Nom :

Interrogation de cours

1) Soit une onde électromagnétique incidente de pulsation ω polarisée rectilignement selon Ox se propageant dans le vide dans une région sans charges ni courants selon l'axe Oy croissant dans le demi-espace $y < 0$. En $y = 0$, dans le plan Oxz, se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle. Donner l'expression de l'onde incidente (champ E et B).

$$\begin{cases} \vec{E}_i = E_{0i} \cos(\omega t - ky) \vec{u}_x \\ \vec{B} = -\frac{E_{0i}}{c} \cos(\omega t - ky) \vec{u}_z \end{cases}$$

2) On donne la relation de passage suivante : $\vec{E}(y = 0^+) - \vec{E}(y = 0^-) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_y$

On donne l'expression suivant du champ réfléchi : $\vec{E}_r = E_{0r} \cos(\omega t + k_i y) \vec{u}_x$

Exprimer l'amplitude du champ réfléchi E_{0r} en fonction de E_{0i} . On justifiera soigneusement sa démarche.

En déduire l'expression de l'onde réfléchie (champ E et B).

$$\begin{cases} \vec{E}_r = -E_{0i} \cos(\omega t + k_i y) \vec{u}_x \\ \vec{B} = -\frac{E_{0i}}{c} \cos(\omega t + k_i y) \vec{u}_z \end{cases}$$

3) Retrouver l'expression de l'onde (champ E et B) résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies. Commenter.

En passant par l'écriture complexe :

La superposition des deux ondes incidentes et réfléchies donne :

$$\vec{E}_{vide} = \vec{E}_i + \vec{E}_r = E_{0i} e^{j(\omega t - k_i y)} \vec{u}_x - E_{0i} e^{j(\omega t + k_i y)} \vec{u}_x = E_{0i} e^{j\omega t} (e^{-jk_i y} - e^{jk_i y}) \vec{u}_x = -2j E_{0i} e^{j\omega t} \sin(k_i y) \vec{u}_x$$

D'où en notation réelle : $\vec{E}_{vide} = 2E_{0i} \sin(\omega t) \sin(k_i y) \vec{u}_x$

Et pour le champ magnétique :

$$\begin{aligned} \vec{B}_{vide} = \vec{B}_i + \vec{B}_r &= -\frac{E_{0i}}{c} e^{j(\omega t - k_i y)} \vec{u}_z - \frac{E_{0i}}{c} e^{j(\omega t + k_i y)} \vec{u}_z = -\frac{E_{0i}}{c} e^{j\omega t} (e^{-jk_i y} + e^{jk_i y}) \vec{u}_z \\ &= -\frac{2E_{0i}}{c} e^{j\omega t} \cos(k_i y) \vec{u}_z \end{aligned}$$

D'où en notation réelle : $\vec{B}_{vide} = -\frac{2E_{0i}}{c} \cos(\omega t) \cos(k_i y) \vec{u}_z$

Les dépendances spatiale et temporelle sont séparées : l'onde résultante est une onde stationnaire.

4) Retrouver alors la position des nœuds et des ventres du champ électrique en vous appuyant sur leur définition.

$$\text{Nœud : } \|\vec{E}\| = 0 \Rightarrow \sin(k_i y) = 0 \Rightarrow k_i y_n = n\pi \Rightarrow y_n = n \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ventre : } \|\vec{E}\| = \max \Rightarrow \sin(k_i y) = \pm 1 \Rightarrow k_i y_v = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow y_v = (2n + 1) \frac{\lambda}{4} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Formulaire : } \cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \text{ et } \cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$