

Nom :

## Interrogation de cours

1) Décrire les trois modes de transfert thermique.

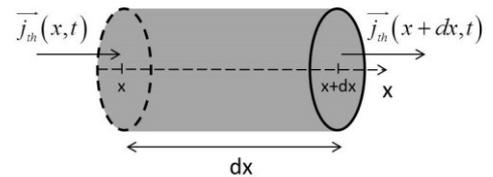
**conduction** thermique : transfert thermique provoqué par une différence de température entre deux régions d'un même milieu se réalisant sans déplacement global de la matière. D'un point de vue microscopique, elle s'interprète à l'aide de l'agitation thermique des atomes et molécules du milieu.

**convection** : déplacement global (macroscopique) de matière et concerne les liquides ou les gaz

**rayonnement** : ne nécessite pas la présence d'un milieu matériel. De l'énergie thermique se propage sous forme d'ondes électromagnétiques

2) Démontrer l'équation de la chaleur en faisant un bilan enthalpique sur une épaisseur  $dx$  de matériau de conductivité  $\lambda$ .**Hypothèses :**

On considère le même solide homogène de forme cylindrique que précédemment. Il est de masse volumique  $\mu$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de capacité thermique massique  $c$ . Ces grandeurs sont supposées constantes dans le domaine de température étudié. On considère la pression  $P$  extérieure constante.



On étudie toujours un modèle unidimensionnel selon  $(Ox)$ , la température ne dépend donc que de  $x$  et  $t$  :  $T(x, t)$ . On considère un petit volume compris entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$  de section  $\Sigma$ .

Le système reçoit la puissance thermique suivante :

$$d\Phi = \Phi(x, t) - \Phi(x + dx, t) = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} dx = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x} \Sigma dx \quad \text{car} \quad \Phi(x, t) = j_{th}(x, t) \Sigma$$

Or, la pression étant constante, sans travail supplémentaire, on a :  $dH = \delta Q$ 

La puissance thermique apportée sert à chauffer le solide tel que :

$$dH = CdT = cmdT = c\mu dVdT = c\mu \Sigma dx dT \Rightarrow d\Phi = \frac{\delta Q}{dt} = c\mu \Sigma dx \frac{dT}{dt}$$

En égalant les deux expressions, on trouve :  $-\frac{\partial j_{th}}{\partial x} \Sigma dx = c\mu \Sigma dx \frac{\partial T}{\partial t}$ 

On considère que le transfert thermique ne s'effectue que par conduction.

$$\text{Loi de Fourier : } j_{th}(x, t) = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right) + c\mu \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{c\mu}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

3) Résoudre l'équation de la chaleur dans le cas du régime stationnaire.

On prendra le cas d'une tige pour rester avec un problème unidimensionnel. On suppose donc de plus qu'il n'y a aucun échange thermique entre la tige et le milieu extérieur par la surface latérale du cylindre (isolation thermique). Cette tige est cylindrique de section  $S$ , de longueur  $L$  et ses extrémités sont aux températures  $T_1$  et  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ). Donner l'expression de la température, densité de flux thermique et flux thermique. Commenter.

Régime stationnaire : la température ne dépend plus du temps

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow T(x) = Ax + B \text{ avec } A, B \in \mathbb{R}$$

On utilise les deux conditions aux limites pour déterminer la loi affine vérifiée par la température :  $T(0) = T_1 = B$  et  $T(L) = T_2 = AL + T_1 \Rightarrow A = \frac{T_2 - T_1}{L} \Rightarrow T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$

D'après la loi de Fourier :  $j_{th} = -\lambda \left( \frac{dT}{dx} \right) = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L}$

Donc le flux thermique traversant la tige est égal à :  $\Phi = j_{th} \Sigma = \lambda \Sigma \frac{T_1 - T_2}{L}$

C'est une constante.

## Réponses au QCM du cours

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse(s)	a, b, d	b, c	a, d	a, c	b, c	a, d	a, c	b, d	a, d	b, c