Superposition d'ondes lumineuses

Extrait du programme de TSI2

Les calculs théoriques d'intensité lumineuse sont effectués dans la partie **2**.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Superposition d'ondes lumineuses	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Exploiter l'additivité des intensités
Superposition de deux ondes quasimonochromatiques cohérentes entre elles : Formule de Fresnel : $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\, cos\, \varphi$	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Superposition de *N* ondes quasimonochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. **Réaliser expérimentalement un spectroscope à l'aide d'un réseau optique.**

Dans la partie **3**, l'utilisation des trous d'Young permettent de confronter théorie et expérience. Les fentes d'Young sont abordées de manière exclusivement expérimentale. Aucune connaissance sur un autre diviseur de front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde	
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source à distance finie et observation à grande distance finie et à l'infinie. Ordre d'interférences *p*.	Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences. **Décrire et mettre en oeuvre une expérience simple d'interférences : trous d'Young ou fentes d'Young.** **Montrer la non localisation des franges d'interférences.**
Variations de l'ordre d'interférences *p* avec la position du point d'observation ; franges d'interférences. Interfrange.	Interpréter la forme des franges observées.
Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.	**Comparer les deux dispositifs en mettant en évidence analogies et différences.**

Formation expérimentale

L'approche expérimentale sera centrée sur la mise en œuvre des trous d'Young et de dispositifs d'interférences à *N* ondes.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
3. Optique	
Analyser une lumière.	Mesurer une longueur d'onde à l'aide d'un goniomètre équipé d'un réseau.

Sommaire

1 Superposition de deux ondes lumineuses
- **1.1 Superposition de deux ondes monochromatiques**
- **1.2 Formule de Fresnel**
- **1.3 Cohérence des sources**
- **1.4 Ondes incohérentes**

2 Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles
- **2.1 Description du champ d'interférences**
- **2.2 Contraste d'une figure d'interférence**
- **2.3 Allure des franges d'interférences**

3 Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young
- **3.1 Description du dispositif**
- **3.2 Description du champ d'interférences**
- **3.3 TP1**

4 Superposition de *N* ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles
- **4.1 Réseau de diffraction**
- **4.2 Formule des réseaux par transmission**
- **4.3 Dispersion d'un réseau**
- **4.4 TP2**

5 Questions de cours

6 Questions à choix multiples

7 Exercices type écrit (à rendre pour le 23/03/2020)

8 Exercices type oral
- **8.1 Interférences entre deux ondes monochromatiques**
- **8.2 Etude du contraste : source constituée de deux points**
- **8.3 Etude du contraste : source constituée de deux longueurs d'onde**
- **8.4 Réseau par transmission**
- **8.5 Recouvrement des ordres**

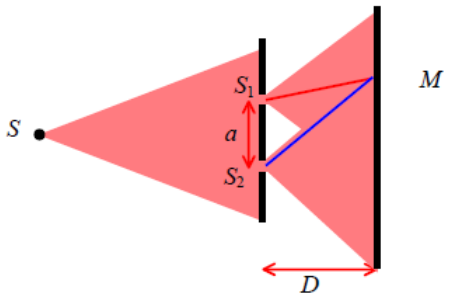
3 Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young

Afin de réaliser des interférences lumineuses, il faut faire appel à un dispositif qui permette de créer deux ou plusieurs ondes cohérentes entre elles : l'interféromètre. Dans le cas d'un dispositif à division du front d'onde, les deux ondes qui interfèrent sont issues d'une division géométrique de l'onde incidente issue de la source. Exemple : les fentes d'Young.

3.1 Description du dispositif

Deux trous S_1 et S_2 identiques et de très petite dimension (rayon de l'ordre du dixième de millimètre, ou moins), sont percés dans un écran opaque et distants de a (de l'ordre de quelques millimètres).

La lumière incidente est diffractée par chacun d'eux et les ondes réémises se superposent dans toute une partie de l'espace.
Eclairés par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ, ils se comportent donc comme deux sources secondaires cohérentes.
La source S est placée à la même distance de chacun d'entre eux.
L'observation se fait sur un écran parallèle à S_1S_2 placé à une distance D.



Définition :
On parle dans ce cas **d'interférences non localisées**, car elles existent dans tout le domaine de l'espace où les ondes issues de S_1 et S_2 se superposent

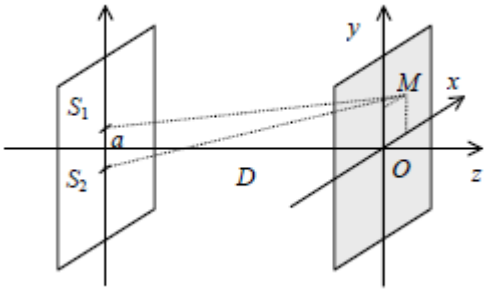
3.2 Description du champ d'interférences

3.2.1 Source à distance finie et observation à grande distance finie

La source S éclairant les deux fentes est placée à la même distance de chacune d'elles. On se trouve dans un milieu d'indice n.
Soit a la distance séparant les deux fentes, D la distance à l'écran et λ la longueur d'onde de la source ponctuelle. On pose :

$$D \gg a,\ |x|,\ |y| \gg \lambda$$

1) En s'appuyant sur le schéma ci-contre, exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.



2) Donner l'expression de l'ordre d'interférence p.

3) En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0, en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M.

4) Quelle est la forme de la figure d'interférence observée sur l'écran ?

5) A quel ordre correspond la frange centrale ?

6) On remarque que la répartition d'intensité lumineuse sur le plan d'observation est périodique. La période de la fonction est appelée l'interfrange et notée i. Donner son expression.

7) Pouvait-on prévoir ces résultats ?

8) Que se passe-t-il si on remplace les trous par des fentes étroites, de même largeur, et de longueur b et placées parallèlement aux franges observées précédemment ?

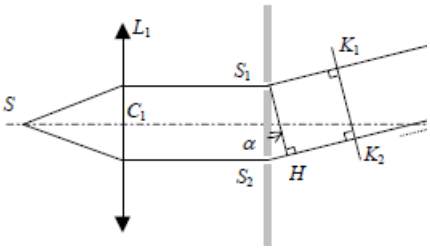
9) Que se passe-t-il si on remplace la source S ponctuelle et monochromatique par une fente source toujours monochromatique ?

10) On suppose que la source S, placée à une distance D' des fentes, se déplace en S' avec $y' = SS'$. Comment est modifiée la différence de marche ? En déduire l'expression de l'intensité lumineuse. Que se passe-t-il sur l'écran ? On pose : $D' \gg a,\ |x'|,\ |y'| \gg \lambda$

3.2.2 Source à distance finie et observation à l'infini

On ajoute une première lentille convergente L_1 au dispositif telle que la source S se trouve en son foyer objet. Alors les trous sont éclairés en lumière parallèle et les rayons émergeant des trous sont aussi parallèles. On parle d'observation à l'infini.

Pour pouvoir se ramener à une distance finie, on place une seconde lentille convergente L_2 telle que l'écran se trouve en son plan focal image.



11) Faire un schéma et prolonger les rayons jusqu'au point M se trouvant sur l'écran.

12) Quel est l'intérêt d'un tel montage ?

13) Exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.

14) Donner l'expression de l'ordre d'interférence p.

15) En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0, en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M.

16) Comparer à l'expression obtenue précédemment à distance finie.

17) Donner l'expression de l'interfrange.

3.3 TP1

3.3.1 Matériel à disposition

Par paillasse élève :
- Banc d'optique
- LASER He-Ne (λ = 632 nm)
- Fentes d'Young alignement vertical (écartements : 200, 300, 500 µm, largeur 70 µm)
- Ecran
- Caméra CCD
- Ordinateur portable

Sur la paillasse prof :
- Lampe à vapeur de Sodium
- Lampe à filament
- Condenseur
- Fente rectangulaire ajustable
- Oculaire
- Caméra CCD
- Fente d'Young (200 x 70 µm)
- Lentilles convergentes

3.3.2 Interférences par des fentes d'Young

3.3.2.1 Source monochromatique (1h)

A l'aide du LASER mis à votre disposition, observer les interférences lumineuses réalisées à l'aide des fentes d'Young. Décrire précisément le phénomène observé.

Une caméra CCD est mise à votre disposition (notice en partie 3.3.3). Retrouver la formule de l'interfrange par une manipulation dont vous expliquerez le protocole. On donnera toutes les mesures réalisées avec leur incertitude et on comparera à la théorie.

3.3.2.2 Sources polychromatiques (1h)

3.3.2.2.1 Source constituée d'un doublet

Sur la paillasse prof, on remplace le LASER par une lampe à vapeur de sodium.

Représenter et expliquer le schéma du montage.

Quel impact cela a-t-il sur la figure d'interférences ?

3.3.2.2.2 Source étendue spatialement

La fente source est élargie.

Quel impact cela a-t-il sur la figure d'interférences ?

3.3.2.2.3 Source en lumière blanche

On remplace la lampe à vapeur de sodium par une lumière blanche.

Quel impact cela a-t-il sur la figure d'interférences ?

3.3.3 Notice d'utilisation : Caméra CCD et logiciel Caliens

3.3.3.1 Présentation

La camera Caliens est un capteur CCD (2048 pixels, 14 µm de large, zone sensible de 30 mm environ) de temps d'intégration réglable permettant de pouvoir réaliser des mesures de distances très précisément. Elle est fournie avec un câble USB, le logiciel Caliens et un jeu de filtres.

3.3.3.2 Installation de la caméra sur le banc

Pour faire des mesures les plus précises possibles, essayer de respecter les consignes suivantes.

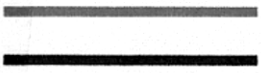
♦ **Colinéarité image - détecteur**

La figure d'interférences n'est pas colinéaire à la ligne sensible. Les harmoniques seront peu visibles.

Axe de la figure d'interférences
Axe d'analyse de la barrette CCD

Pour restaurer la colinéarité, incliner les fentes de façons à obtenir les harmoniques symétriques et les plus visibles possible.

♦ **Alignement image – détecteur**



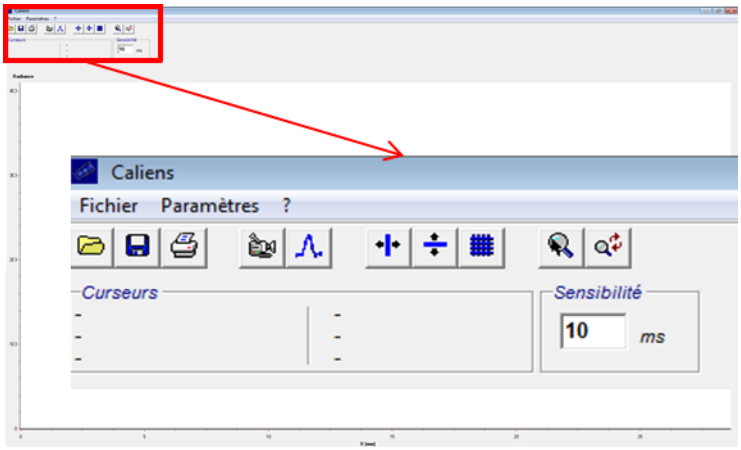
La figure d'interférences n'est pas à la bonne hauteur par rapport à la ligne photosensible. La figure est instable et présente de fortes irrégularités

Axe de la figure d'interférences
Axe d'analyse de la barrette CCD

Pour restaurer l'alignement, translater la tête optique verticalement jusqu'à obtenir une réponse maximum. Un nouvel ajustement au niveau du polariseur est souvent nécessaire.

3.3.3.3 Logiciel Caliens

Lorsque vous lancez le logiciel Caliens, la fenêtre suivante apparaît à l'écran.



Pour lancer une acquisition continue, appuyer sur (utilise pour voir la figure d'interférences se déformer en direct).

Pour lancer une acquisition simple, appuyer sur (utilie pour figer la figure d'interférences et faire des mesures précises).

En fonction des filtres se trouvant sur la caméra, vous aurez besoin de changer la sensibilité du capteur. Pour cela, faites varier la sensibilité entre 2 et 30 ms (cela correspond au temps d'intégration du capteur).

Pour faire vos mesures, vous pouvez ensuite utiliser les fonctions suivantes :

- Curseurs et grille :

- Zooms :

Enfin, le logiciel propose un simulateur (Paramètres /Simulation) qui peut vous permettre de comparer vos résultats à la théorie.

4 Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles

4.1 Réseau de diffraction

4.1.1 Définition

Un **réseau** est constitué par la répétition périodique d'un motif diffractant, comme par exemple une fente. La période spatiale est appelée **pas du réseau**.

4.1.2 Deux grands types de réseaux

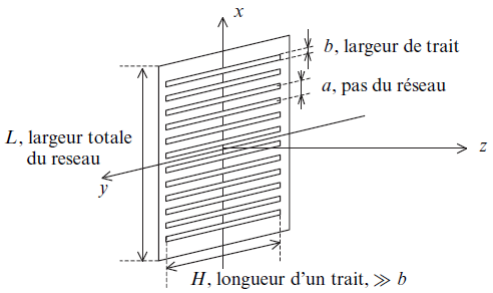
4.1.2.1 Réseaux par transmission

On observe la lumière transmise à travers le réseau.

Le réseau par transmission le plus simple est un plan opaque percé de N fentes fines et longues, appelées **traits du réseau**, parallèles entre elles et équidistantes de a, le pas du réseau.

Le pas du réseau est souvent donné en nombre de traits par millimètre : $n = 1/a$.

Ex : $n = 100 traits/mm$; on a alors $a = 10\mu m$



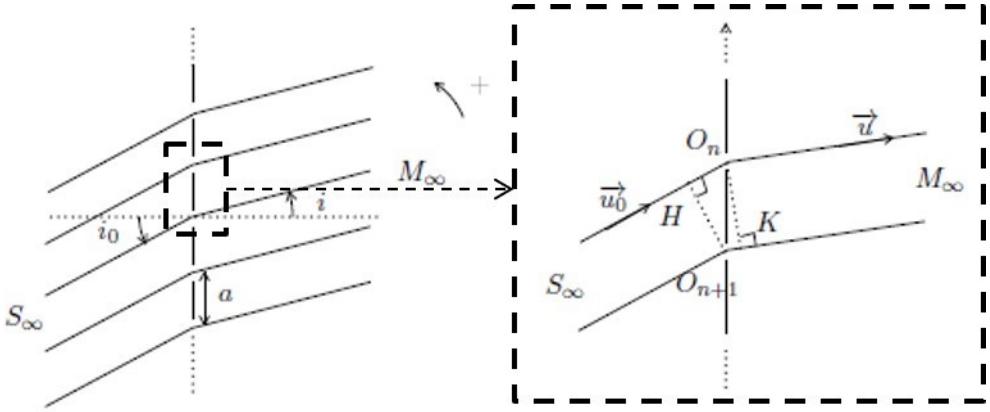
4.1.2.2 Réseaux par réflexion

On observe la lumière réfléchie par le réseau (traits tracés sur une plaque réfléchissante).

4.2 Formule des réseaux par transmission

On suppose le réseau éclairé par une source monochromatique, de longueur d'onde λ. Les rayons éclairent le réseau sont issus d'une même source et sont donc cohérents entre eux. Ainsi, l'amplitude diffractée par le réseau à l'infini résulte des interférences entre les rayons issus de tous les motifs éclairés : on parle **d'interférences à N ondes**.

On considère une source ponctuelle à l'infini, on note i_0 l'angle d'incidence qui repère la direction de la source. On observe à l'infini, on repère par i la direction du point d'observation M. On se place dans un milieu d'indice n.



1) Calculer la différence de marche entre deux rayons successifs.

2) Pour que la lumière diffractée dans une direction i soit observable, il faut que les interférences entre les ondes issues de deux motifs successifs soient constructives. Quelles sont alors les valeurs possibles pour l'ordre d'interférences ?

On obtient donc la **formule des réseaux**, qui nous donne la valeur de l'angle d'émergence, i_p, du réseau pour une frange brillante en fonction de l'angle d'incidence, i_0 , et de l'ordre d'interférence p entier :

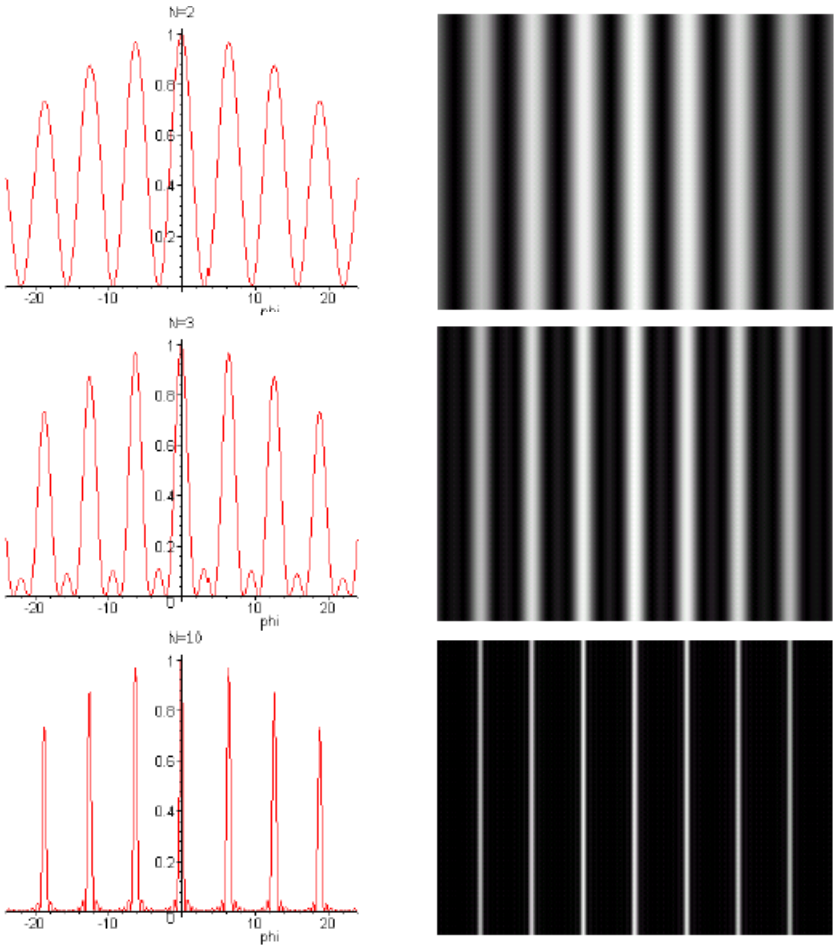
$$a\left(sin(i_p) - sin(i_0)\right) = p\lambda \;\; p \in \mathbb{Z}$$

La répartition d'intensité est tracée en fonction de cette différence de marche. On remarque que la position des maxima est indépendante de N, ils correspondent à p entier.

De plus, on peut montrer que :

- Les maxima sont d'autant plus fins que N est grand,
- Entre deux maxima "principaux" d'intensité lumineuse, il existe des maxima "secondaires" mais dont l'importance devient négligeable quand N devient grand.

Voici différents tracés de l'intensité en fonction de N.



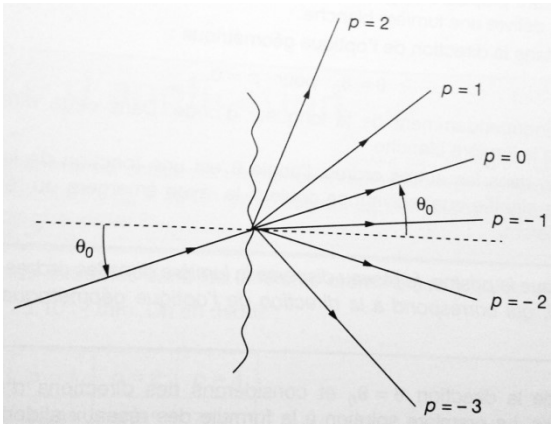
4.3 Dispersion d'un réseau

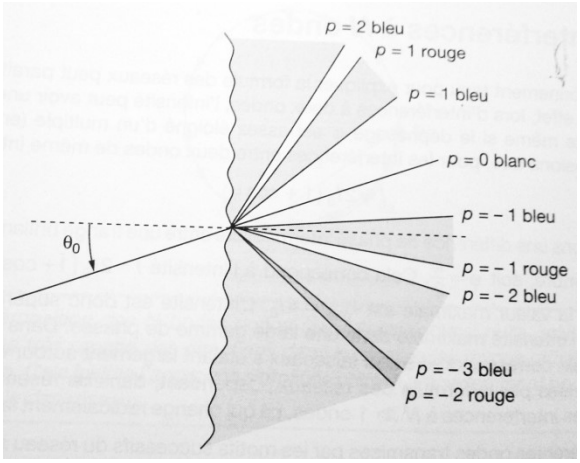
4.3.1 Ordre 0

3) Quelle est la direction (angle $i_{p=0}$) correspondant à un ordre d'interférence nul ? Peut-on y distinguer les différentes longueurs d'onde composant notre source ?

4.3.2 Ordre p

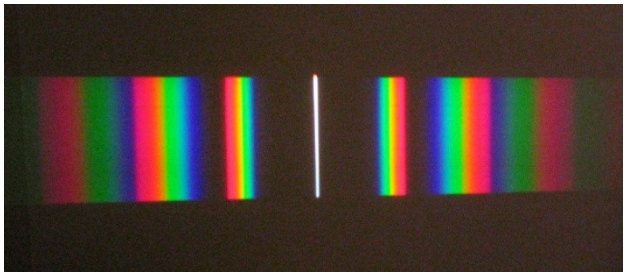
Les autres solutions dépendent de la longueur d'onde. Le réseau est dispersif. On va ainsi parler de "la raie d'ordre p" afin de distinguer les différentes raies observées correspondant aux différentes valeurs de p. Ce sont les plus grandes longueurs d'onde qui sont le plus déviées.

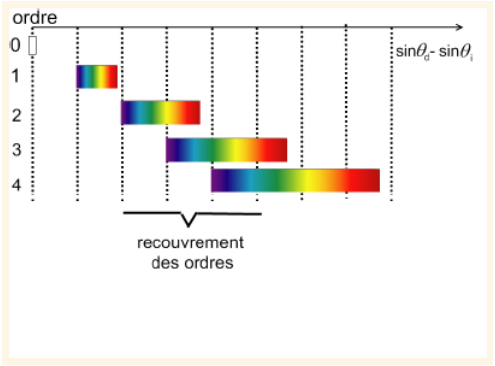




4.3.3 Cas de la lumière blanche

Pour l'ordre 0, on obtiendra une raie blanche, puis à partir de l'ordre 1, la lumière blanche sera dispersée avec dans l'ordre du bleu (longueur d'onde plus faible) au rouge (longueur d'onde plus élevée). Il peut arriver que les différents ordres se recouvrent, c'est-à-dire qu'un ordre commence alors que le précédent n'est pas achevé.





Un réseau peut donc être utilisé en tant que spectromètre ou spectroscope, c'est-à-dire pour mesurer les longueurs d'onde composant un rayonnement.

4.4 TP2

4.4.1 Contexte

Le but de ce TP est de mettre en évidence le caractère dispersif du réseau par transmission pour réaliser un spectroscope.

4.4.2 Matériel à disposition

Par paillasse élève :

- Lampe spectrale à vapeur de mercure ou sodium
- Réseaux
- Ordinateur
- Goniomètre
- Lampe à filament
- Laser
- Miroir

4.4.3 Premières observations

A l'aide d'un laser, éclairer un réseau sous une incidence quasi-normale. Observer, et décrire, la figure de diffraction obtenue à l'infini (loin du réseau). Déduire de vos observations la direction des traits du réseau. Prendre un réseau de pas différent et recommencer l'expérience. Interpréter qualitativement la différence entre les deux observations.

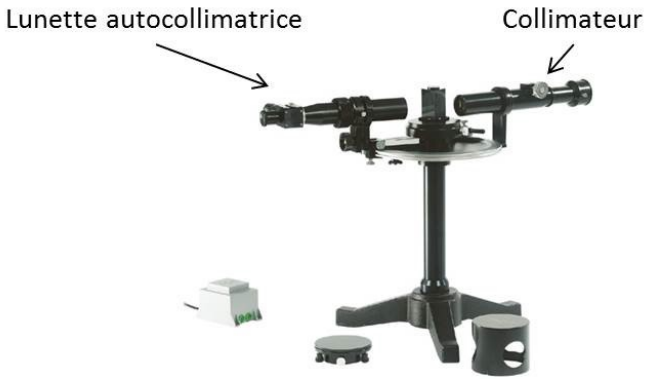
4.4.4 Réglage du goniomètre (1h)

4.4.4.1 Description

Un goniomètre est un appareil qui sert à mesurer des angles avec une précision de une minute d'angle.

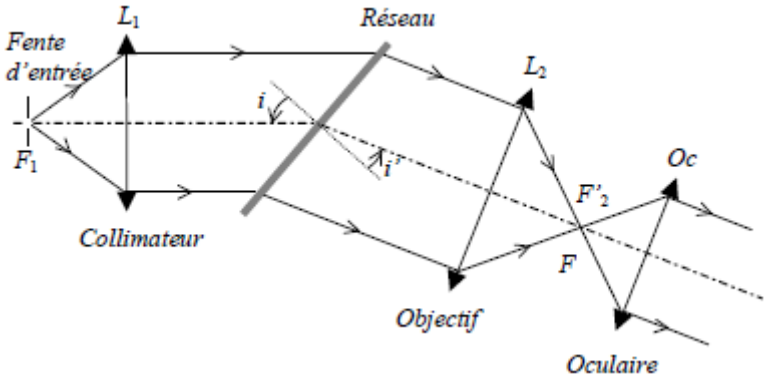
Rappel : 60' d'angle correspond à 1°

Il comporte :



- Un collimateur réglable créant un objet lumineux à l'infini à l'aide d'une fente éclairée avec une lampe spectrale et d'un objectif de focale 160mm ;
- Une lunette autocollimatrice montée sur un support mobile autour d'un axe central. Cette lunette de visée est constituée d'un objectif de focale 130mm et d'un oculaire autocollimateur et permet de repérer un rayon émergent du prisme ;
- Un plateau, lui aussi mobile autour de l'axe central, monté sur un socle métallique fixe, le tout pouvant être rendu horizontal à l'aide de trois vis de réglage

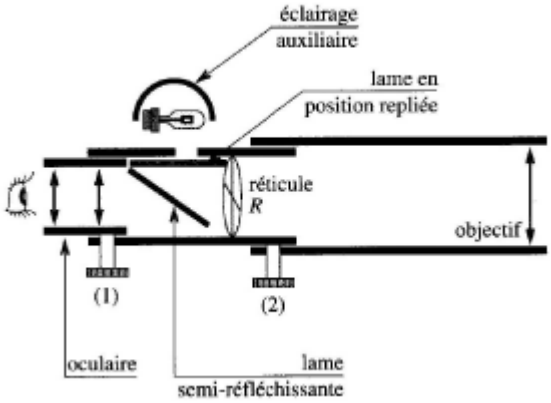
Utilisé avec un réseau, il permet de mesurer avec précision des longueurs d'onde. C'est l'objectif de ce TP.



Toutes les vis correspondant au réglage de l'horizontalité ont déjà été réglées et ne doivent en aucun cas être touchées. Prévenir si cela arrive par inadvertance.

4.4.4.2 Réglage de la lunette autocollimatrice

Cette lunette doit être réglée de façon à donner d'un objet à l'infini une image à l'infini pour éviter toute fatigue de l'oeil : système afocal.
La lunette autocollimatrice est une lunette à laquelle on a ajouté, entre l'oculaire et le réticule une lame à la fois transparente et réfléchissante (semi-réfléchissante), inclinée à 45°sur l'axe. Une ouverture latérale pratiquée dans le tube qui porte le réticule, permet d'éclairer ce dernier par réflexion sur la lame à l'aide d'une petite ampoule.



4.4.4.2.1 Réglage de l'oculaire

- Eclairer le réticule en allumant la petite lampe latérale et en mettant en service la lame semi-réfléchissante.
- Orienter les fils du réticule afin que l'un d'eux soit vertical et l'autre horizontal.
- Régler l'oculaire en tournant la bague à cet effet, de façon à voir le réticule net sans accommodation, c'est-à-dire sans fatigue de l'oeil : le réticule est alors placé au foyer objet de l'oculaire. Ne plus toucher au réglage de l'oculaire qui est fait « pour votre vue ».

4.4.4.2.2 Mise au point de la lunette à l'infini

Pour placer le réticule au foyer image de l'objectif, nous allons utiliser la méthode d'autocollimation en utilisant le miroir que vous placerez sur le plateau en face de l'objectif.
- En tournant le plateau, orienter la lunette de manière à ce que la lumière retraverse l'objectif (on voit une tache lumineuse très claire). En tournant la bague de réglage du tirage de l'objectif, régler l'objectif de façon à voir l'image du réticule nette.
- Quand l'image du réticule est confondue avec le réticule lui-même, c'est que ce dernier est au foyer de l'objectif. Amener les deux fils verticaux (objet et image) très près l'un de l'autre de manière à parfaire le réglage.
- Eteindre la lampe latérale et basculer la lame semi-réfléchissante.
- Le réglage précédent étant effectué, ne plus toucher par la suite à la bague de réglage du tirage de l'objectif.

4.4.4.3 Réglage du tirage du collimateur

Le collimateur doit donner de la fente source une image à l'infini.
- Diriger la lunette vers le collimateur. Ouvrir la fente de 1/2 mm environ et l'éclairer par la source qui sera utilisée dans la manipulation suivante (ici, lampe à vapeur de sodium ou de mercure).
- Observer alors l'image de la fente donnée par le collimateur à travers la lunette. En tournant la bague de réglage du tirage du collimateur, régler le collimateur de façon à voir l'image de la fente nette.
- Refermer ensuite presque complètement la fente, l'œil restant derrière l'oculaire, de manière à observer un trait lumineux de largeur pratiquement nulle. Amener l'image du trait sur le trait vertical du réticule.
- Ce réglage étant terminé, ne plus toucher par la suite à la bague de réglage du tirage du collimateur.

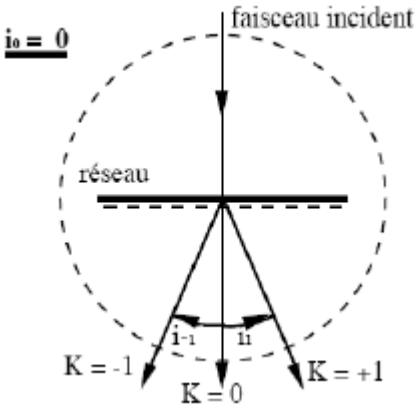
4.4.5 Utilisation de sources spectrales (1h)

4.4.5.1 Spectre d'une lampe à vapeur de sodium ou de mercure

- Eclairer la fente du collimateur par la lampe spectrale. Positionner le réseau sur la plateforme du goniomètre et régler son orientation pour que le réseau soit éclairé sous incidence quasi-normale.
- Repérer l'image d'ordre 0 (ordre où toutes les radiations sont regroupées). Régler la largeur de la fente du collimateur pour que son image soit assez fine.
- Pour la lampe à vapeur de sodium, les deux raies du doublet jaune sont-elles vues séparées dans le spectre d'ordre 1, 2, etc... ? L'écartement est-il le même dans les divers ordres ?

4.4.5.2 Mesure de longueurs d'ondes

- Eclairer la fente du collimateur par une lampe spectrale.
- Viser l'ordre 0. Noter la position α_0 correspondante de la lunette qui, dans la suite, sera l'origine des angles.
- Relever, pour une raie donnée de la lampe spectrale, la position α de la lunette pour $p = +1; +2; -1; -2$. (On a $\theta = \alpha - \alpha_0$).
- Tracer la courbe $sin\theta = f(p)$.
- En déduire la longueur d'onde de la raie mesurée connaissant le pas du réseau. Donner l'incertitude sur la mesure. Comparer à la valeur donnée en référence.



4.4.5.3 Spectroscope à réseau

Conclure en précisant ce que l'on appelle spectroscope à réseau.

4.4.6 Spectre d'une source de lumière blanche

- Eclairer la fente par une source de lumière blanche.
- Noter l'ordre des couleurs rencontrées dans le spectre d'ordre 1 à partir de la direction du collimateur.
- Observer les spectres suivants et noter à partir de quel ordre il y a éventuellement chevauchement.

5 Questions de cours

1) Soit deux sources secondaires S_1 et S_2 issues d'une même source S qui émettent des ondes planes monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2. On appelle $s_1(t)$ l'amplitude scalaire émise par S_1 et I_1 son intensité et $s_2(t)$ celle émise par S_2 d'intensité I_2. Donner l'expression de $s_1(M,t)$ et $s_2(M,t)$.
En déduire l'expression de l'intensité lumineuse résultant de la superposition de ces deux ondes.
2) Sous quelles conditions les deux sources précédentes sont-elles dites cohérentes ? Comment s'écrit alors la formule de Fresnel ?
3) Qualitativement dans quels cas obtient-on des franges d'interférences rectilignes ? circulaires ? Qu'appelle-t-on interférences non localisées ?
4) Faire un schéma expliquant l'interféromètre des trous d'Young. Quelles observations pouvez-vous faire ?
5) Démontrer l'expression de la différence de marche entre deux rayons passant par chacune des sources secondaires et se recouvrant en un point M de l'écran. On pose : $D \gg a,\ |x|,\ |y| \ \gg \lambda$
En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0, en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M.
6) Qu'appelle-t-on interfrange ? Retrouver son expression.

6 Questions à choix multiples

7 Exercices type écrit (à rendre pour le 23/03/2020)

La propagation de l'onde lumineuse s'effectue dans un milieu transparent, diélectrique, linéaire, homogène et isotrope.

La vitesse de la lumière dans le vide est notée $c = 3.10^8 m.s^{-1}$.

Une source lumineuse ponctuelle située en S émet, de manière pulsée, des trains d'ondes lumineuses supposées de même pulsation ω. Dans le modèle scalaire de la lumière, la fonction de l'onde monochromatique est caractérisée en un point M et à l'instant t par le signal lumineux ou vibration lumineuse : $s(M,t) = a\,cos\big(\omega t - \varphi(M,t)\big)$, où a est l'amplitude supposée constante de l'onde et $\varphi(M,t)$ son retard de phase en M et à l'instant t par rapport au point de référence S.

Le modèle des trains d'ondes suppose que la phase à la source φ_S reste constante pendant des intervalles de temps de durée constante τ_c entre lesquels elle change aléatoirement de valeur. L'onde émise durant cet intervalle de temps appelé temps de cohérence est nommée « train d'onde ». Le train d'onde est ainsi limité dans le temps et se propage dans le vide à la célérité c. La phase de l'onde φ_S à la source S prend une nouvelle valeur aléatoire à chaque nouveau train d'onde.

7.1.1 Interférences entre deux sources ponctuelles

L'intensité lumineuse $I(M)$ résulte de la superposition en M de deux ondes issues de deux sources ponctuelles S_1 et S_2 de longueurs d'onde dans le vide différentes λ_1 et λ_2.

Elles sont notées respectivement : $s_1(M,t) = a_1\,cos\big(\omega_1 t - \varphi_1(M,t)\big)$ $\quad et \quad$ $s_2(M,t) = a_2\,cos\big(\omega_2 t - \varphi_2(M,t)\big)$.

17) Montrer que l'intensité lumineuse $I(M)$ peut se mettre sous la forme :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,cos\left(\phi_{2/1}(M)\right)$$

avec I_1 et I_2 intensités de chacune des ondes, ω_1 et ω_2 leurs pulsations respectives et $\phi_{2/1}(M,t) = \varphi_2(M,t) - \varphi_1(M,t)$ le déphasage de l'onde issue de S_2 par rapport à l'onde issue de S_1. Identifier le terme d'interférences.

18) A quelle condition, relative au terme d'interférence, observe-t-on des interférences lumineuses en M ? Les ondes sont alors dites cohérentes. Que vaut l'intensité lumineuse $I(M)$ pour des ondes incohérentes ? Qualifier cet éclairement. Quelle autre condition faut-il respecter pour obtenir des ondes cohérentes ?

19) Déterminer le déphasage $\phi_{2/1}(M,t)$ en fonction de la longueur d'onde dans le vide λ_0, de la différence de chemin optique notée $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M)$ et des phases φ_{S1} et φ_{S2} des signaux émis aux points sources S_1 et S_2.

20) Tracer $I(M)$ en fonction de $\phi_{2/1}(M)$. Exprimer et préciser sur le graphe les éclairements maximum I_{MAX} et minimum I_{MIN} en fonction de I_1 et I_2. Déterminer le contraste C en fonction de I_1 et I_2. Dans quelle situation le contraste est-il maximal ?

7.1.2 Dispositif des trous d'Young

On réalise, dans l'air, l'expérience des trous d'Young à l'aide du dispositif décrit et schématisé ci-dessous.

Un laser, de longueur d'onde dans le vide λ_0 , émet un faisceau lumineux cylindrique d'axe z'z.

On suppose par la suite, sauf mention contraire dans la question 5, que le faisceau du laser éclaire entièrement et de manière uniforme les différentes ouvertures qui sont placées sur son passage.

Une plaque opaque (P), percée de deux trous circulaires S_1 et S_2 de même taille et de faibles dimensions, est placée perpendiculairement à l'axe z'z.

On note O' le milieu du segment $[S_1S_2]$. Le point O' appartient à l'axe z'z.

La distance entre les centres des deux trous S_1 et S_2 est notée a.

Le phénomène d'interférences est observé sur un écran (E) placé perpendiculairement à l'axe z'z.

Soit O le point de l'écran (E) appartenant à l'axe z'z.

La distance entre la plaque (P) et l'écran (E) est égale à D. On a ainsi $D = O'O$.

L'espace est rapporté au repère cartésien $\left(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\right)$ défini comme suit :

$\overrightarrow{e_z}$: vecteur unitaire de l'axe Oz, orienté de la plaque (P) vers l'écran (E).

$\overrightarrow{e_x}$: vecteur unitaire de l'axe Ox, parallèle à $[S_1S_2]$ et orienté de S_2 vers S_1.

$\overrightarrow{e_y}$: vecteur unitaire de l'axe Oy tel que la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ soit orthonormée directe.

Dans tout le problème, l'indice de réfraction de l'air sera pris égal à 1.

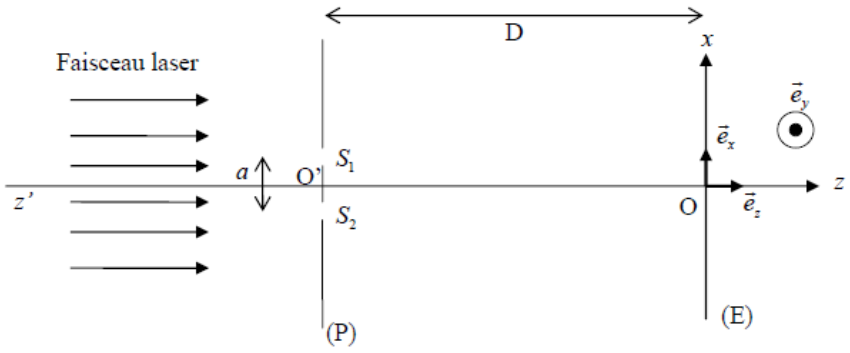


Figure 3. Dispositif des trous d'Young

21) Nous nous plaçons, uniquement pour cette question, dans le cas où le laser dont nous disposons ne permet pas d'éclairer simultanément les deux trous S_1 et S_2 de la plaque (P) : le diamètre du faisceau laser est inférieur à la distance a.

Nous souhaitons réaliser un dispositif permettant d'élargir le faisceau laser. Pour cela nous disposons de deux lentilles : une lentille divergente L_1 et une lentille convergente L_2 de distances focales respectives f'_1 et f'_2, telles que $|f'_1| < f'_2$.

On dispose les deux lentilles de telle sorte que le foyer image de la lentille divergente L_1 soit confondu avec le foyer objet de la lentille convergente L_2 .

La lentille est placée avant la lentille sur le trajet du faisceau laser.

Soit d_{av} le diamètre du faisceau laser avant son élargissement et d_{ap} le diamètre du faisceau laser après son élargissement.

Faire un schéma du montage ainsi réalisé et mettant en évidence l'élargissement du faisceau incident.

Calculer le rapport $\frac{d_{ap}}{d_{av}}$ en fonction de f'_1 et f'_2.

22) Quelle est la couleur émise par le laser dans le cas d'un laser He-Ne de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 632{,}8nm$? Quelles sont les longueurs d'onde et les couleurs respectives qui correspondent aux limites du spectre de la lumière visible ?

23) En se référant uniquement aux lois de l'optique géométrique, quelle devrait être l'allure de la figure observée sur l'écran (E) ? Pour quelle raison l'optique géométrique ne permet-elle pas de prévoir l'existence d'un champ d'interférences dans le cas du dispositif des trous d'Young ? A quel phénomène physique doit-on faire appel pour en comprendre l'existence ?

24) Réaliser un schéma représentant le champ d'interférences.

Les réponses aux questions suivantes seront justifiées. Une démonstration quantitative ne sera toutefois pas exigée.

25) Qu'observe-t-on sur l'écran (E) ? Décrire précisément la figure d'interférences obtenue.

26) Qu'observe-t-on sur l'écran (E) si l'on obture l'un des deux trous ?

27) Comment est modifiée la figure d'interférences si on translate la plaque (P) suivant l'axe Ox ? suivant l'axe Oy ?

28) Comment est modifiée la figure d'interférences si on translate l'écran (E) suivant l'axe z'z ?

Soit un point M de l'écran (E), de coordonnées (x, y, 0) dans le repère $(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.

29) Exprimer les coordonnées des trous S_1 et S_2 dans le repère $(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.

Exprimer les distances S_1M et S_2M, respectivement entre les trous S_1 et S_2 et le point M. On exprimera S_1M et S_2M en fonction de a, D, x et y.

En déduire l'expression de la différence de chemin optique $\delta(M) = S_2M - S_1M$ au point M entre les rayons issus de S_1 et S_2. On exprimera $\delta(M)$ en fonction de a, D, x et y. Le calcul sera mené sans aucune approximation.

30) La distance a entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation D, et le point M étant proche du point O, on peut considérer que a, x, y sont très petits devant D.

En faisant un développement limité au premier ordre de l'expression de $\delta(M)$ obtenue précédemment, en déduire l'expression simplifiée de $\delta(M)$ en fonction de a, D et x.

31) En prenant en compte l'expression de $\delta(M)$ calculée à la question précédente, expliquer comment serait modifiée la figure d'interférences si on remplaçait les deux trous par deux fentes très fines appartenant à la plaque (P), parallèles à l'axe Oy et distantes de a ?

32) En prenant $I_0 = I_1 = I_2$, exprimer l'intensité lumineuse I_M au point M en fonction de I_0, δ et λ_0 puis en fonction de I_0, a, x, λ_0 et D.

33) Calculer, en détaillant clairement le raisonnement effectué, l'expression de l'interfrange i de la figure d'interférences. Exprimer i en fonction de a, λ_0 et D.

34) Tracer l'allure du graphe de I_M en fonction de x.

35) Quelle est la position de la frange d'ordre 0 ?

7.1.3 Modification du dispositif interférentiel

Nous nous plaçons encore pour cette partie dans le cas où la distance a entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation D, et le point M étant proche du point O, on peut considérer que a, x, y sont très petits devant D.

Dans cette partie uniquement, on rajoute devant le trou S_2 une petite lame (L) (verre ou mica) à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n pour la longueur d'onde λ_0 utilisée. Le faisceau laser arrive toujours perpendiculairement à la plaque (P) et traverse la lame (L) sous incidence normale.

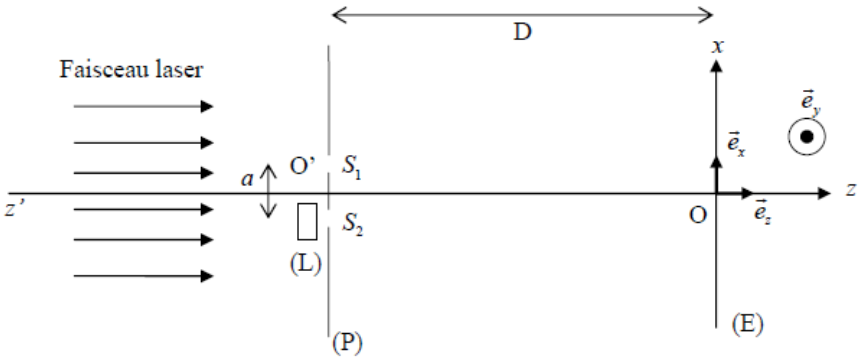


Figure 4. modification du dispositif interférentiel

36) Donner l'expression de la différence de chemin optique $\delta'(M)$ entre deux rayons parcourant chacun la distance e, l'un dans l'air et l'autre dans le verre d'indice n.

37) Calculer la différence de chemin optique $\delta''(M)$ au point M entre les rayons issus de S_1 et S_2.

Exprimer $\delta''(M)$ en fonction de n, e, a, x et D.

En déduire, en utilisant les résultats de la partie précédente, de quelle distance d la figure d'interférences sera translatée. On exprimera d en fonction de n, e, a et D.

Dans quel sens se déplace la figure d'interférences par rapport au cas de la question précédente ?

Annexe 1. Relations et formules de trigonométrie

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{Z}\right) = \overrightarrow{grad}\left(div\vec{Z}\right) - \vec{\Delta}\vec{Z}$$

$$cos(a+b) = cos\,a\,cos\,b - sin\,a\,sin\,b$$

$$cos(a-b) = cos\,a\,cos\,b + sin\,a\,sin\,b$$

$$sin(a+b) = sin\,a\,cos\,b + sin\,b\,cos\,a$$

$$sin(a-b) = sin\,a\,cos\,b - sin\,b\,cos\,a$$

$$cos\,p + cos\,q = 2\,cos\frac{p+q}{2}cos\frac{p-q}{2}$$

$$cos\,p - cos\,q = -2\,sin\frac{p+q}{2}sin\frac{p-q}{2}$$

$$sin\,p + sin\,q = 2\,sin\frac{p+q}{2}cos\frac{p-q}{2}$$

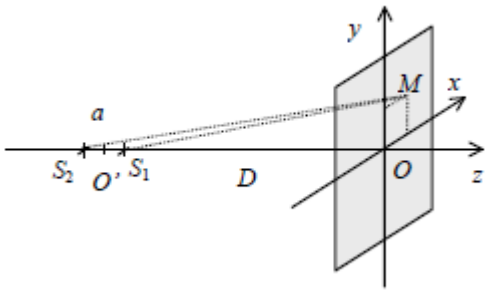
$$sin\,p - sin\,q = 2\,sin\frac{p-q}{2}cos\frac{p+q}{2}$$

8 Exercices type oral

8.1 Interférences entre deux ondes monochromatiques

Soit deux sources secondaires S_1 et S_2 issues d'une même source S. Elles produisent donc la même intensité lumineuse I_0, ont la même phase à l'origine et la même pulsation ω. On appelle $s_1(t)$ l'amplitude scalaire émise par S_1 et $s_2(t)$ celle émise par S_2 .

Les sources sont placées dans un plan perpendiculaire à l'écran où l'on cherche à observer les interférences. (Voir figure ci-contre)



On pose : $D \gg a,\ |x|,\ |y|\ \gg \lambda$

1) Exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.

2) En déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point $M(x, y, 0)$.

3) Quelle est la forme de la figure d'interférence observée sur l'écran ?

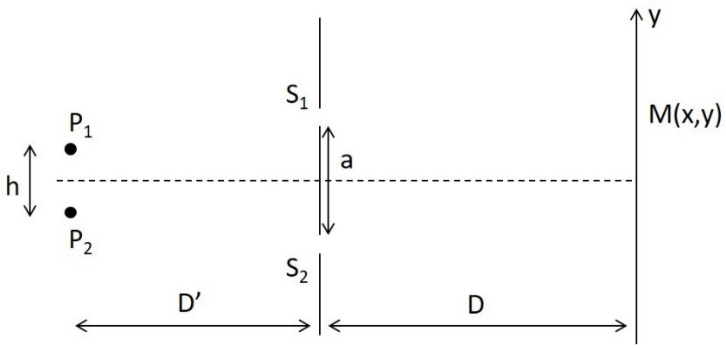
4) Donner l'expression de l'ordre d'interférence p .

5) Etablir l'expression du rayon r_p de l'anneau correspondant à l'ordre d'interférence p.

8.2 Etude du contraste : source constituée de deux points

On considère une source monochromatique de longueur d'onde λ_0 constituée de deux points P_1 et P_2, séparés d'une distance h et qui éclaire deux trous d'Young. On suppose que l'on se place dans l'air d'indice optique : $n = 1$.

Les deux points sources P_1 et P_2 sont incohérents.



1) Comment obtenir l'intensité lumineuse totale au point M ?

2) Donner son expression sous la forme : $I = 4I_0(1 + cos\,\alpha\, cos\,\beta)$. On précisera la valeur de α et β.

3) L'un des deux cosinus précédents ne dépend pas de la position du point M. On appelle ce terme contraste de la figure d'interférence. Expliquer pourquoi.

4) Lorsque le contraste de la figure est nul, on dit qu'il y a anti-coïncidence. Pourquoi ?

5) Lorsque le contraste de la figure est maximal, on dit qu'il y a coïncidence. Pourquoi ?

6) A partir de cet exemple, expliquer pourquoi dans le cas d'une simple fente source, celle-ci doit être suffisamment fine pour obtenir une figure d'interférence contrastée. On dit que la source doit être plus fine que la longueur de cohérence spatiale.

8.3 Etude du contraste : source constituée de deux longueurs d'onde

On considère une source ponctuelle délivrant deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très proches telles que $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll (\lambda_1, \lambda_2)$ qui éclaire deux trous d'Young. On utilise, par exemple, une lampe à vapeur de sodium. On suppose que l'on se place dans l'air d'indice optique : $n = 1$.

1) Comment obtenir l'intensité lumineuse totale au point M ?

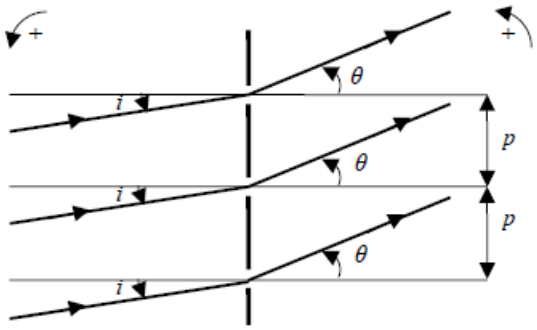
2) Donner son expression sous la forme : $I = 4I_0(1 + cos\,\alpha\, cos\,\beta)$. On précisera la valeur de α et β.

3) Dans l'un des deux cosinus on retrouve une périodicité égale à l'interfrange. Le second cosinus est appelé contraste. Expliquer pourquoi.

4) Pour quelle valeur de $\Delta\lambda$ observe-t-on un brouillage de la figure d'interférence ?

5) Expliquez le phénomène en revenant sur la notion de cohérence temporelle.

8.4 Réseau par transmission (MP CCP 2006)



Considérons un réseau plan constitué de N fentes identiques, fines et parallèles. On pose p le pas de ce réseau utilisé par transmission.

1) Le réseau est éclairé par un faisceau parallèle, monochromatique, de longueur d'onde λ , sous une incidence i. Le faisceau est diffracté à l'infini dans la direction θ. Les angles i et θ mentionnées sont positifs.

a) Exprimer la différence de marche δ entre deux rayons homologues séparés d'une distance p dans le plan du réseau.

b) Déterminer les directions θ_k des maximums principaux d'ordre k.

2) On suppose que le spectre de raies des radiations du mercure est limité par les radiations violette ($\lambda_v = 400nm$) et rouge ($\lambda_r = 700nm$).

a) Déterminer les ordres observables, sous une incidence de 30°, pour ces deux radiations et avec un réseau de pas $p = 2\mu m$.

b) A partir de quel ordre se produit le recouvrement des spectres ? Justifier votre réponse.

8.5 Recouvrement des ordres

Un réseau comportant $n_0 = 800$ motifs par millimètre est éclairé par une lampe à vapeur atomique en incidence normale. Les longueurs d'onde sont comprises entre $\lambda_{min} = 450nm$ et $\lambda_{max} = 600nm$. Les spectres se recouvrent-ils et, si oui, à partir de quel ordre ?