

Concours Blanc 1

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.
Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Toute les **aides aux applications numériques** se trouvent en **fin de sujet**.

ATTENTION : - La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

1 Étude des matériaux composant les cages de hockey

Les cages de hockey sont dotées de tiges en acier. Ce matériau est utilisé car les tiges de ces cages peuvent subir des impacts de palets à très hautes vitesses.

- 1) Le fer a pour symbole ${}^{56}_{26}\text{Fe}$. Donner la composition (nombre de protons, de neutrons et d'électrons) d'un atome de cet élément.
- 2) Donner la configuration électronique du fer dans son état fondamental en nommant les règles et le principe utilisés.

L'examen des propriétés du fer, qui est un métal gris, révèle qu'il n'est pas mécaniquement très performant. Il manifeste en effet une faible résistance à la traction et une faible dureté. De plus, il est très peu résistant à la corrosion. Le fer pur existe sous différentes formes parmi lesquelles le fer α , qui est la forme stable à température ambiante et présente une structure cubique centrée et le fer γ , forme stable à température élevée et qui présente une structure cubique faces centrées. Le fer α a une masse volumique de $7,9 \text{ g.cm}^{-3}$ alors que celle du fer γ est de $8,0 \text{ g.cm}^{-3}$.

Pour augmenter les performances mécaniques du fer, il faut diminuer ses possibilités de déformation, en insérant par exemple des atomes étrangers dans la structure cristallographique. Les aciers, par exemple, sont des alliages d'insertion fer-carbone. Ils présentent de nombreux avantages tels qu'une forte résistance aux chocs et à la déformation. Ils sont de plus recyclables.

Document 1. Le fer et ses propriétés

- 3) Le fer peut passer de la forme fer α à la forme fer γ . Quel nom donne-t-on à ce type de transformation ?

Les alliages sont des solides constitués par plusieurs métaux ou obtenus par addition d'un non métal (type carbone ou bore) à un métal. Les propriétés physiques des alliages peuvent être très différentes de celles observées pour les corps purs constituant l'alliage.

Les alliages d'insertion sont obtenus en insérant des atomes dans les sites interstitiels de la structure cristallographique d'un métal. Dans des structures compactes, seuls des atomes de petits rayons tels que le carbone ($r = 77.10^{-3} \text{ nm}$) peuvent occuper les interstices.

Document 2. Les alliages

Source : Chimie tout-en-un MPSI-PTSI, Bruno Fosset, Jean-Bernard Baudin, Frédéric Lahitète (édition Dunod 2013)

L'austénite est un alliage dans lequel le fer peut adopter une structure de type cubique à faces centrées.

- 4) Dessiner une maille de cette structure.
- 5) Déterminer le nombre d'atomes de fer dans une maille, noté N .
- 6) Connaissant la masse volumique et la masse molaire du fer, montrer que le paramètre de maille a vaut $3,6.10^{-10} \text{ m}$.
- 7) Sachant que les sphères figurant les atomes sont en contact suivant la diagonale d'une face de la maille, vérifier que le rayon d'un atome de fer γ est d'environ $1,3.10^{-10} \text{ m}$.
- 8) Sur le dessin de la question 4, à l'aide de croix rouges, indiquer la position des sites octaédriques.
- 9) Quel doit-être le rayon maximal d'un atome s'insérant dans un site octaédrique pour créer un alliage ?
- 10) Comparer cette valeur au rayon d'un atome de carbone. Quel peut être l'effet de l'insertion d'un atome de carbone dans la maille ?

On considère l'élément fer sous les formes suivantes : $\text{Fe}_{(s)}$, $\text{Fe}_{(aq)}^{2+}$, $\text{Fe}_{(aq)}^{3+}$, $\text{Fe}(\text{OH})_{2(s)}$ et $\text{Fe}(\text{OH})_{3(s)}$.

- 11) Placer en le justifiant les espèces précédentes dans le diagramme potentiel-pH (Figure 1).
- 12) Déterminer le potentiel standard du couple B/C .
- 13) A quelle valeur de pH la frontière entre B et E est-elle positionnée ?
- 14) Sur les patinoires, les cages de hockey sont en contact avec la glace. Quels sont les avantages d'utiliser des cages en acier et non en fer pur ? Pourquoi vaut-il mieux peindre les cages ? Une réponse détaillée utilisant les figures et les documents précédents est attendue.

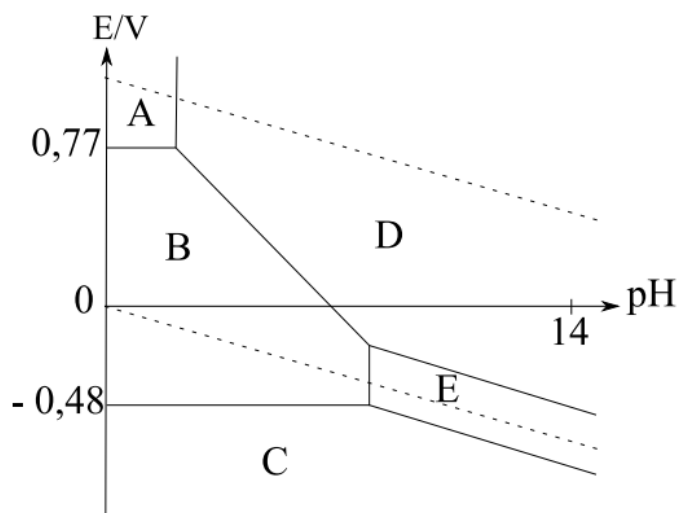


Figure 1. Diagramme potentiel-pH du fer

La concentration choisie en espèce dissoute est de $10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$.

Le diagramme potentiel-pH de l'eau (couple $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ et $\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2$) est indiqué en pointillées.

Données pour la partie 1 :

- Masse molaire du fer : $M(\text{Fe}) = 56 \text{ g.mol}^{-1}$
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Produit de solubilité de $\text{Fe}(\text{OH})_{2(s)}$ dans l'eau : $K_{S1} = 10^{-15}$ à 25°C
- Produit de solubilité de $\text{Fe}(\text{OH})_{3(s)}$ dans l'eau : $K_{S2} = 10^{-37}$ à 25°C
- Produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$ à 25°C

2 Glissement d'un palet de hockey

Dans certains pays, des patinoires naturelles se forment en hiver à la surface des lacs gelés et sont alors utilisées pour des matchs de hockey amateurs.

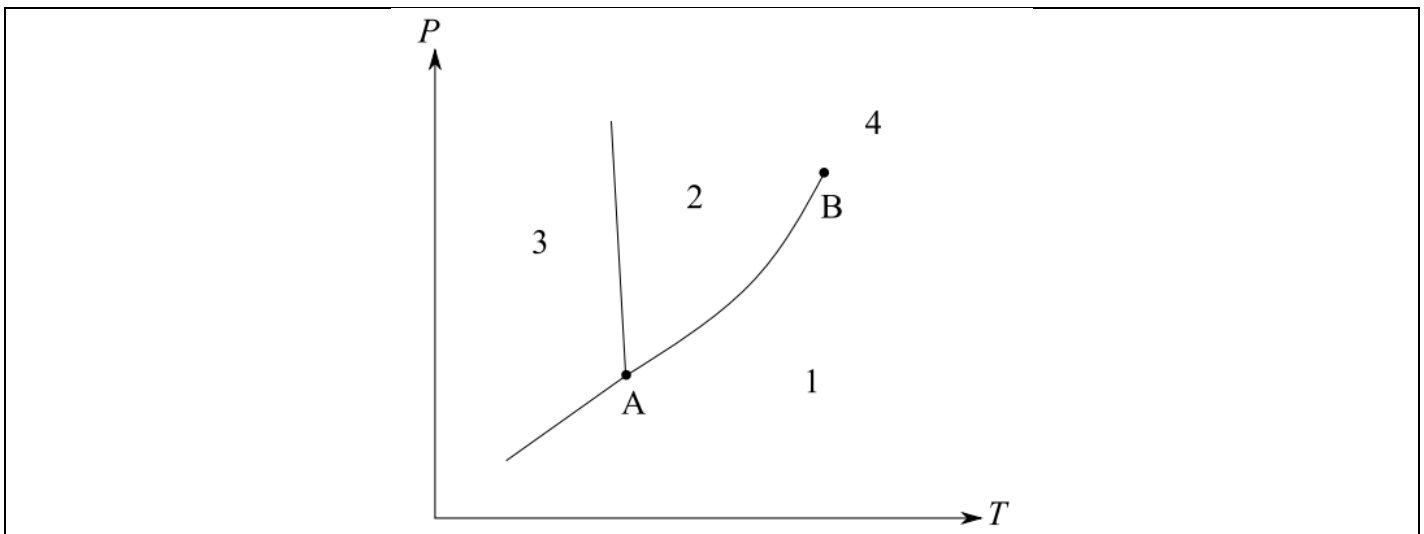


Figure 2. Diagramme de phases (P, T) de l'eau

15) Le diagramme de phases de l'eau est présenté sur la Figure 2. Recopier ce diagramme et identifier les domaines d'existence des différentes phases. Préciser le nom des points caractéristiques A et B.

16) Lors du déplacement des joueurs de hockey sur la glace, la lame du patin crée une fine couche d'eau liquide à la surface de la glace. Donner une cause physique à sa création.

2.1 Ecoulement de Couette plan (cisaillement simple plan)

Un liquide newtonien, de viscosité dynamique η , incompressible et indilatable, s'écoule entre deux plans infinis parallèles distants de h et orthogonaux à l'axe Oz des coordonnées (Figure 3). Le plan en $z = 0$ est immobile alors que le plan en $z = h$ est en translation rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{v}$ dans la direction Ox de vecteur unitaire $\vec{u}_x$. On suppose que le régime permanent est atteint, que la pression est uniforme et que le profil de vitesse est linéaire selon Oz .

Notations : $\vec{v} = v\vec{u}_x$; champ des vitesses dans le fluide : $\vec{V} = V(z)\vec{u}_x$

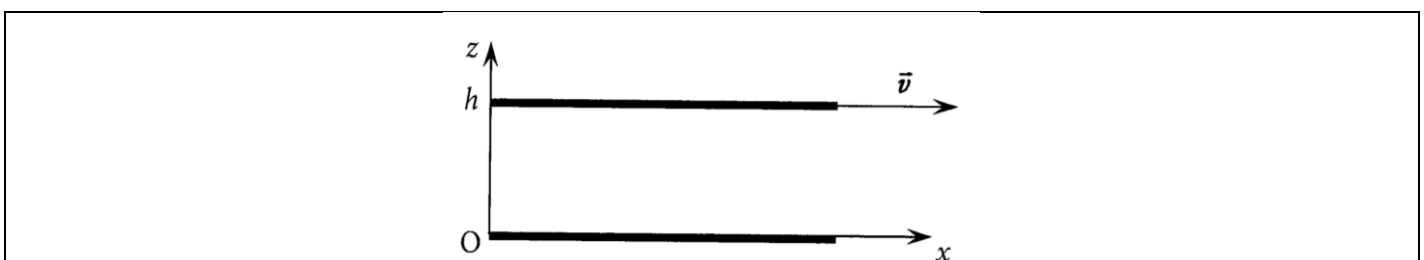


Figure 3. Cisaillement simple plan

17) Donner l'expression du champ des vitesses dans le fluide en fonction de v , h et z .

18) Donner l'expression de la force élémentaire de cisaillement au sein du fluide. En déduire l'expression de la force tangentielle surfacique subie par le plan supérieur.

19) Etablir l'expression de la force de frottement subie par une section carrée de côté a du plan supérieur et l'expression de la puissance de cette force.

2.2 Glissement et frottement sur la glace

Un palet de hockey sur glace de masse m est lancé sur une surface plane de glace avec une vitesse initiale horizontale $v_0 \vec{u}_x$ dans la direction Ox de vecteur unitaire $\vec{u}_x$. Pour simplifier, on suppose que son mouvement est un mouvement de translation. On note v la composante sur Ox du vecteur vitesse $\vec{v}$ du palet. Le palet a la forme d'un disque de 2,54 cm d'épaisseur et 7,62 cm de diamètre.

20) Faire l'inventaire des forces subies par le palet en négligeant les frottements de l'air et les représenter sur un schéma.

21) On suppose d'abord que la force de frottement $\vec{T}$ est du type frottement fluide visqueux : $\vec{T} = -\alpha \vec{v}$. Après avoir relier α aux constantes de la partie 2.1. Etablir l'expression de la vitesse du palet en fonction du temps. Tracer l'allure du graphe correspondant.

3 Installation d'une patinoire artificielle

3.1 Etude du tapis glacier

Pour installer une patinoire artificielle, la première condition requise est un sol plat, ferme et nivelé que l'on revêt d'un tapis glacier constitué par un réseau de tuyauteries reliées les unes aux autres et formant un circuit fermé. Celui-ci, placé sur le sol de la patinoire, est recouvert de sable ou d'un dallage en béton afin de le protéger.

Le circuit est rempli d'un mélange antigel et d'eau, puis relié à un système réfrigérant.

Une pompe fait circuler le liquide en continu dans le réseau de tuyauteries du tapis glacier. Peu à peu, le système réfrigérant abaisse la température du liquide entre -8°C et -10°C .

Ensuite, à l'aide d'une lance à eau, on pulvérise la première couche d'eau sur les tuyaux du tapis glacier et l'eau cristallise instantanément. L'opération est répétée plusieurs fois et, peu à peu, la couche de glace se forme. L'épaisseur idéale d'une piste de glace se situe entre 6 et 8 cm.

Document 3. Le tapis glacier

Source : Article Patinoire de Wikipédia en français (<http://fr.wikipedia.org/wiki/Patinoire>)

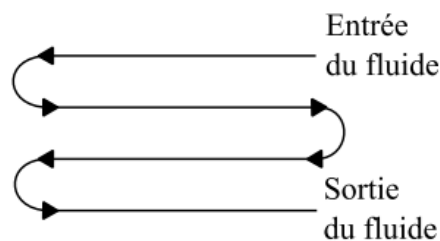


Figure 4. Exemple de réseau de tuyauterie en forme de serpentin

On étudie un réseau de tuyauterie en forme de serpentin (Figure 4) utilisé dans certains tapis glaciers. Il comporte les éléments suivants :

- 4 tubes rectilignes de diamètre 60 mm et de longueur 8,0 m chacun ;
- 3 coudes à 180° .

Le réseau de tuyauterie transporte un fluide de débit volumique entrant $D_v = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. La pression en entrée du réseau est $P_1 = 3,0 \text{ bar}$. Les caractéristiques du fluide de refroidissement, considéré comme incompressible en écoulement stationnaire dans le réseau de tuyauterie, sont les suivantes :

- viscosité dynamique : $\eta = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$;
- masse volumique : $\rho_f = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Afin d'assurer le refroidissement de la patinoire, il faut que la pression en sortie du réseau soit au minimum égale à 90% de la pression en entrée.

On considèrera que l'accélération de la pesanteur est égale à : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Afin de caractériser un écoulement, on peut utiliser le nombre de Reynolds donné par l'expression suivante :

$$Re = \frac{v d \rho_f}{\eta}$$

avec : - v la vitesse moyenne d'écoulement du fluide à travers la section considérée (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

- d le diamètre de la conduite (en m)
- η la viscosité dynamique du fluide (en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$)
- ρ_f la masse volumique du fluide (en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

On peut considérer que si $Re < 2000$, l'écoulement est laminaire sinon il est turbulent.

Document 4. Le nombre de Reynolds

22) Calculer la vitesse moyenne v d'écoulement du fluide dans le réseau de tuyauterie.

23) Montrer que l'écoulement dans les tubes rectilignes du réseau de tuyauterie est laminaire.

24) Représenter sur un schéma le profil de vitesse dans une section des tubes rectilignes.

25) On se place hors de la couche limite pour que le théorème de Bernoulli soit applicable. Donner les conditions générales d'application du théorème de Bernoulli. Exprimer ce théorème entre l'entrée et la sortie du réseau de tuyauterie, puis simplifier l'expression obtenue.

26) Une mesure, réalisée par un technicien dans le réseau de tuyauterie, permet d'estimer la perte de charge totale à $\Delta h = -0,30m$. Après avoir expliqué ce que cela représente, vérifiez si le refroidissement est bien assuré.

27) Un technicien souhaite vérifier la vitesse d'écoulement du fluide dans le réseau de tuyauterie. Il dispose du matériel suivant : un tube coudé et un tube droit de diamètres très inférieurs à celui du réseau de tuyauterie, une règle graduée, un outil pour percer la paroi du réseau de tuyauterie.

Expliquez la démarche qu'il pourrait suivre. Pour cela :

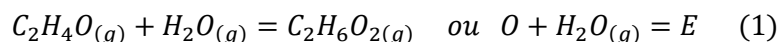
- schématiser la situation ;
- détailler les relations et les calculs utilisés ;
- expliquer le problème qu'il va rencontrer une fois l'installation réalisée.

3.2 Le mélange eau-glycol

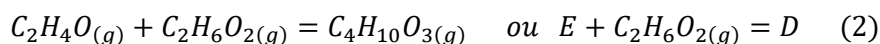
Le glycol (formule brute $C_2H_6O_2$) est principalement utilisé pour fabriquer des polyesters et des mélanges de refroidissement antigel. C'est à cette dernière utilisation que nous nous intéressons ici.

3.2.1 Obtention du glycol

Le glycol, noté E , résulte de l'addition d'eau à l'oxyde d'éthylène ($C_2H_4O_{(g)}$), noté O , en phase gazeuse, selon la réaction (1) de constante de vitesse k_1 et d'équation :



Cette réaction est effectuée à 473 K et sous une pression $p = 15,0 \text{ bar}$. Industriellement le temps de passage dans le réacteur ne permet pas d'atteindre l'état d'équilibre thermodynamique et on constate l'apparition de diéthylèneglycol ($C_4H_{10}O_{3(g)}$, noté D). Pour modéliser la formation de glycol et de diéthylèneglycol, une deuxième réaction (2) de constante de vitesse k_2 , concurrente de (1), est envisagée. Les réactions (1) et (2) seront considérées comme totales.



Les réactions sont supposées d'ordre un par rapport à chacun des réactifs. Pour traduire le fait que l'eau réagit moins vite que le glycol sur l'oxyde d'éthylène, les constantes de vitesse k_1 et k_2 sont choisies telles que : $k_2 = 5k_1$. Le mélange initial est constitué d'oxyde d'éthylène et d'eau à la concentration molaire $1,00 \text{ mol.L}^{-1}$ chacun. Le volume V du système réactionnel ne change pas au cours de la réaction.

On note ξ_1 et ξ_2 les avancements respectivement de la réaction (1) et de la réaction (2).

28) Dresser un tableau d'avancement de chacune des réactions dans lesquels on fera apparaître de manière claire les quantités de matières en chacun des constituants (réactifs et produits des réactions) en fonction des avancements ξ_1 et ξ_2 à l'instant t et des quantités de matières initiales des réactifs. En considérant que les réactions sont successives ((1) puis (2)), donner alors la quantité de matières de glycol en fonction de ξ_1 et ξ_2 à l'instant t .

29) Donner l'expression de la vitesse volumique de la réaction (1) de deux manières différentes en fonction de k_1 , V , ξ_1 et ξ_2 et leurs dérivées. Faire de même pour la vitesse volumique de la réaction (2) en fonction de k_2 , V , ξ_1 et ξ_2 et leurs dérivées.

30) Établir le système d'équations différentielles en avancements volumiques $\xi_{1,v} = \frac{\xi_1}{V}$ et $\xi_{2,v} = \frac{\xi_2}{V}$.

31) La résolution de ce système n'étant pas envisageable ici, la Figure 5 donne les courbes traduisant l'évolution des concentrations des différents composés intervenant dans les réactions (1) et (2) au cours du temps. Identifier chacune des courbes (a) à (d) en justifiant. Quelle conclusion peut-on en tirer quant à la synthèse industrielle du glycol ?

32) Pour remédier à ce problème, dans l'industrie, l'eau et le glycol sont introduits dans un rapport 25/1 dans les mêmes conditions de température et de pression. Quel est le facteur cinétique qui intervient ici ? Quelle conséquence cela a-t-il sur les réactions (1) et (2) ?

33) Les courbes représentant l'évolution au cours du temps des concentrations molaires des composés O , E et D dans ces nouvelles conditions sont données Figure 6 où la courbe de l'eau mise en large excès, n'est pas représentée afin de rendre le graphe lisible. Identifier les courbes (e), (f) et (g) en justifiant. En déduire le rapport des concentrations molaires des espèces E et D , $[E]/[D]$, au temps t infini. Quelle conclusion peut-on en tirer quant à la synthèse industrielle du glycol ?

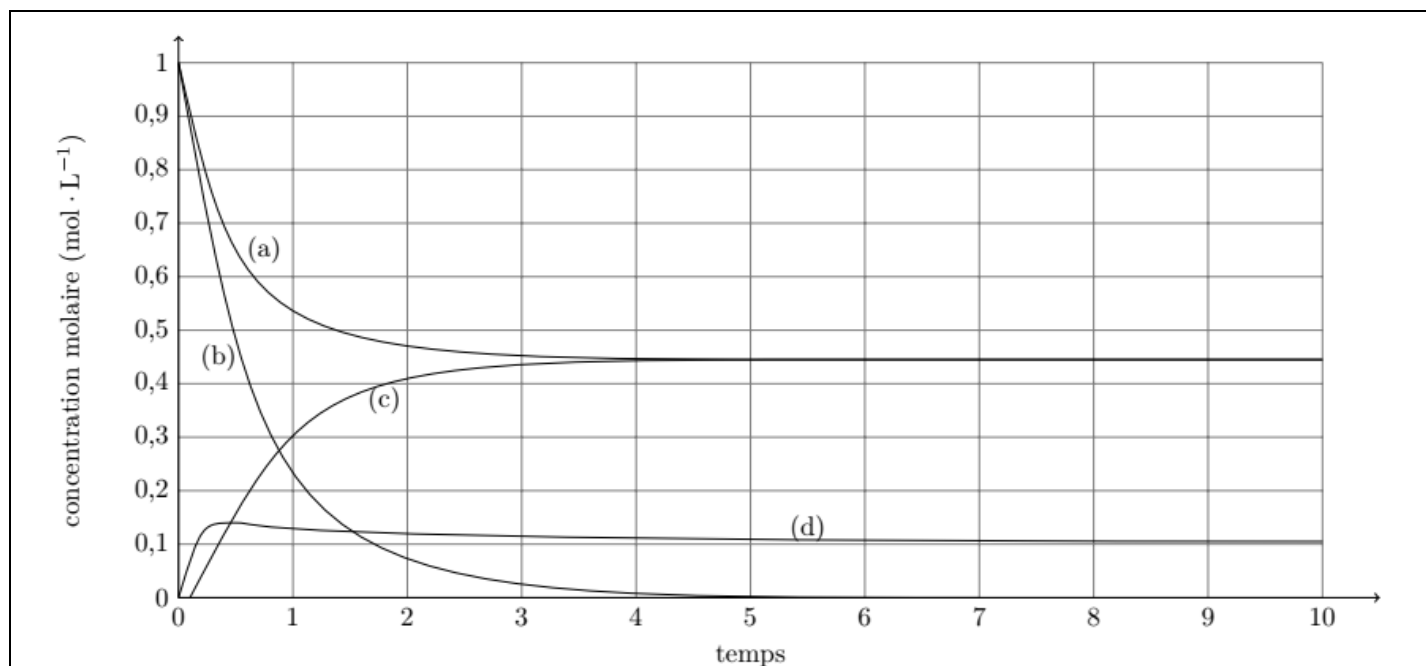


Figure 5. Evolution des concentrations des différents constituants en fonction du temps.

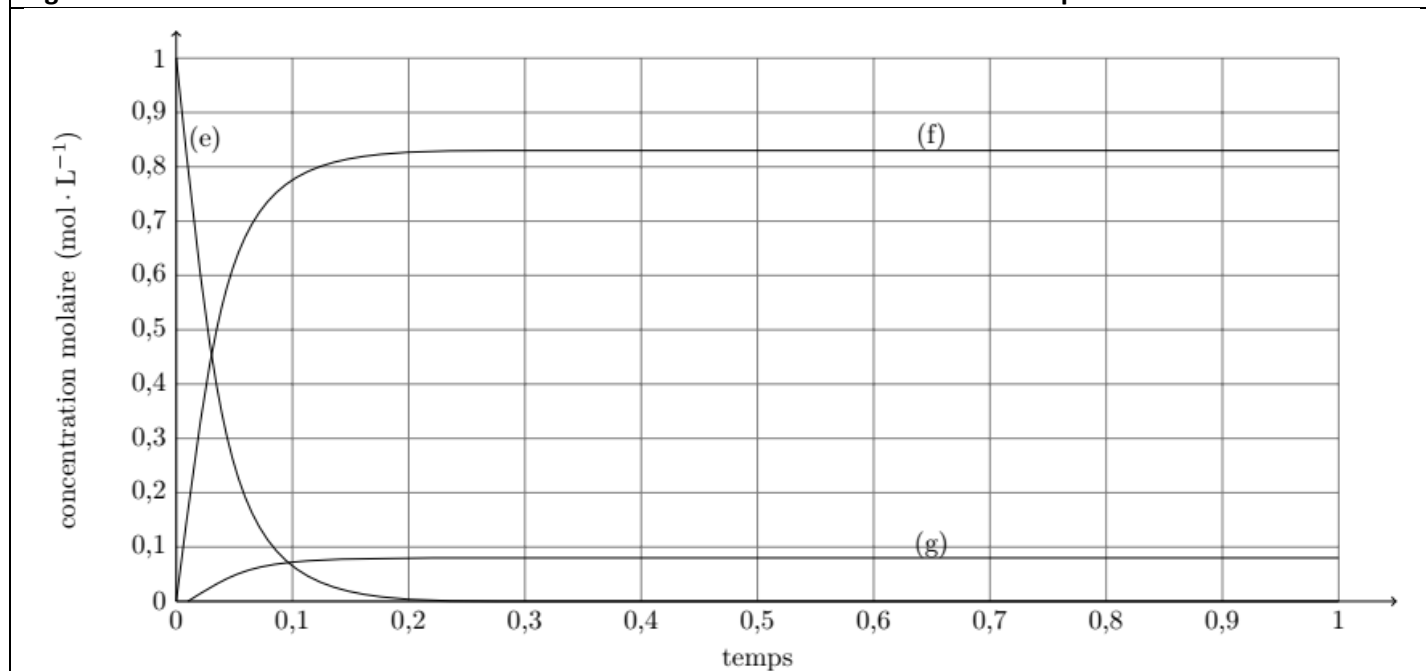


Figure 6. Evolution des concentrations des différents constituants en fonction du temps avec un rapport 25/1.

3.2.2 Dosage d'un antigel

Une solution aqueuse S est obtenue en diluant 200 fois un antigel commercial. On se propose de doser la solution S ; on note c_3 la concentration molaire en glycol de la solution S et C la concentration molaire en glycol de l'antigel. Le protocole est donné dans le Document 5.

Etape A :

- dans un erlenmeyer introduire un volume $V_1 = 10,0\text{mL}$ de dichromate de potassium, $(2K^+, Cr_2O_7^{2-})$, de concentration molaire $c_1 = 1,00 \cdot 10^{-1} \text{mol} \cdot L^{-1}$ puis ajouter lentement en agitant et en refroidissant 5 mL d'acide sulfurique concentré ;
- ajouter un volume $V_3 = 10,0\text{mL}$ de solution S à doser ;
- porter le milieu réactionnel au bain-marie bouillant pendant 30 minutes (l'erlenmeyer est équipé d'un réfrigérant à air permettant de condenser les vapeurs éventuelles).

Etape B :

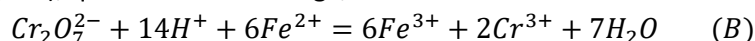
- refroidir le mélange réactionnel à température ambiante, ajouter environ 50 mL d'eau en rinçant les parois de l'erlenmeyer puis en agitant et en refroidissant 3,5 mL d'acide phosphorique concentré ;
- ajouter alors quelques gouttes de diphénylamine sulfonate de baryum, indicateur de fin de réaction, doser par une solution d'ions fer(II), Fe^{2+} , de concentration molaire $c_2 = 2,50 \cdot 10^{-1} \text{mol} \cdot L^{-1}$ jusqu'au vert franc de la solution dans l'erlenmeyer.

Document 5. Protocole du dosage

34) Donner les demi-équations électroniques des différents couples rédox intervenant dans ce dosage.

35) Le dichromate est initialement en excès. Pendant la première réaction (étape A), le glycol en consomme une partie. L'équation bilan s'écrit : $5Cr_2O_7^{2-} + 40H^+ + 3C_2H_6O_2 = 10Cr^{3+} + 29H_2O + 6CO_2$ (A)

La deuxième réaction (étape B), qui est celle du dosage, sert à doser le dichromate restant selon :



La fin du dosage est détectée quand l'indicateur devient incolore (forme réduite) et que la solution prend la couleur de Fe^{2+} .

On admet que ces réactions sont totales. Dresser le tableau d'avancement de chacune des réactions.

36) Établir la relation à l'équivalence entre les quantités de matière de glycol, $n(E)$, d'ions dichromate, $n(Cr_2O_7^{2-})$ et d'ions fer (II), $n(Fe^{2+})$, introduits à l'équivalence.

37) Le volume de solution d'ions fer (II) versé à l'équivalence est $V_{eq} = 9,30\text{mL}$. En déduire la concentration molaire c_3 en glycol de la solution S puis celle, C , de l'antigel commercial.

Données pour la partie 3 :

- Potentiels standards à 25°C : $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$ $E_1^0 = 1,33V$
 Fe^{3+}/Fe^{2+} $E_2^0 = 0,77V$
 $CO_2, H_2O/C_2H_6O_2$ $E_3^0 = -0,24V$

- En solution aqueuse les ions $Cr_2O_7^{2-}$ sont orangés, et les ions Cr^{3+} sont verts.

- Le diphénylamine sulfonate de baryum est un indicateur de fin de réaction utilisé en oxydoréduction : sa forme réduite est incolore et sa forme oxydée rouge-violacée, le potentiel standard du couple est 0,80 V.

4 Enregistrement d'un match de Hockey

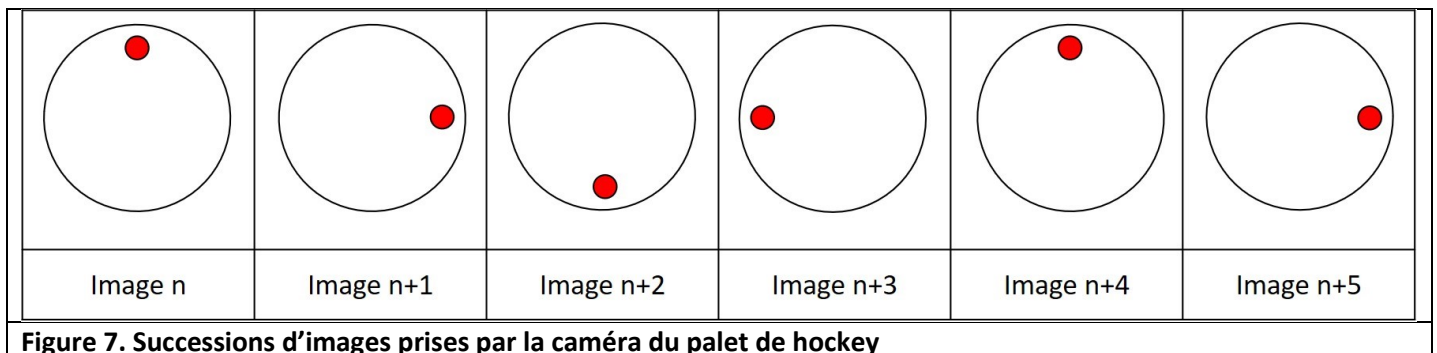
La première étape pour tout enregistrement vidéo ou audio et donc le stockage de données numérique est celle de la numérisation.

4.1 Enregistrement de l'image

La caméra utilisée pour le match de hockey enregistre 24 images par seconde. Pour comprendre le mouvement du palet de hockey, et notamment retrouver sa vitesse de rotation au cours d'un tir, on positionne sur le palet une pastille rouge, dont on suit le mouvement au cours du temps grâce à la caméra, image par image, comme expliqué sur la Figure 7.

38) Sur la Figure 7, quelle est la fréquence de rotation du palet ? En déduire la vitesse de rotation.

39) En pratique, il est impossible de mesurer une vitesse de rotation supérieure à 75 rad.s^{-1} . Pourquoi cela ? Que se passe-t-il visuellement si on dépasse cette vitesse ?



4.2 Enregistrement du son

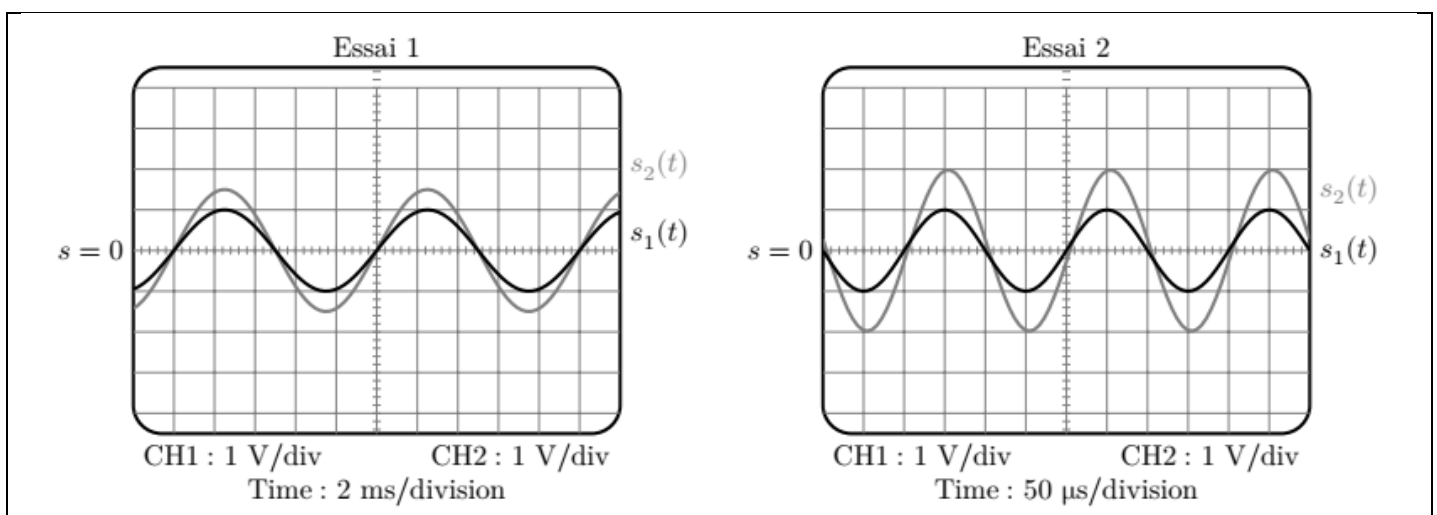
On souhaite enregistrer le son du match de hockey avec une haute fidélité. Le signal à échantillonner possède des harmoniques très élevées, qui risquent de nuire à la qualité de l'enregistrement. Avant la numérisation, le signal doit être filtré. Le Document 6 fournit les spécifications du LMF100, qui est un composant intégré. Il réalise différents types de filtrages, selon les branchements qu'on lui applique. Dans ce document, la grandeur s est égale à $j\omega$ où ω est la pulsation des signaux sinusoïdaux et $j^2 = -1$.

40) Quel type de filtre doit-on utiliser et pourquoi ? Préciser la bande de fréquences qu'il doit sélectionner.

41) Proposer une valeur de la fréquence d'échantillonnage adaptée à la situation.

42) Quatre essais ont été réalisés en laboratoire, à quatre fréquences différentes, avec un filtre d'ordre 2 réalisé avec le LMF100. Sur les quatre oscillogrammes relevés Figure 8, $s_2(t)$ désigne la tension de sortie du filtre et $s_1(t)$ la tension d'entrée.

Déduire de ces quatre essais la nature du filtre testé, ainsi que ses caractéristiques : fréquence propre, fréquence de coupure, facteur de qualité. Expliciter clairement la démarche et commenter les résultats obtenus.



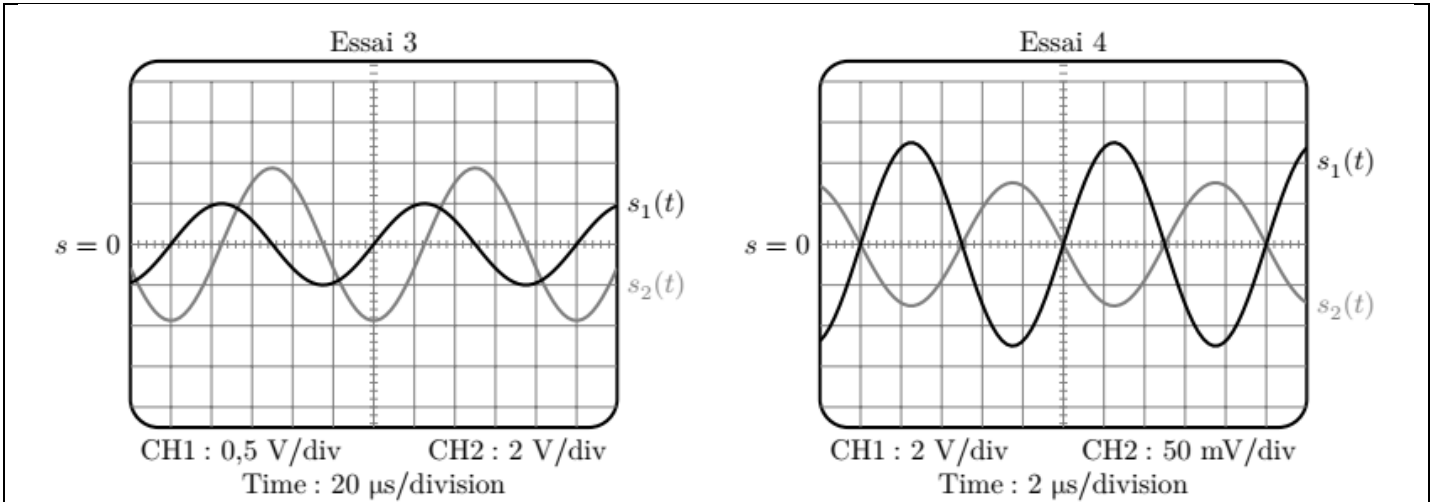
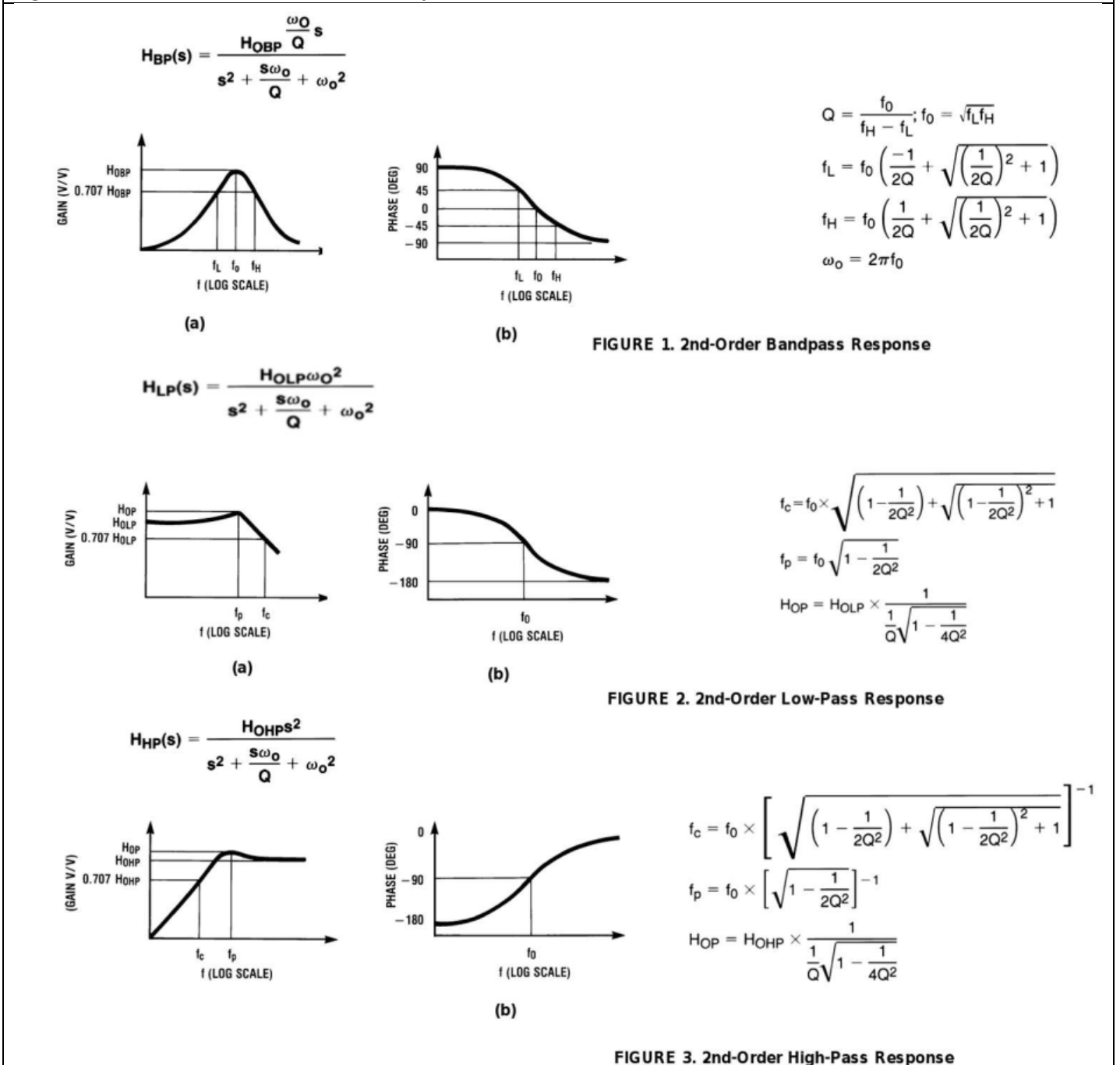


Figure 8. Différents essais de filtres du composant LMF100



4.3 Convertisseur Analogique Numérique de type "série"

Les signaux du monde réel sont analogiques, pour les transformer en signaux numériques on utilise un convertisseur numérique analogique, noté CAN par la suite.

Au cœur de tous les convertisseurs se trouve un compteur (noté F sur le Figure 9), commandé par un signal d'horloge (noté D) qui incrémente le compteur à chaque bip d'horloge (le compteur est lui-même commandé par une logique de commande notée E). La fréquence du signal d'horloge est de l'ordre de quelques GHz, on la suppose parfaitement stable. Le compteur compte à partir de zéro, dès que la commande de compter lui a été donnée, au rythme imposé par le signal d'horloge. Il fournit en sortie un nombre codé sur N bits.

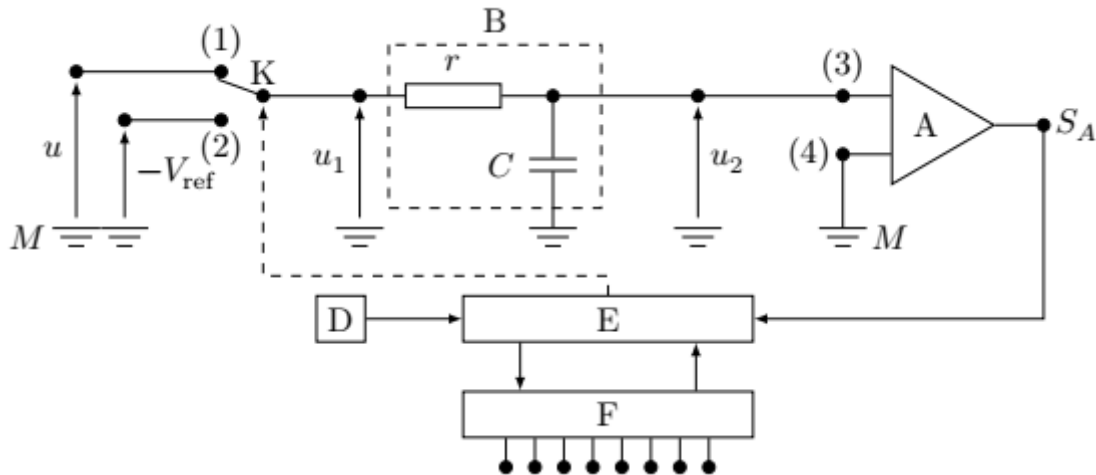


Figure 9. CAN de type "série"

43) Avec quelle précision maximale mesure-t-on une durée à l'aide d'un compteur dont le signal d'horloge a une fréquence $f_{ck} = 1\text{GHz}$?

La tension positive u dont la valeur est comprise entre 0V et V_{ref} ($V_{ref} = 2\text{V}$), supposée constante pendant la durée de la numérisation, est convertie en un nombre s_N .

Le convertisseur est composé d'un circuit (r, C) formant le bloc B, d'un comparateur A, et d'éléments intégrés parmi lesquels le bloc logique de commande E, le générateur de signal d'horloge D et le compteur sur N bits F.

Les résistances d'entrée des blocs A, E et F sont infinies.

Le module A compare (Figure 10) les potentiels des nœuds (3) et (4). Lorsque $V_{(3)} > V_{(4)}$, son potentiel de sortie v_{SA} est au niveau haut, de sorte que $v_{SA} = V_{SA} - V_M = 5\text{V}$. Lorsque $V_{(3)} < V_{(4)}$, son potentiel de sortie est au niveau bas ($v_{SA} = 0\text{V}$). Il commande ainsi le bloc logique E.

L'interrupteur K est commandé par le bloc logique E, ce qui est symbolisé par un trait pointillé.

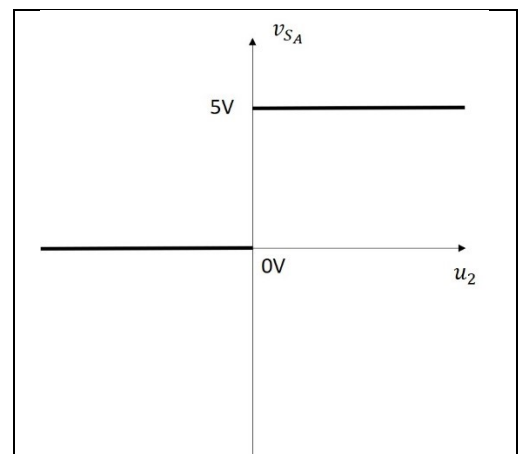


Figure 10. Caractéristique du module A

44) Partant d'une situation où le condensateur est déchargé, E commande à l'instant $t = 0$ la mise en position (1) de l'interrupteur K. L'interrupteur reste dans cette position pendant une durée $t_1 = \frac{2^N - 1}{f_{ck}}$ qui correspond à un cycle complet de comptage du compteur sur N bits. Étudier u_2 en fonction du temps entre $t = 0$ et t_1 . Faire apparaître une constante τ , homogène à un temps, caractéristique du bloc B.

Pour toute la suite, on choisit les valeurs de r et C de sorte que $t_1 \ll \tau$.

45) Montrer alors que l'expression de u_2 en fonction du temps peut se simplifier en $\frac{du_2}{dt} = \frac{u_1}{\tau}$. Quelle est alors la fonction du bloc B ?

46) Que vaut v_{SA} entre 0 et t_1 ?

Le bloc de commande fait basculer l'interrupteur K en position (2) à l'instant t_1 et déclenche le comptage. Celui-ci dure jusqu'à l'instant $t_1 + t_2$ tel que le signal v_{SA} soit modifié.

47) Exprimer t_2 en fonction de u , t_1 et V_{ref} .

48) Représenter sur un même graphe u_2 et u_1 en fonction du temps, entre $t = 0$ et $t = t_1 + t_2$.

49) Quelle est la durée maximale de la conversion analogique numérique pour un convertisseur 8 bits commandé par un signal d'horloge de fréquence $f_{ck} = 1GHz$?

En déduire une condition sur la fréquence des signaux qu'on peut numériser avec un tel convertisseur. Commenter.

5 Chauffage du complexe de la patinoire

De nombreuses villes disposent de centres aquatiques permettant la pratique d'activités ludiques ou sportives. La construction ou la rénovation de ces centres aquatiques s'accompagne d'exigences de développement durable d'où, par exemple, le recours à des solutions innovantes de chauffage de l'eau des bassins.

Cette partie étudie le principe du procédé Degrés Bleus® de la société Suez. Ce procédé consiste en la récupération d'une partie de l'énergie thermique des eaux usées (véhiculées dans les collecteurs d'égouts), dont la température peut varier approximativement entre 15 et 23 °C selon le mois de l'année. Un échangeur thermique est ainsi directement placé dans les collecteurs, comme illustré figure 7. Ce système a été mis en place pour la première fois au centre aquatique de Levallois-Perret en 2010.

Le schéma de principe de l'installation est représenté Figure 8. Il est constitué de trois modules : l'échangeur thermique placé dans les collecteurs d'eaux usées, la pompe à chaleur (PAC) et le ballon tampon d'eau chaude de 700 L. On ne s'intéressera ici qu'au fonctionnement de la PAC.

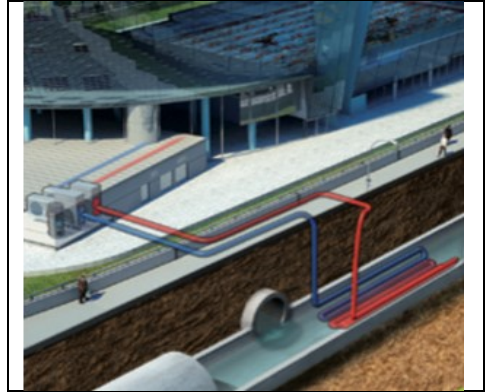


Figure 7

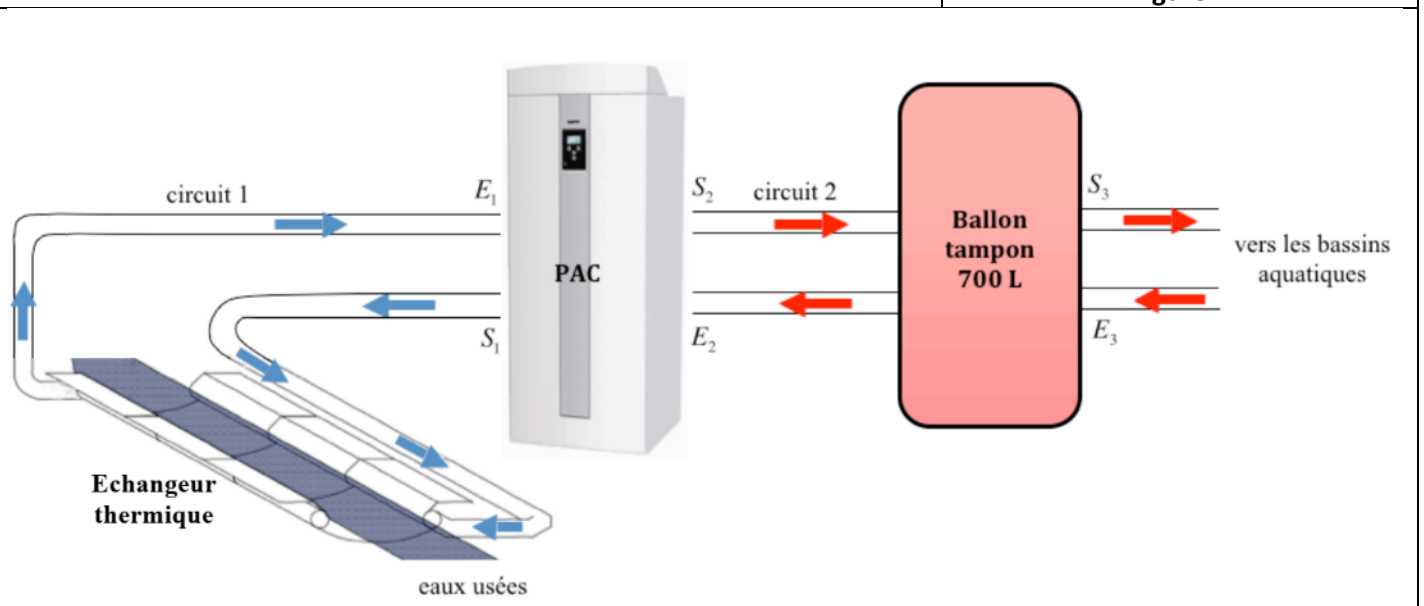


Figure 8

5.1 Etude d'une pompe à chaleur idéale

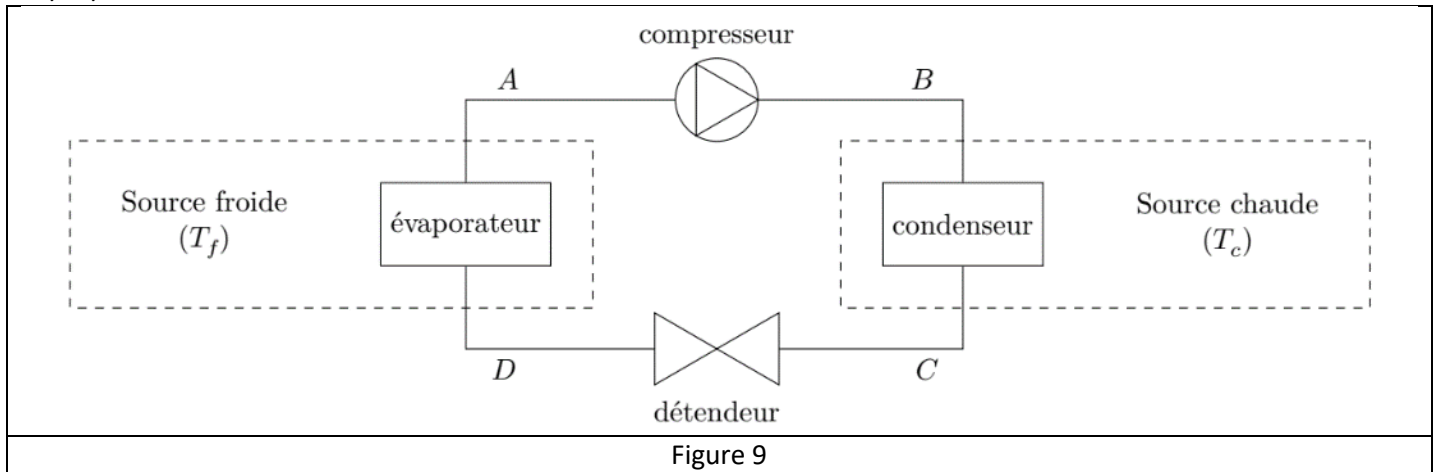
Le principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur est rappelé Figure 9. Le cycle est supposé réversible. Au contact de la source froide de température T_f , le fluide se vaporise complètement, il est ensuite comprimé par le compresseur et se liquéfie dans le condenseur, au contact de la source chaude de température T_c . Il est ensuite détendu dans le détendeur.

Par transfert thermique, le fluide reçoit une énergie Q_f de la part de la source froide et Q_c de la part de la source chaude. Le fluide reçoit un travail W de la part du compresseur. Le détendeur est calorifugé et ne présente pas de pièces mobiles.

50) On définit l'efficacité (ou COP pour COefficient de Performance) η de la pompe à chaleur selon : $\eta = -\frac{Q_c}{W}$. Préciser et expliquer le signe des grandeurs algébriques Q_f , Q_c et W . Expliquer alors l'expression de COP.

51) En raisonnant sur un cycle fermé réversible. A l'aide des premiers et deuxièmes principes de la thermodynamique, établir l'expression de η en fonction de T_f et T_c .

52) Calculer η pour $T_f = 17^\circ\text{C}$ et $T_c = 47^\circ\text{C}$. Commenter la valeur obtenue.



5.2 Étude de la pompe à chaleur du centre aquatique

53) Établir le premier principe de la thermodynamique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie. On fera intervenir des grandeurs massiques que l'on prendra soin de définir et de positionner sur un schéma illustratif. Les systèmes (ouvert ou fermé) y seront clairement distingués par leurs frontières à deux instants t et $t + dt$. Les travaux des forces de pression d'admission et de refoulement seront clairement explicités.

On néglige dans la suite toute variation d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.

La page suivante présente, dans le diagramme des frigoristes (P, h), le cycle réversible de la PAC du centre aquatique de Levallois-Perret pour un fonctionnement nominal typique en période froide (janvier-février). Le fluide frigorigène est du tétrafluoroéthane R134A. Les isothermes sont gradués en $^{\circ}\text{C}$; les isochores sont repérés par v en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$; les isentropiques sont marqués avec s en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; les isotitres x sont gradués sur l'échelle des abscisses.

La puissance prélevée à la source froide est $\dot{Q}_f = 60 \text{ kW}$.

54) Identifier (type de transformation et lieu de la transformation) et justifier la nature des quatre transformations $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 6$ et $6 \rightarrow 1$ du cycle.

55) Tracer le même cycle dans le diagramme entropique (T, s) fourni en Annexe 1.

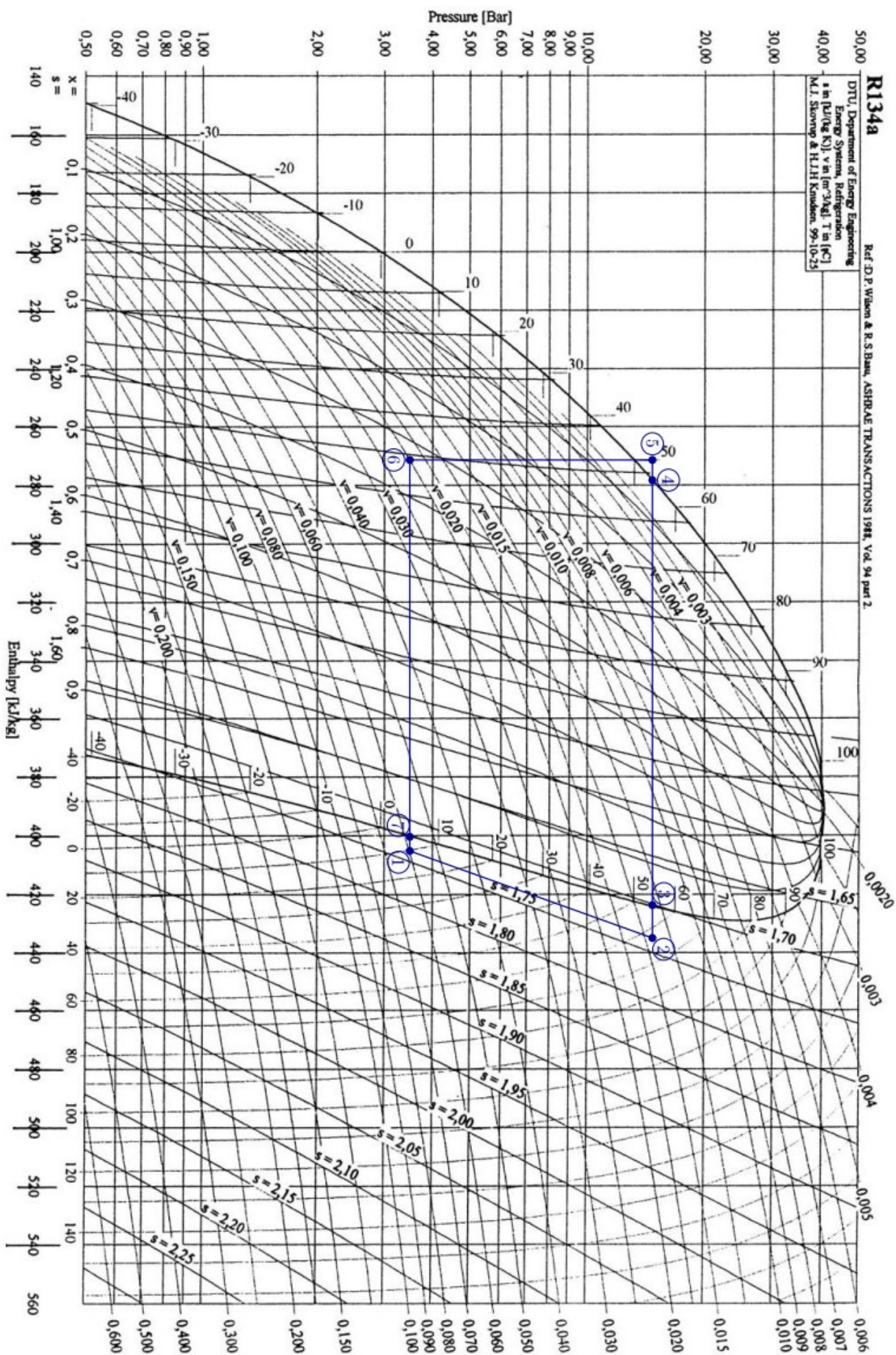
56) Proposer trois manières différentes de retrouver le titre massique du fluide au point 6.

57) Quel est l'intérêt de la transformation $7 \rightarrow 1$? Quel est l'intérêt de la transformation $4 \rightarrow 5$?

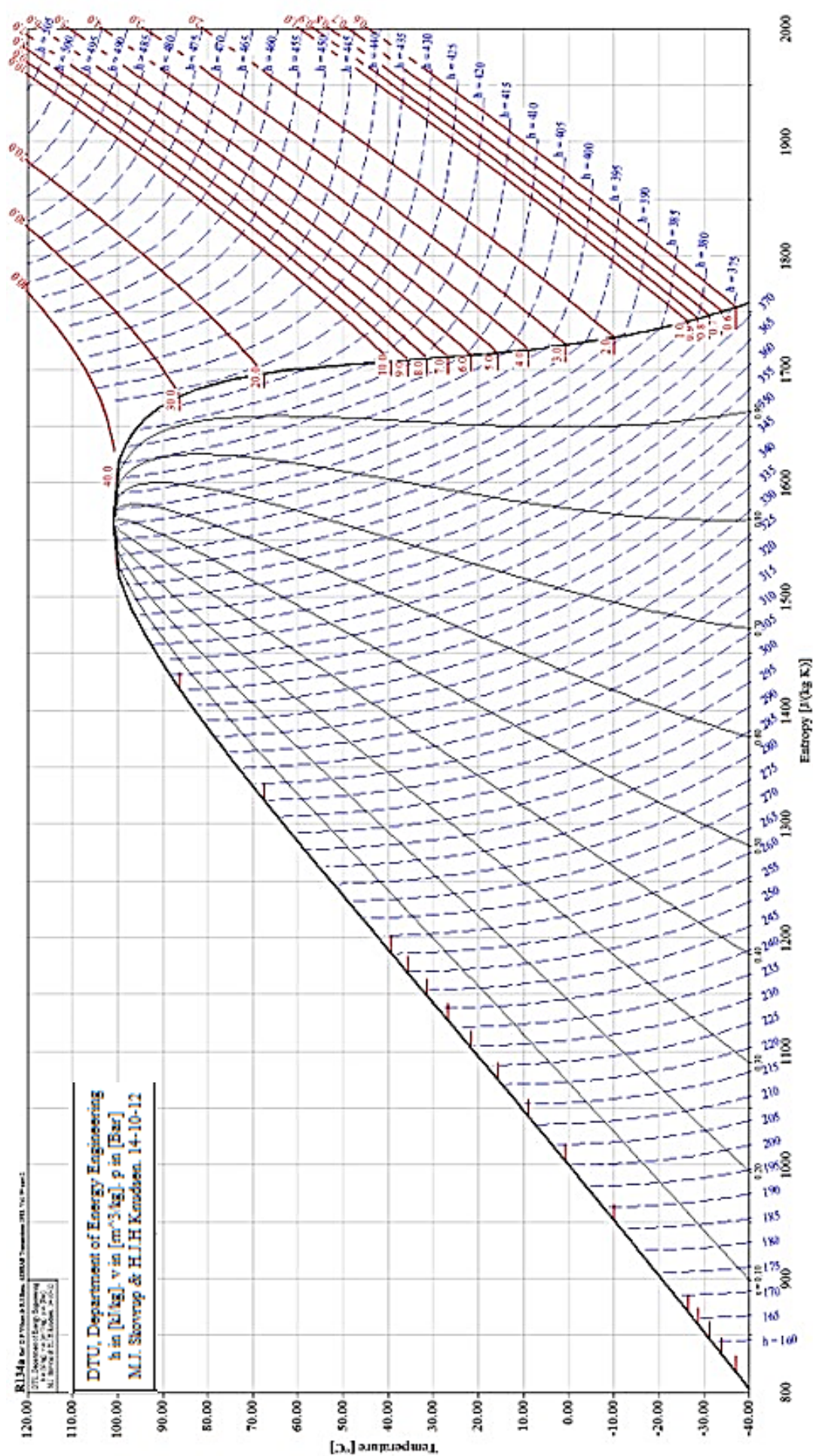
58) Appliquer le premier principe lors de l'étape D-A. À l'aide d'une lecture graphique, en déduire le débit massique $\dot{D}_m$ du fluide caloporteur de la pompe à chaleur.

59) Appliquer le premier principe lors de l'étape A-B et B-C. À l'aide d'une lecture graphique, en déduire l'efficacité théorique η_{th} de la pompe à chaleur.

60) La puissance réellement fournie au compresseur est $P = 19 \text{ kW}$. Calculer l'efficacité réelle de la pompe à chaleur et conclure quant au calcul de la question précédente.



Annexe 1 : Diagramme (T,s) du R134A



Aides au calcul :

$\sqrt[2]{\frac{2,24 \cdot 10^{-21}}{48,0}} = 6,8 \cdot 10^{-12}$	$\sqrt[3]{\frac{2,24 \cdot 10^{-21}}{48,0}} = 3,6 \cdot 10^{-8}$	$\frac{3,6}{\sqrt{2}} = 2,5$	$3,6 \times \sqrt{2} = 5,1$
$\frac{4 \times 1,5}{\pi \times 6^2} = 5,3 \cdot 10^{-2}$	$\frac{1,5}{\pi \times 6^2} = 1,3 \cdot 10^{-2}$	$\frac{5,3 \times 6 \times 1,1}{2} = 17,5$	$\frac{1,3 \times 6 \times 1,1}{2} = 4,3$
$\frac{2,5 \times 9,3}{6} = 3,9$	$\frac{6,1 \times 3}{5} = 3,7$	$12\pi = 37,7$	$2^8 = 256$
$\frac{32}{3} = 11$	$\frac{60}{135} = 0,44$	$\frac{135}{60} = 2,25$	$\frac{165}{30} = 5,5$
$\frac{30}{165} = 0,18$	$\frac{165 \times 0,44}{19} = 3,9$	$\frac{19}{165 \times 0,44} = 0,26$	