Equations de Maxwell

Principe de conservation de la charge

La charge électrique est une **grandeur conservative**. Ce principe se traduit par l'équation locale :	$div\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

Equations de Maxwell dans le vide

Le **champ électromagnétique** est caractérisé par un couple de vecteurs noté $\{\vec{E}, \vec{B}\}$ où $\vec{E}$ est le vecteur **champ électrique** (V.m^{-1}) et $\vec{B}$ est le vecteur **champ magnétique** (T).

Ce champ électromagnétique créé au point M à l'instant t par la distribution $\{\rho, \vec{j}\}$ est régi par les quatre **équations de Maxwell dans le vide**.

Formes locales	Formes intégrales
Equation de Maxwell-Gauss (MG): $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	**Validité générale du théorème de Gauss** : $\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$
Equation de Maxwell-Ampère (MA): $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	**Forme généralisée du théorème d'Ampère** : $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 \iint_S (\vec{j} + \overrightarrow{j_D}) . \overrightarrow{dS} \quad avec \quad \overrightarrow{j_D} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ avec densité de courant de déplacement $\overrightarrow{j_D}$
Equation de Maxwell-Thomson (ou flux) (MT): $div\vec{B} = 0$	**Conservation du flux magnétique :** $\oiint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0$
Equation de Maxwell-Faraday (MF): $\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	**Phénomène d'induction électromagnétique :** $e = -\frac{d\Phi}{dt}$

Equations de Maxwell dans une région vide de charges et de courants : $\boldsymbol{\rho = 0 \quad et \quad \vec{j} = \vec{0}}$

$$(MG) \quad div\vec{E} = 0 \quad (MA) \quad \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$(MT) \quad div\vec{B} = 0 \quad (MF) \quad \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

Etude de l'électromagnétisme dans le cas où les temps de propagation sont négligeables devant la période des signaux. Si l'on note τ le temps de propagation du signal et T la période, alors l'ARQS est applicable si $\tau \ll T$.

Equations de Maxwell dans un conducteur, dans le cadre de l'ARQS :

Dans les conducteurs : $\|\overrightarrow{j_D}\| \ll \|\vec{j}\|$	$(MA) \quad \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

Cas particulier des régimes stationnaires (ou permanents) :

$$(MG) \quad div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (MA) \quad \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$(MT) \quad div\vec{B} = 0 \quad (MF) \quad \overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{0}$$

Equation de Poisson : Equation locale reliant potentiel et densité volumique de charge : $\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$	Equation de Laplace : dans une région sans charges : $\Delta V = 0$