  chargé uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . On suppose que le rayon  $r$  est très faible devant sa hauteur. Le cylindre peut donc être confondu avec un fil de longueur  $h$  et de densité linéique de charge  $\lambda$ . Exprimer la densité linéique de charge  $\lambda$  en fonction de  $\rho$ .

### 10.2 Symétries de la distribution de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon  $a$  et de hauteur infinie chargé uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point  $M$  situé à une distance  $r$  de l'axe du cylindre ?
- 2) Soit une sphère de rayon  $a$  chargée uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point  $M$  situé à une distance  $r$  du centre de la sphère ?
- 3) Soit un plan infini chargé uniformément en surface de densité surfacique de charge  $\sigma$ . Déterminer les plans de symétrie de la distribution de charges. Que peut-on en déduire sur la direction du champ électrostatique en un point  $M$  situé à une distance  $z$  du plan ?

### 10.3 Invariance de la distribution de charges

- 1) Soit un cylindre de rayon  $a$  et de hauteur infinie chargé uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?
- 2) Soit une sphère de rayon  $a$  chargée uniformément en volume de densité volumique de charge  $\rho$ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?
- 3) Soit un plan infini chargé uniformément en surface de densité surfacique de charge  $\sigma$ . De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

### 10.4 Géométrie des lignes de champ et surfaces équipotentiels

Sans effectuer de calculs, préciser la nature géométrique des lignes de champ et des surfaces équipotentiels dans les cas étudiés suivants :

- 1) sphère chargée en volume
- 2) cylindre chargé en volume
- 3) plan chargé en surface

### 10.5 Relation potentiel-champ

Dans l'espace muni d'un repère cartésien  $(O, x, y, z)$  un champ électrique est défini par son potentiel :

$$\begin{cases} V(x, y, z) = -E_0 \frac{x^2}{2a} \text{ pour } -a \leq x \leq a \\ V(x, y, z) = -E_0 x + E_0 \frac{a}{2} \text{ pour } x > a \\ V(x, y, z) = E_0 x + E_0 \frac{a}{2} \text{ pour } x < -a \end{cases} \text{ où } E_0 \text{ est une constante}$$

- 1) Exprimer le champ dans les différents domaines.

2) Peut-on parler de champ uniforme ?

### 10.6 Cas d'une masse ponctuelle

Une masse ponctuelle  $M$  est placée à l'origine du repère, on s'intéresse au flux du champ de gravitation qu'elle crée à travers une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$ .

1) Prévoir le signe du flux sortant.

2) Effectuer le calcul du flux et retrouver le résultat prévu par le théorème de Gauss.

3) Par analogie avec le potentiel électrostatique, retrouver l'expression de l'énergie potentielle de la force gravitationnelle entre une masse  $M$  et une masse  $m$ . On supposera l'énergie potentielle nulle à l'infini.

## 11 Exercices type écrit

### 11.1 Le champ de pesanteur et l'altitude (CCINP TSI 2019) (à rendre en DM pour le 16/12/2019)

On souhaite dans cette sous-partie discuter l'hypothèse d'indépendance de l'accélération de la pesanteur avec l'altitude. L'accélération de la pesanteur est due à deux phénomènes : l'attraction gravitationnelle et le mouvement de la Terre autour de l'axe des pôles, dont l'effet est très faible devant celui de l'attraction gravitationnelle.

Ainsi, on assimile l'accélération de la pesanteur  $\vec{g}$  à  $\vec{G}$  le champ d'attraction gravitationnelle créé en un point  $M$  par la planète Terre.

La planète Terre est modélisée par une sphère pleine de centre  $T$ , de masse  $M_T$  et de rayon  $R_T$ . La masse  $M_T$  est supposée uniformément répartie dans la boule terrestre.

On travaille dans le repère sphérique de centre  $O$  :  $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$  pour repérer le point  $M(r, \theta, \varphi)$ .

#### Données 1

Masse de la Terre :  $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg

Rayon de la Terre :  $R_T = 6 \cdot 10^3$  km

Constante de gravitation universelle :  $G = 7 \cdot 10^{-11}$  USI (Unité du Système International)

**Q9.** Démontrer que le champ gravitationnel est porté par le vecteur  $\vec{e}_r$ .

**Q10.** Démontrer que la composante radiale du champ gravitationnel ne dépend que de la variable  $r$ .

On donne le théorème de Gauss gravitationnel

$$\oiint \overline{\mathcal{G}(M)} \cdot \vec{dS} = -4\pi G m \quad (1)$$

où  $G$  est la constante de gravitation universelle et  $m$  la masse contenue à l'intérieur de la surface fermée à travers laquelle on calcule le flux de  $\vec{G}$ .

**Q11.** Donner, en les nommant, les grandeurs analogues à  $\overline{\mathcal{G}(M)}$ ,  $m$  et  $G$  dans le théorème de Gauss de l'électrostatique.

**Q12.** Déterminer avec soin l'unité de  $G$ . On l'exprimera à partir des unités de base du Système International.

**Q13.** En utilisant le théorème de Gauss gravitationnel, déterminer l'expression de  $\overline{\mathcal{G}(M)}$  à l'extérieur de la Terre en fonction de  $M_T$ ,  $G$  et  $r$  et d'un vecteur unitaire.

**Q14.** Montrer que la variation de la norme  $\mathcal{G}$  de  $\overline{\mathcal{G}(M)}$  entre un point situé sur la surface de la Terre (altitude nulle) et un point situé à une altitude, notée  $a$ , faible devant  $R_T$  est, à l'ordre 1 en  $\frac{a}{R_T}$  :

$$|\Delta \mathcal{G}| = 2 \frac{G M_T a}{R_T^3}. \quad (2)$$

**Q15.** Calculer numériquement  $|\Delta \mathcal{G}|$  lors d'une randonnée dont le dénivelé est égal à 1 km. À quelle valeur de  $\mathcal{G}$  faut-il le comparer pour savoir si  $|\Delta \mathcal{G}|$  est négligeable ?



## 11.2 Centrale TSI 2018 (à rendre en DM pour le 06/01/2020)

### III.B – Le microphone électrostatique

Le microphone électrostatique, dont la courbe de réponse est donnée figure 2, est constitué d'une membrane  $P_1$  de surface  $S$ , extrêmement légère de masse  $m_e$ . Celle-ci, réalisée en métal (ou en polyester rendu conducteur par un saupoudrage de métal), est mobile et constitue l'une des armatures d'un condensateur plan. L'espace entre la membrane  $P_1$  et l'armature fixe  $P_2$  est entièrement rempli d'air de permittivité électrique  $\varepsilon_0$ . Au repos, la distance entre les deux armatures parallèles est notée  $e$ . En mouvement, la liaison entre l'isolant et la membrane peut être modélisée par une force de rappel élastique de constante de raideur  $k_e$ .

Les variations de pression provoquées par l'onde sonore font varier la distance entre les deux armatures par un déplacement de la membrane parallèlement à l'axe  $Ox$ . Ce déplacement induit une variation de la capacité et cet effet est exploité dans le circuit électrique de la figure 15 de manière à récupérer le signal  $u(t)$  aux bornes de la résistance  $R = 10\text{ k}\Omega$ . Les variations de  $u(t)$  sont à l'image de celles de la pression acoustique.

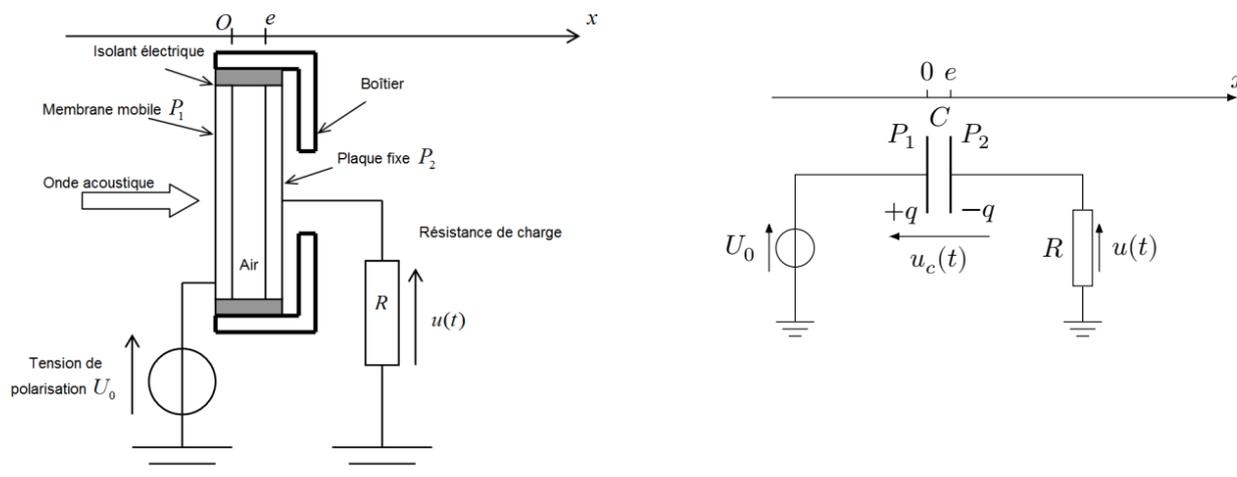


Figure 15 Microphone électrostatique

La membrane  $P_1$  et l'armature fixe  $P_2$  sont chargées uniformément par les charges  $+q$  et  $-q$ . On associe à  $P_1$  et  $P_2$  les densités surfaciques uniformes de charges  $+\sigma = +q/S$  pour  $P_1$  et  $-\sigma = -q/S$  pour  $P_2$ . De plus, on assimile les deux plaques à des plans infinis afin de négliger par la suite les effets de bord.

#### III.B.1) Capacité du condensateur au repos

**Q 37.** Montrer, par des considérations de symétrie et d'invariance, que le champ électrique  $\vec{E}_1(M)$  créé par la plaque  $P_1$  en tout point de l'espace est perpendiculaire à ce plan et ne dépend que d'une variable d'espace.

**Q 38.** Justifier que  $\vec{E}_1(M) = -\vec{E}_1(M')$  où  $M$  et  $M'$  sont deux points placés symétriquement par rapport au plan  $P_1$ .

**Q 39.** En appliquant le théorème de Gauss sur une surface clairement indiquée, exprimer le champ électrique  $\vec{E}_1(M)$ .

**Q 40.** Dédire du résultat précédent l'expression du champ électrique total  $\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$  créé par les deux plaques  $P_1$  et  $P_2$  en tout point de l'espace.

**Q 41.** Montrer que la différence de potentiel entre les deux plaques s'exprime par  $u_c = V_{P_1} - V_{P_2} = q/C_0$  avec  $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$ , la capacité du condensateur au repos.

## 12 Exercices type oral

### 12.1 Vitesse d'un électron en orbite circulaire

En 1913, le physicien danois Niels Bohr imagine un modèle « planétaire » de l'atome afin d'expliquer les raies émises par des atomes d'hydrogène excités. Ce modèle, aujourd'hui obsolète, ne permet pas d'expliquer les spectres des autres atomes.

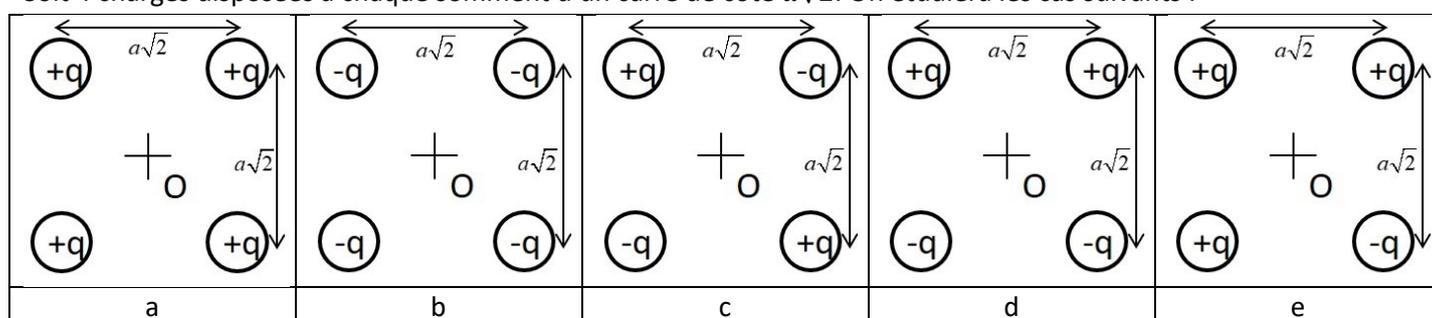
Dans le modèle de Bohr, l'atome d'hydrogène est un système à deux corps ponctuels constitué d'un noyau, le proton de masse  $m_p$  et charge électrique  $+e$ , et d'un électron M, de masse  $m_e$  et de charge  $-e$ . Le proton est considéré comme fixe dans le référentiel d'étude supposé galiléen  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  où l'origine  $O$  correspond au noyau de l'atome.

1) Montrer que le mouvement circulaire de l'électron autour du noyau est uniforme et exprimer sa vitesse  $v$  en fonction de  $r$ ,  $e$ ,  $m_e$  et  $\epsilon_0$ .

2) Pourquoi ce modèle est-il qualifié de « planétaire » ? Retrouver alors la vitesse d'un satellite de masse  $m_s$  en mouvement circulaire de rayon  $r$  autour de la Terre. On introduira  $G$ , la constante gravitationnelle.

### 12.2 Carré de 4 charges

Soit 4 charges disposées à chaque sommet d'un carré de côté  $a\sqrt{2}$ . On étudiera les cas suivants :



1) Donner la direction du champ créé en  $O$  centre du carré, puis calculer le champ électrostatique en  $O$ .

2) Vérifier la direction du champ électrique donné à la question 1 par l'examen des symétries.

3) Calculer le potentiel créé en  $O$ .

4) Calculer le potentiel sur l'axe dans le cas (a), puis le champ sur l'axe.

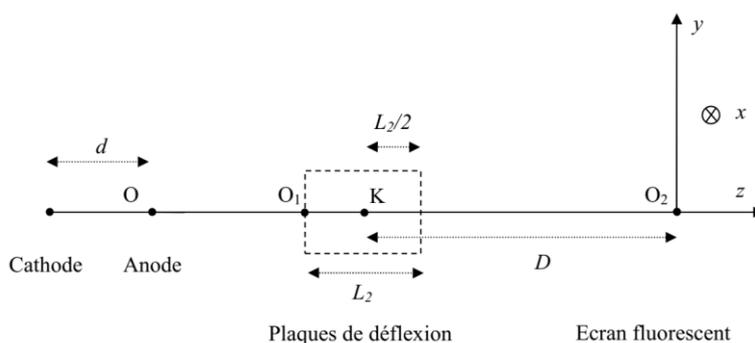
### 12.3 Champ créé par un segment et un disque uniformément chargés

1) Calculer le champ créé par un segment de charge linéique  $\lambda$  en tout point de son plan médiateur.

2) Calculer le champ créé par un disque de charge surfacique  $\sigma$  en tout point de son axe.

### 12.4 Etude d'un canon à électrons d'un oscilloscope cathodique (CCP TSI 2014)

Une cathode, notée C, émet des électrons de vitesse initiale négligeable. ON établit entre la cathode C et une anode, notée A, une différence de potentiel notée  $U_{AC} = V_A - V_C > 0$ . Les électrons sont ainsi accélérés lors de leur parcours entre C et A. La distance entre C et A est notée  $d$ .



- 1) Déterminer, en un point de l'axe  $z$  situé entre la cathode et l'anode, la direction et le sens du champ électrique  $\vec{E}$  créé par la tension  $U_{AC}$ . Exprimer  $\|\vec{E}\|$  en fonction de  $U_{AC}$  et  $d$ .
- 2) Déterminer l'expression de la force électrostatique  $\vec{f}$  subie par un électron entre C et A en fonction de  $U_{AC}$ ,  $d$ ,  $e$  (charge élémentaire) et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.
- 3) La tension  $U_{AC}$  appliquée est de l'ordre de 1kV. La distance  $d$  est de l'ordre de 0,1m. Le poids des électrons peut-il être négligé devant la force électrostatique précédente ? Justifier quantitativement la réponse apportée.
- 5) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de la vitesse  $v_0$  avec laquelle les électrons atteignent l'anode. Exprimer  $v_0$  en fonction de  $U_{AC}$ ,  $m_e$  et  $e$ . Déterminer l'ordre de grandeur de la valeur numérique de la vitesse  $v_0$ .

Données :  
 - Charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$   
 - Masse de l'électron :  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$

## 12.5 Différents types de condensateurs

Pour les deux types de condensateur suivants, on suppose que la charge est répartie en surface des armatures.

- 1) Calculer la capacité d'un condensateur sphérique d'armatures concentriques de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$  avec  $R_1 < R_2$ . On supposera que la charge  $Q$  est portée par l'armature intérieure. Comparer à l'expression de la capacité d'un condensateur plan quand la distance  $d$  entre les deux armatures devient très faible devant leur rayon.
- 2) Déterminer l'énergie stockée entre les armatures du condensateur sphérique en fonction de la  $Q$ .
- 3) Retrouver l'expression de la capacité à l'aide de la relation  $U_E = \frac{Q^2}{2C}$ .
- 4) Calculer la capacité d'un condensateur cylindrique d'armatures coaxiales de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$  avec  $R_1 < R_2$ . On supposera que la charge  $Q$  est portée par l'armature intérieure. Comparer à l'expression de la capacité d'un condensateur plan quand la distance  $d$  entre les deux armatures devient très faible devant leur rayon.

## 12.6 Lignes de champ

On donne les lignes de champ suivantes :

Préciser celles qui peuvent correspondre aux lignes de champ d'un champ électrostatique.

