Magnétostatique

Extrait du programme

L'étude de la magnétostatique menée dans la partie **2** s'appuie le plus possible sur les différents aspects qualitatifs et quantitatifs vus en première année de TSI, les étudiants sont donc déjà familiarisés avec le concept de champ magnétostatique. La loi de Biot et Savart n'est pas introduite ; l'utilisation de celle-ci pour calculer un champ magnétostatique est donc exclue.

Les distributions de courants surfaciques ne sont pas introduites à ce niveau du programme, elles le seront uniquement à l'occasion de la réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait.

On aborde les propriétés intégrales du champ et on utilise le théorème d'Ampère pour des calculs dans des cas présentant un haut degré de symétrie.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. **Magnétostatique**	
Courant électrique. Vecteur densité de courant volumique. Distributions de courant électrique filiformes.	Calculer l'intensité du courant électrique traversant une surface orientée. Justifier la modélisation d'une distribution de courant par une distribution filiforme.
Champ magnétostatique. Principe de superposition.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ magnétostatique par superposition dans des cas simples.
Symétries et invariances du champ magnétostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courants. Identifier les invariances d'une distribution de courants. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de courants pour caractériser le champ magnétostatique créé.
Propriétés de flux et de circulation. Théorème d'Ampère.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ magnétostatique peut être calculé à l'aide du théorème d'Ampère. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie. Citer quelques ordres de grandeur de champs magnétostatiques
Applications au fil rectiligne « infini » de section non nulle et au solénoïde « infini ».	Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution « infinie ». Établir les expressions des champs magnétostatiques créés en tout point de l'espace par un fil rectiligne « infini » de section non nulle, parcouru par des courants uniformément répartis en volume, par un solénoïde « infini » en admettant que le champ est nul à l'extérieur.
Lignes de champ, tubes de champ.	Orienter les lignes de champ magnétostatique créées par une distribution de courants. Relier les variations de l'intensité du champ magnétostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de ligne de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. **Approche numérique :** représenter des cartes de lignes de champ magnétostatique.

Sommaire

5 Distributions à haut degré de symétrie

5.1 Méthode de résolution

Méthode de résolution (en utilisant le théorème d'Ampère) :

1- Rechercher les symétries et invariances.

2- Choisir le contour orienté et fermé d'Ampère

3- Calcul du champ magnétostatique

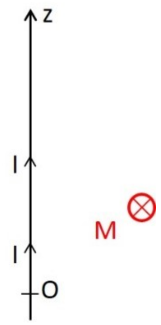
5.2 Fil rectiligne infini parcouru par un courant I

On considère un fil rectiligne infini confondu avec l'axe Oz et parcouru par un courant I. Le courant et l'axe Oz sont orientés dans le même sens. Ce système modélise un circuit fermé comportant une portion rectiligne de longueur L grande devant la distance r au point M où est évalué le champ $\vec{B}$. Le point $M(r,\theta,z)$ est repéré par ses coordonnées cylindriques.

Modélisation d'une situation courante : fil quelconque parcouru par un courant permanent qui créé un champ magnétique en un point M voisin du fil

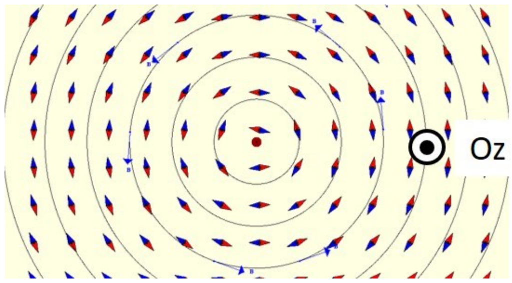
5.2.1 Symétrie et invariance

Symétries :



Invariances :

5.2.2 Contour d'Ampère



5.2.3 Calcul du champ magnétostatique

Circulation :

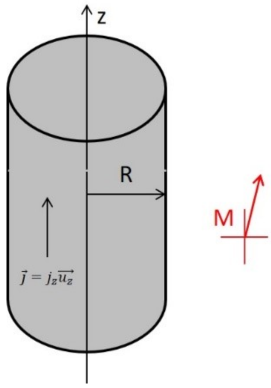
Courant intérieur :

Théorème d'Ampère :

5.3 Cylindre parcouru par un courant volumique

Un cylindre infini de rayon R et d'axe Oz est parcouru par une un courant volumique $\vec{j} = j_z\overrightarrow{u_z}$ ($j_z > 0$) uniforme.On cherche à déterminer le champ magnétique en tout point.

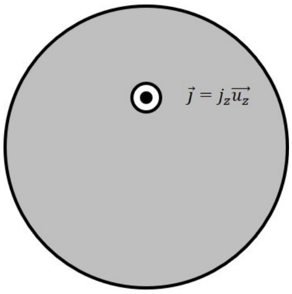
5.3.1 Symétrie et invariance



Symétries :

Invariances :

5.3.2 Contour d'Ampère



5.3.3 Calcul du champ magnétostatique

Circulation :

Courant intérieur :

Théorème d'Ampère :

5.4 Solénoïde « infini » circulaire parcouru par un courant I

On considère un solénoïde d'axe Oz de taille infinie. Le solénoïde est constitué de spires jointives enroulées sur un cylindre : soit R son rayon et n son nombre de spires par unité de longueur. Il est parcouru par un courant d'intensité I. Nous calculons ici le champ en tout point intérieur au solénoïde.

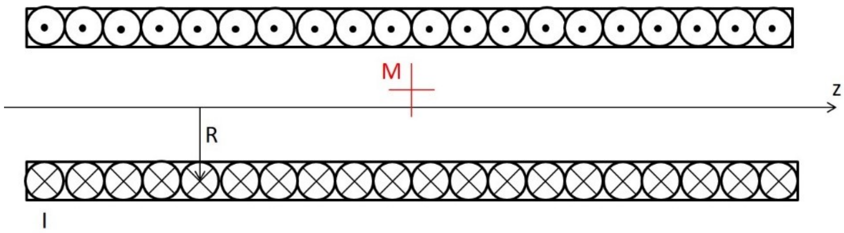
Le point $M\left(r,\theta,z\right)$ est repéré par ses coordonnées cylindriques.

Modélisation d'une situation courante : champ magnétique créé dans une bobine

Hypothèse supplémentaire : le champ magnétostatique est nul à l'extérieur du solénoïde (à comprendre avec les lignes de champ).

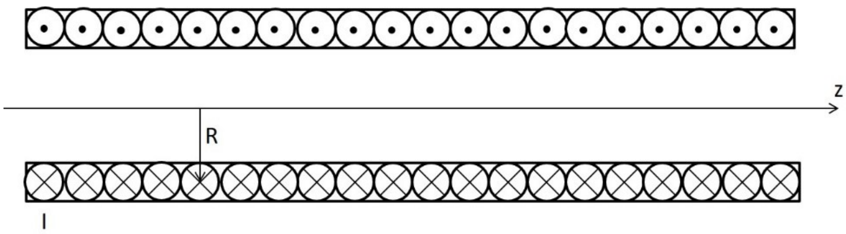
5.4.1 Symétrie et invariance

Symétries :



Invariances :

5.4.2 Contour d'Ampère



5.4.3 Calcul du champ magnétostatique

Circulation :

Courant intérieur :

Théorème d'Ampère :

6 Questions de cours

1) Donner la définition de l'intensité du courant électrique. Relier courant électrique et densité de courant volumique. Comment exprimer le vecteur densité de courant volumique pour un mouvement d'ensemble de porteurs de charges ? On donnera les noms et unités de grandeurs utilisées.
2) Définir les notions de plans de symétrie et d'anti-symétrie pour une distribution de courants. Quelle est la conséquence pour le champ magnétostatique ?
3) Quelle propriété a le flux du champ magnétique (faire une phrase et donner une expression mathématique) ? Donner son unité. Quelle conséquence cela a-t-il sur les lignes de champ ?
4) Enoncer le théorème d'Ampère.
5) Donner quelques ordres de grandeur de champ magnétique.
6) Retrouver l'expression du champ magnétostatique généré par un fil infini parcouru par un courant I en tout point de l'espace.
7) Retrouver l'expression du champ magnétostatique généré par un cylindre infini parcouru par un courant volumique selon l'axe du cylindre en tout point de l'espace.
8) Retrouver l'expression du champ magnétostatique généré par un solénoïde infini parcouru par un courant I en tout point intérieur du solénoïde, sachant que le champ extérieur est nul.

7 Questions à choix multiples

8 Exercices d'application directe du cours

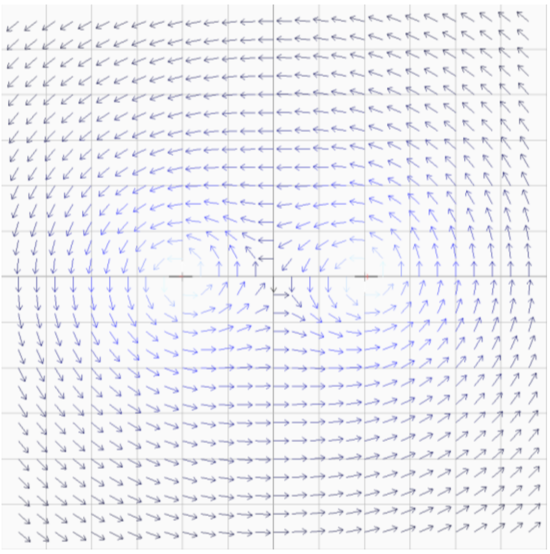
8.1 Symétries de la distribution de courants

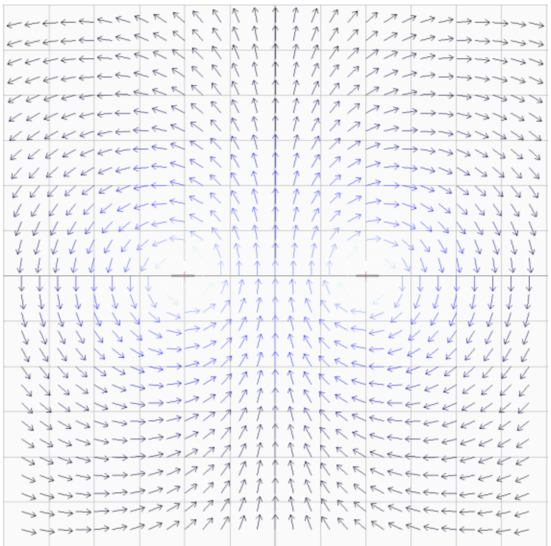
1) Soit un fil infini parcouru par un courant I. Déterminer les plans de symétrie de la distribution de courants. En déduire la direction du champ magnétostatique en un point M situé à une distance r de l'axe du fil ?

2) Soit une spire circulaire parcourue par un courant I. Déterminer les plans de symétrie de la distribution de courants. Que peut-on en déduire sur la direction du champ magnétostatique en un point M situé sur l'axe de la spire ?

3) Soit un solénoïde composé de N spires en série parcourues par un courant I. Déterminer les plans de symétrie de la distribution de courants. Que peut-on en déduire sur la direction du champ magnétostatique en un point M situé sur l'axe du solénoïde ?

4) Retrouver les plans de symétrie du champ magnétostatique correspondant aux deux distributions de courants ci-dessous. Retrouver le sens de parcours des deux fils.





8.2 Invariance de la distribution de courants

1) Soit un fil infini parcouru par un courant I. De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

2) Soit une spire circulaire parcourue par un courant I. De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

3) Soit un solénoïde composé de N spires en série parcourues par un courant I. De quelles coordonnées dépend le champ électrostatique ?

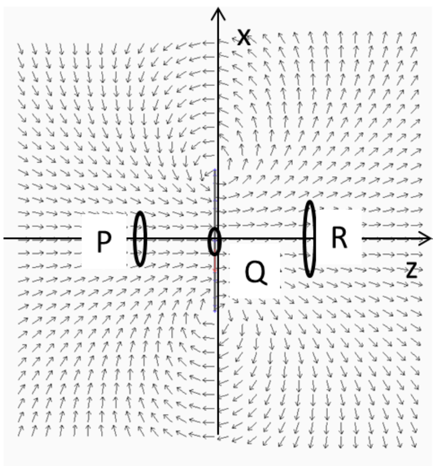
8.3 Conservation du flux de B

Sur une carte de champ magnétique, ont été délimitées 3 surfaces autour des points P, Q et R.

1) Comparer les intensités du champ en P, Q et R.

2) La distribution de courants à l'origine de cette carte de champ magnétique est invariante par rotation autour de l'axe Qz. L'identifier à partir d'un examen qualitatif des lignes.

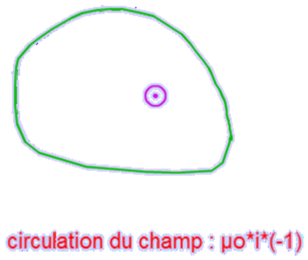
3) Justifier alors, a posteriori, la relation d'ordre proposée initialement.



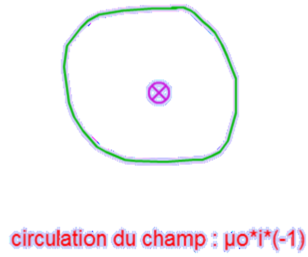
8.4 Circulation du champ magnétique

Différentes distributions de courants sont données ci-dessous. Pour chacune d'entre elles, la valeur de la circulation du champ magnétique calculée sur le contour tracé est donnée. Retrouver le sens des contours dessinés. Expliquer la valeur de la circulation trouvée.

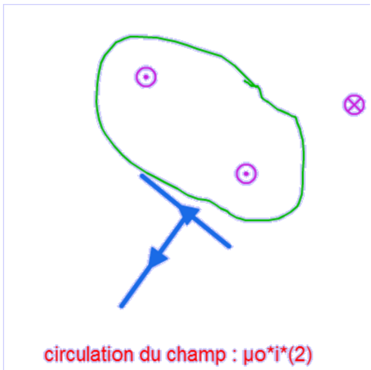
(a)



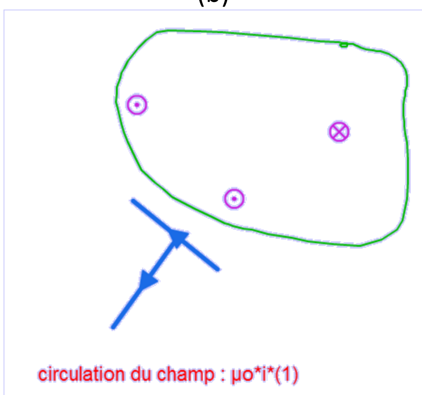
(b)



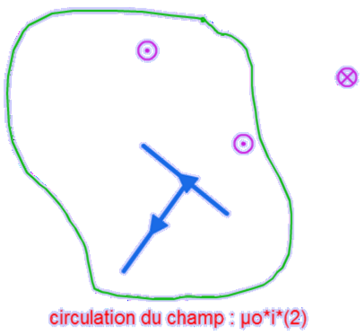
(c)



(d)



(e)



(f)

9 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 13/01/2020)

Dans diverses applications, il peut être intéressant de mettre en place un capteur de déplacement. Ce capteur légèrement modifié peut aussi servir de détecteur de métaux. Le capteur utilise une bobine d'auto-induction. On s'intéresse dans un premier temps au champ magnétique créé par un solénoïde dans l'air, puis à partir de là au capteur lui-même, obtenu en insérant une partie mobile à l'intérieur du solénoïde.

9.1 Etude du solénoïde

On considère un solénoïde de longueur l_0 et de rayon R recouvert de N spires jointives bobinées sur un cylindre rempli d'air, dans lesquelles circule un courant électrique d'intensité I (Figure 8). ON considèrera que les propriétés magnétiques de l'air sont celles du vide et que le champ magnétique sur l'axe du solénoïde est donné en norme par la relation $B = \mu_0 \left(\frac{N}{l_0}\right) I$. Tous les calculs de champ magnétique seront menés dans le cas du solénoïde illimité.

36) Donner l'énoncé du théorème d'Ampère. ~~De quelle équation de Maxwell découle-t-il ? Donner son expression. Dans quelles conditions doit-on travailler pour que le théorème d'Ampère soit valable ? On démontera le lien entre l'équation de Maxwell énoncée et la formule intégrale du théorème d'Ampère~~.

37) Donner l'allure des lignes de champ magnétique d'un solénoïde à l'intérieur d'un solénoïde infini. On fera pour cela une étude complète des symétries et invariances du problème.

38) En supposant le champ magnétique nul à l'extérieur du solénoïde, déterminer complètement le champ magnétique en tout point intérieur du solénoïde.

39) En déduire l'expression littérale du coefficient d'auto-inductance ou inductance propre L_0 du solénoïde, après en avoir rappelé la définition générale.

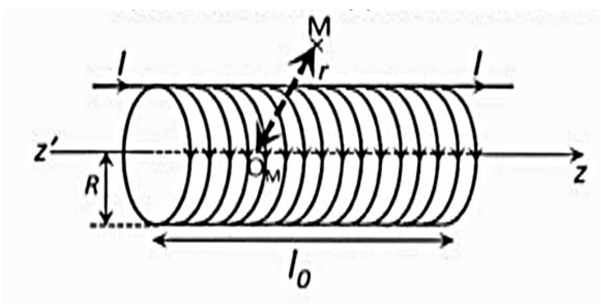
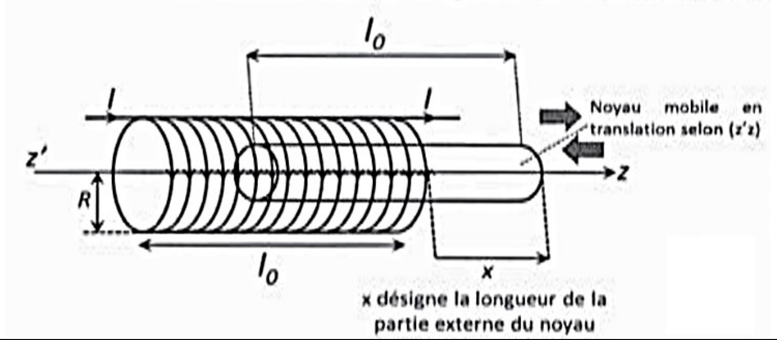
	

Figure 8. Solénoïde de longueur l_0 constitué de N spires jointives bobinées sur un cylindre rempli d'air, dans lesquelles circule un courant électrique d'intensité I	Figure 9. Capteur magnétique à insertion d'un noyau au sein du solénoïde de la Figure 8 initialement rempli d'air.

9.2 Etude du capteur

Le capteur étudié est représenté sur la Figure 9. Une partie mobile de longueur l_0, appelée noyeu, peut se déplacer en translation à l'intérieur du solénoïde initialement rempli d'air. Pour la suite de l'étude, nous admettrons les résultats suivants :

- L'insertion d'un noyau à l'intérieur d'un solénoïde conduit à une modification de son coefficient d'auto-inductance : l'inductance en présence du noyau est le produit de l'inductance dans l'air par un facteur multiplicatif δ ($\delta \gg 1$).
- Le coefficient d'auto-inductance du capteur peut être évalué comme celui résultant de la mise en série de deux solénoïdes :
    - Le premier, de longueur x, est rempli d'air,
    - Le deuxième, de longueur $l_0 - x$, contient le noyau.

40) Déterminer en fonction de N, l_0 et x, le nombre N_1 de spires de la partie gauche du solénoïde sans noyau et celui (N_2) de la partie droite avec le noyau interne.

41) En déduire l'inductance propre de chaque partie puis l'inductance $L(x)$ en fonction de δ, L_0, l_0 et x.

42) Représenter graphiquement $L(x)$ en fonction de x si $0 < x < l_0$.

10 Exercices type oral et révisions sur l'induction

10.1 Rappels

Deux cas d'induction : - circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps
- circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

Forces de Laplace : $\overrightarrow{dF} = I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$

Moment résultant : $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad avec \quad \vec{M} = I\vec{S}$: moment magnétique

Flux du champ magnétique : $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}$

Si $\vec{B}$ uniforme sur la surface S et colinéaire à $\overrightarrow{dS}$, alors : $\Phi = BS$

Loi de Lenz : l'induction par ses effets s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance

Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec e : force électromotrice

Flux propre : flux de $\vec{B}$ créé par le circuit au travers de même circuit, Φ_{propre}

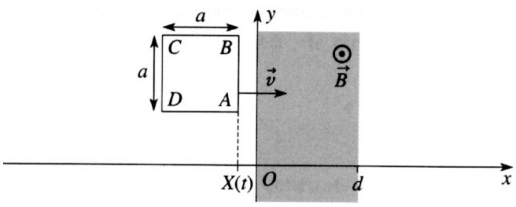
Inductance propre : $\Phi_{propre} = LI$

Flux de mutuelle inductance : flux de $\vec{B}$ créé par le circuit 1 au travers d'un circuit 2 $\Phi_2 = \iint_{S_2} \overrightarrow{B_1} \cdot \overrightarrow{dS}$

Inductance mutuelle : $\Phi_2 = MI_1$ si influence totale $M = \sqrt{L_1 L_2}$

10.2 Cadre dans un champ uniforme

On suppose que le champ magnétique B est uniforme et constant entre les plans (x = 0) et (x = d), et nul ailleurs. Un cadre conducteur carré, de côté a (a < d), de résistance totale R et de côtés parallèles aux axes (Ox) et (Oy), circule avec une vitesse constante v. On désigne par X(t) l'abscisse du côté avant du cadre.

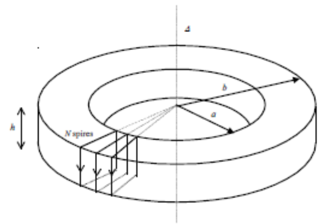


Déterminer en fonction de X le courant i et la force électromagnétique F résultante qui s'exerce sur le cadre. En déduire le mouvement du cadre.

10.3 Bobinage sur un noyau torique

Une bobine est constituée de N spires pratiquement jointives enroulées en une seule couche sur un tore de section carrée. On note a le rayon intérieur du tore et b le rayon extérieur et h la largeur du tore.

1) Lorsqu'un courant d'intensité I parcourt le circuit, déterminer le flux du champ magnétique propre à travers l'une des spires. En déduire une expression du coefficient d'auto-induction du bobinage.



2) Un second circuit est bobiné sur le tore, le nombre de spires est N'. Déterminer le coefficient d'induction mutuelle.

3) Application numérique : a = 3 cm, h = 8 mm. Les bobinages ont respectivement 200 et 50 spires. Quelle approximation peut-on faire si h << a ? Quel modèle de solénoïde obtient-on alors ?

10.4 Barres mobiles sur deux rails

Sur deux rails rectilignes parallèles horizontaux XX' et YY', de résistance négligeable, sont placées deux barres mobiles horizontales AA_1 et $A'A'_1$ perpendiculaires aux rails. La distance entre les rails est l = 10cm ; la résistance de la partie de chaque barre comprise entre les deux rails est R = 1 Ω ; chaque barre a une masse m = 10 g. L'ensemble étant soumis à l'action d'un champ magnétique vertical B uniforme d'intensité B = 1 T, on déplace la barre AA_1 en l'approchant de $A'A'_1$, avec une vitesse constante v_0 = 20 cm. s^{-1} normale à AA_1. Etudier la loi des vitesses v(t) de la barre $A'A'_1$. Tracer le graphe de v(t).