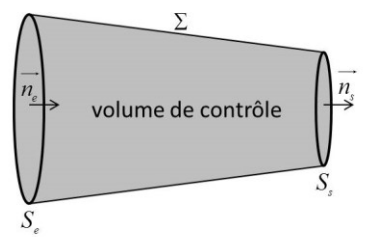
Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite

Bilan de grandeurs énergétiques extensives

<u>Définition</u> :

Surface de contrôle = surface fermée, Σ, fixe dans le référentiel d'étude s'appuyant sur deux sections d'entrée et de sortie, S_e *et* S_s, reliées par des lignes de courants.

Volume de contrôle = Intérieur de Σ



<u>Propriété</u> :

Cette surface de contrôle délimite un **système ouvert**.

En régime stationnaire, **égalité des débits massiques** : $D_{me} = D_{ms} = D_m$

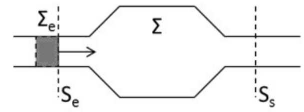
<u>Bilan d'énergie</u>

On s'intéresse à l'évolution des grandeurs énergétiques en entrée et en sortie de Σ sur $[t, t+dt]$.

Pour effectuer ce bilan d'énergie, il faut définir un système fermé, Σ'.

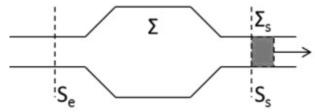
A t , $\Sigma' = \Sigma \cup \Sigma_e$

- Fluide contenu dans Σ à l'instant t
- Σ_e = masse de fluide δm qui pénètre dans Σ pendant dt



A$t + dt$, $\Sigma' = \Sigma \cup \Sigma_s$

- le fluide contenu dans Σ à l'instant $t + dt$
- Σ_s = masse de fluide δm qui sort de Σ pendant dt



Energie totale du système Σ' à t: $U_{\Sigma'}(t) + E_{c,\Sigma'}(t) = U_{\Sigma}(t) + E_{c,\Sigma}(t) + U_{\Sigma_e}(t) + E_{c,\Sigma_e}(t)$

à $t + dt$: $U_{\Sigma'}(t+dt) + E_{c,\Sigma'}(t+dt) = U_{\Sigma}(t+dt) + E_{c,\Sigma}(t+dt) + U_{\Sigma_s}(t+dt) + E_{c,\Sigma_s}(t+dt)$

Régime stationnaire : $U_{\Sigma}(t+dt) + E_{c,\Sigma}(t+dt) = U_{\Sigma}(t) + E_{c,\Sigma}(t)$

Variation d'énergie totale dans Σ' pendant dt : $dU_{\Sigma'} + dE_{c,\Sigma'} = U_{\Sigma_s}(t+dt) - U_{\Sigma_e}(t) + E_{c,\Sigma_s}(t+dt) - E_{c,\Sigma_e}(t)$

Le long d'une ligne de courant : $dU_{\Sigma'} + dE_{c,\Sigma'} = \delta m\big(u_s - u_e + e_{c,s} - e_{c,e}()\big)$

u_s et u_e : énergies internes massiques et $e_{c,s} = \frac{1}{2}v_s^2$ et $e_{c,e} = \frac{1}{2}v_e^2$: énergies cinétiques massiques dans Σ_s et Σ_e

<u>Application du premier principe</u> : $dU_{\Sigma'} + dE_{c,\Sigma'} = \delta W + \delta Q$

avec δW : travail de toutes les forces extérieures au système Σ'

avec δQ le transfert thermique reçu par le système : $\delta Q = q_e \delta m$ avec q_e : transfert thermique massique

<u>Travail des forces de pesanteur</u> : $\boldsymbol{\delta W_{pes} = -\delta m\big(e_{pp,s} - e_{pp,e}\big)}$

$e_{pp,s}$ et $e_{pp,e}$ énergies potentielles de pesanteur massiques du fluide dans Σ_s et Σ_e

Avec l'axe Oz ascendant : $e_{pp,e} = g z_e$ et $es_{pp,s}$

<u>Travail des forces pressantes</u> : $\delta W_P = \left(\frac{P_e}{\mu_e} - \frac{P_s}{\mu_s}\right)\delta m$

<u>Travail dû à la réaction de la conduite</u> : $\delta W_f = 0$ pour un fluide parfait

<u>Travail dû à des phénomènes de dissipation</u> : $\delta W_d = 0$ pour un fluide parfait

<u>Travail indiqué</u> : dû à un élément actif, à la présence de parties mobiles $\delta W_i = w_i \delta m$ avec w_i : travail massique indiqué.

<u>Bilan d'énergie</u> pour un **fluide parfait en écoulement stationnaire** : $\Delta u + \Delta e_c + \Delta e_{pp} = \left(\frac{P_e}{\mu_e} - \frac{P_s}{\mu_s}\right) + w_i + q_e$

Relation de Bernoulli

Sans prendre en compte les aspects thermodynamiques : $\Delta e_c + \Delta e_{pp} = \left(\frac{P_e}{\mu_e} - \frac{P_s}{\mu_s}\right) + w_i$

Dans le cas d'un **fluide incompressible**, où tout **travail massique indiqué est nul :** $\boldsymbol{\Delta e_c + \Delta e_{pp} = \left(\frac{P_e}{\mu} - \frac{P_s}{\mu}\right)}$

Dans un référentiel galiléen dont l'axe (Oz) est vertical ascendant, lorsqu'un écoulement est parfait, stationnaire, homogène et incompressible, la **relation de Bernoulli** s'écrit le long d'une ligne de courant :

$$P + \frac{1}{2}\mu v^2 + \mu g z = cte$$

Perte de charge

Définition :
On définit la **perte de charge** en Pa par la différence entre ces deux termes homogène à une pression :

$$\Delta P_C = \left(P_e + \frac{1}{2}\mu v_e^2 + \mu g z_e\right) - \left(P_s + \frac{1}{2}\mu v_s^2 + \mu g z_s\right)$$

Pertes de charges régulières : définie pour un tronçon de conduite parcouru par un fluide incompressible, en régime stationnaire.

Pertes de charges singulières : apparaissent de manière localisée, sur des coudes, des raccords entre canalisations …

Premier principe pour un système ouvert

Dans un référentiel galiléen dont l'axe (Oz) est vertical ascendant, lorsqu'un écoulement est stationnaire et homogène et lorsque les seules forces volumiques sont celles de pesanteur, considérées uniformes, le **premier principe pour un système ouvert** à une entrée et une sortie s'écrit :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q_e$$

Deuxième principe pour un système ouvert

Dans un référentiel galiléen, lorsqu'un écoulement est stationnaire et homogène, le **second principe pour un système ouvert** à une entrée et une sortie s'écrit :

$$\Delta s = s_{ech} + s_{créé}$$