Magnétostatique

Distributions de courants électriques

L'intensité I (en A) du courant électrique à travers une surface S : charge dq qui traverse S pendant dt.

$$\boxed{dq = Idt}$$

Le vecteur densité de courant volumique $\vec{j}$ (A.m^{-2}) associé à un mouvement d'ensemble de particules de charge q, de densité volumique n, à la vitesse $\vec{v}$ est :

$$\boxed{\vec{j} = qn\vec{v} = \rho_m\vec{v}}$$

L'intensité du courant électrique traversant une surface S = flux du vecteur densité de courant volumique $\vec{j}(M,t)$ à travers cette surface.

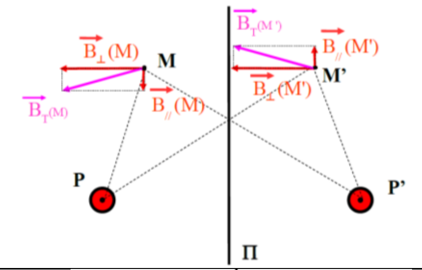
$$\boxed{I = \iint_S \vec{j}(M,t)\cdot\overrightarrow{dS}}$$

Symétries de la distribution de courants

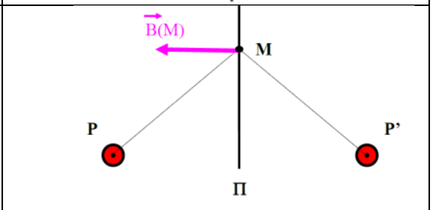
Plan de symétrie

Une distribution de courant possède un **plan de symétrie** Π si :
- Π est un plan de symétrie géométrique de la distribution
- $\vec{j}(P') = sym[\vec{j}(P)]$

Si le plan Π est **plan de symétrie** de la distribution de courant, alors ce plan est un **plan d'antisymétrie pour le champ magnétostatique**.



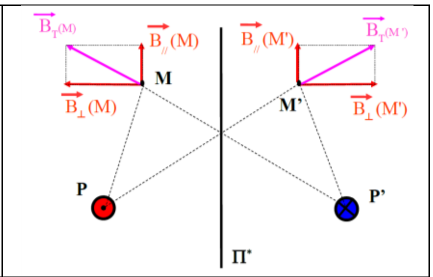
Conséquence :
Si M appartient au plan de symétrie Π, alors le champ magnétique est perpendiculaire au plan de symétrie Π : $\vec{B}(M) \perp \Pi$



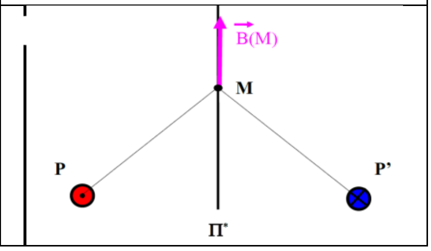
Plan d'antisymétrie

Une distribution de courant possède un plan d'antisymétrie Π^* si :
- Π^* est un plan de symétrie géométrique de la distribution
- $\vec{j}(P') = -sym[\vec{j}(P)]$

Si le plan Π^* est **plan d'antisymétrie** de la distribution de courant, alors ce plan est un **plan de symétrie pour le champ magnétostatique**.



Conséquence :
Si M appartient au plan d'antisymétrie Π^*, alors le champ magnétique appartient au plan d'antisymétrie Π^*:$\vec{B}(M) \parallel \Pi *$



Invariances de la distribution de courants

Si la distribution de courants est invariante par translation selon un axe (par rotation autour d'un axe), le champ l'est aussi : il ne dépend pas de la coordonnée le long (coordonnée angulaire qui définit la rotation autour) de cet axe.

Flux du champ magnétique

Le flux du champ magnétique ϕ (en Weber : Wb = T.m^2) à travers une surface fermée est nul. Le champ magnétique est à **flux conservatif**.

$$\boxed{\phi = \oiint_S \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS} = 0}$$

Conséquence : Le champ magnétique s'évase en se dirigeant vers les champs faibles, il ne peut diverger ou converger vers un point.

Théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétostatique créé par un ensemble de courants sur un contour fermé orienté est égale à la somme algébrique des courants enlacés I_{int} multipliée parμ_0	$\oint_\Gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{int}$

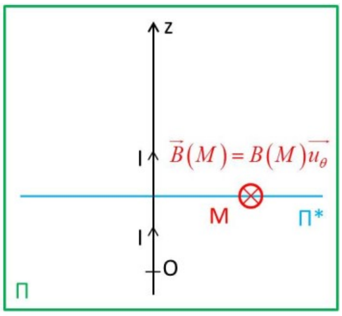
Conséquence : un tire-bouchon qui tourne dans le sens du courant (respectivement sens des lignes de champ) progresse dans le sens du champ à l'intérieur du circuit (respectivement sens de l'intensité du courant).

Ordres de grandeur

Dispositif	B (T)
Champ magnétique terrestre, en surface	$4{,}7.10^{-5}$
Champ créé à 1 cm d'un fil rectiligne parcouru par 10 A	2.10^{-5}
Champ créé à 1 mm d'un aimant permanent	0,1 à 1
Electroaimant	10 à 100
Etoile à neutrons, en surface	10^{11}

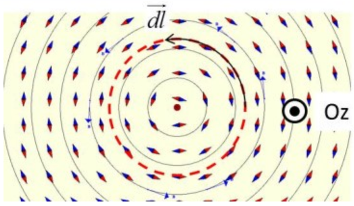
Fil rectiligne infini parcouru par un courant I

Symétries et invariances



Plan de symétrie de la distribution de courant : plan contenant le fil et le point M
Le champ magnétique est perpendiculaire aux plans de symétrie : $\vec{B} = B(M)\overrightarrow{u_\theta}$
Invariance par translation selon z et rotation selon θ, on a :

$$\vec{B} = B(r,\theta,z)\overrightarrow{u_\theta} = B(r)\overrightarrow{u_\theta}$$



Contour d'Ampère

Cercle d'axe Oz et de rayon r parcouru dans le sens trigonométrique passant par le point M.

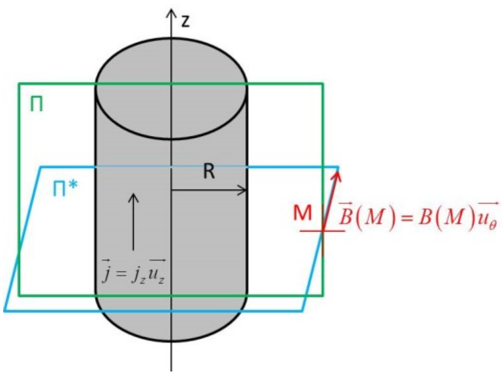
Calcul du champ magnétostatique

Circulation : $\oint_\Gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint_\Gamma B(r)\overrightarrow{u_\theta} \cdot rd\theta\overrightarrow{u_\theta} = B(r)\int_0^{2\pi} rd\theta = 2\pi r B(r)$ Courant intérieur : $I_{int} = I$

D'après le théorème d'Ampère : $2\pi r B(r) = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$

Cylindre parcouru par un courant volumique

Symétrie et invariance



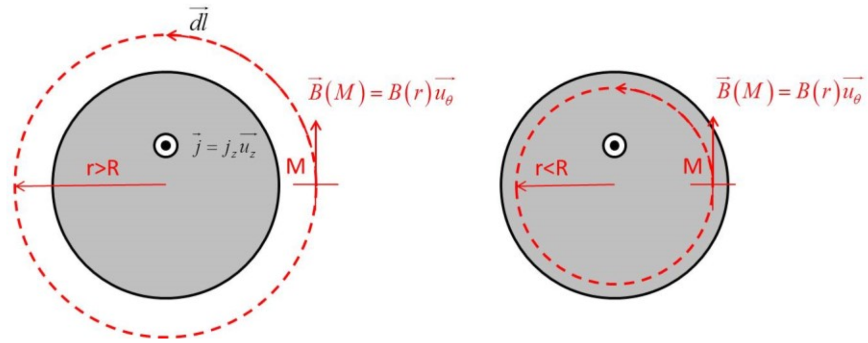
Plan de symétrie de la distribution de courant : plan contenant l'axe Oz et le point M
Le champ magnétique est perpendiculaire aux plans de symétrie :

$$\vec{B} = B(M)\overrightarrow{u_\theta}$$

Invariance par translation selon z et rotation selon θ, on a :

$$\vec{B} = B(r)\overrightarrow{u_\theta}$$

Contour d'Ampère
Cercle d'axe Oz et de rayon r parcouru dans le sens trigonométrique.



Calcul du champ magnétostatique

Circulation : $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \oint_\Gamma B(r)\overrightarrow{u_\theta}\cdot rd\theta\overrightarrow{u_\theta} = B(r)\int_0^{2\pi} rd\theta = 2\pi rB(r)$

Courant intérieur : -$r > R$: $I_{int} = j_z\pi R^2$
-$r < R$: $I_{int} = j_z\pi r^2$

D'après le théorème d'Ampère : $2\pi rB(r) = \mu_0 j_z\pi r^2$ $\Rightarrow \begin{cases} \vec{B} = \frac{\mu_0 j_z r}{2}\overrightarrow{u_\theta} & r < R \\ \vec{B} = \frac{\mu_0 j_z R^2}{2r}\overrightarrow{u_\theta} & r > R \end{cases}$

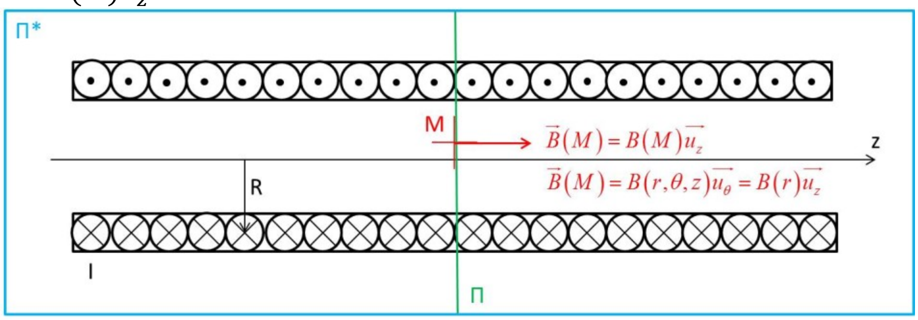
Solénoïde « infini » circulaire parcouru par un courant I

Soit n son nombre de spires par unité de longueur. Il est parcouru par un courant d'intensité I. Nous calculons ici le champ en tout point intérieur au solénoïde.
Hypothèse supplémentaire : le champ magnétostatique est nul à l'extérieur du solénoïde (à comprendre avec les lignes de champ).

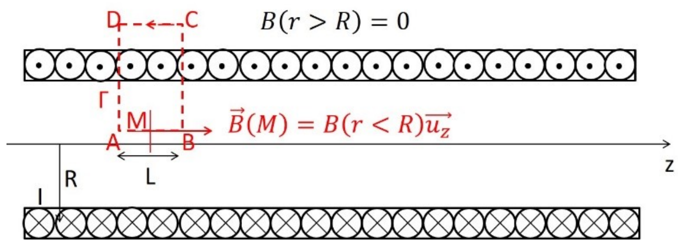
Symétrie et invariance

Plan de symétrie de la distribution de courants : plan perpendiculaire à l'axe Oz et contenant le point M. Le champ magnétique est perpendiculaire aux plans de symétrie : $\vec{B} = B(M)\overrightarrow{u_z}$

Invariance par translation selon z et rotation selon θ, on a : $\vec{B} = B(r)\overrightarrow{u_z}$



Contour d'Ampère
Cadre ABCD de longueur L selon Oz, orienté dans le sens trigonométrique et passant par M.



Calcul du champ magnétostatique

Circulation $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \oint_\Gamma B(r)\overrightarrow{u_z}\cdot dz\overrightarrow{u_z} = B(r=0)\int_A^B dz - B(r)\int_C^D dz = L\big(B(r<R) - B(r>R)\big) = LB(r<R)$
Courant intérieur : $I_{int} = nIL$
Dans un solénoïde « infini » le champ magnétostatique est uniforme en tout point intérieur et égal à : $\vec{B} = \mu_0 nI\overrightarrow{u_z}$