

Nom :

## Interrogation de cours

1) Démontrer l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique. On expliquera bien la signification de chacun des termes.

Soit un volume fini  $V$  de l'espace délimité par une surface fermée  $S$ , à un instant  $t$  l'énergie électromagnétique  $U$  contenue dans ce volume est :  $U = \iiint_V u d\tau$

La diminution de cette énergie peut se retrouver sous deux formes :

- puissance cédée à la matière,  $P$  (ou aux porteurs de charges)
- puissance évacuée à travers  $S$  sous forme de rayonnement,  $P_{rayonnée}$

On peut donc écrire la diminution de l'énergie électromagnétique sous la forme :

$$-\frac{dU}{dt} = P + P_{rayonnée} = \iiint_V (\vec{j} \cdot \vec{E}) d\tau + \oint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{dS}$$

$$\text{Or : } -\frac{dU}{dt} = -\frac{d}{dt} \left( \iiint_V u d\tau \right) = -\iiint_V \frac{\partial u}{\partial t} d\tau$$

On a donc l'équation intégrale de conservation de l'énergie électromagnétique suivante :

$$\iiint_V \frac{\partial u}{\partial t} d\tau = -\iiint_V (\vec{j} \cdot \vec{E}) d\tau - \oint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{dS}$$

En utilisant le théorème de Green-Ostrogradsky :

$$\oint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{dS} = \iiint_V (\text{div} \vec{\Pi}) d\tau \Rightarrow \iiint_V \frac{\partial u}{\partial t} d\tau = -\iiint_V (\vec{j} \cdot \vec{E}) d\tau - \iiint_V (\text{div} \vec{\Pi}) d\tau$$

On obtient l'équation locale :  $\frac{\partial u}{\partial t} = -\vec{j} \cdot \vec{E} - \text{div} \vec{\Pi}$

2) Donner l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique, du vecteur de Poynting et de la puissance rayonnée.

$$\text{densité volumique d'énergie électromagnétique : } u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

$$\text{vecteur de Poynting : } \vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

$$\text{puissance rayonnée : } P_{rayonnée} = \oint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{dS}$$

3) Définir la notion d'échantillonnage. Donner la condition de Shannon.

**L'échantillonnage** est l'opération qui consiste à mesurer un signal en capturant des valeurs à intervalles réguliers.

L'intervalle de mesure s'appelle la période d'échantillonnage,  $T_e$ .

Un signal est correctement représenté à partir de ses échantillons, si la fréquence d'échantillonnage  $F_e$  est supérieure à deux fois la fréquence maximale  $F_{max}$  de son spectre.

$$F_e > 2F_{max}$$