Devoir Surveillé 2

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.
Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Toute les données et aides aux applications numériques se trouvent en fin de sujet.

ATTENTION :
- La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

1 Optimisation thermique d'une pièce

Pour les parties 1.2, 1.2 et 1.3 :

Données

Surface au sol : $80\,\text{m}^2$; largeur : $10,0\,\text{m}$; longueur : $8,0\,\text{m}$; hauteur sous plafond : $3,0\,\text{m}$
Tous les murs donnent sur l'extérieur
Température intérieure : $T_0 = 20,0\,°\text{C}$, supposée uniforme
Température extérieure : $T_1 = 5,0\,°\text{C}$, supposée uniforme
Surface vitrée : deux baies vitrées de $6,0\,\text{m}^2$ chacune
Épaisseur de vitre : $e = 4,0\,\text{mm}$
Conductivités thermiques (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) :
$\lambda_v = 1,0$; $\lambda_{air} = \frac{1}{3}10^{-1} \simeq 0,033$; $\lambda_{ar} = 0,020 = \frac{1}{5}10^{-1}$
Capacité thermique de la pièce : $C = 3,0\cdot 10^5\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$
Puissance développée par la pompe à chaleur : $P = 300\,\text{W}$
Masses molaires atomiques (en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$) : M($H$) =1,0 ; M($C$) =12,0 ; M($O$) = 16,0
Numéros atomiques : $Z(H) = 1$; $Z(C) = 6$; $Z(O) = 8$
Masse volumique de l'éthanol : $\rho = 0,80\,\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$

Aides au calcul

$46/11 \simeq 4,2$	$52/3 \simeq 17$
$11/46 \simeq 0,24$	$3/52 \simeq 5,8\cdot 10^{-2}$
$5,0/46 \simeq 0,11$	$52\times 3 \simeq 1,6\cdot 10^2$
$46/5,0 \simeq 9,2$	$\ln(3/2) \simeq 0,41$

1.1 Intérêt d'un double vitrage

Parmi les différents éléments constitutifs d'une habitation, les fenêtres jouent un rôle important dans le comportement thermique de l'habitation.
On cherche ici à montrer l'intérêt d'utiliser un double vitrage en commençant par étudier l'effet d'un simple vitrage.

On s'intéresse d'abord à un simple vitrage. On considère une paroi vitrée de surface S, d'épaisseur e, homogène, de conductivité thermique λ_v, constante et uniforme dans la paroi (voir **figure 1**).

On ne tient compte que des transferts thermiques par conduction. On considère la conduction comme unidimensionnelle selon $\vec{e_x}$ et en régime stationnaire. Ainsi, les grandeurs ne dépendent que de x.

On note $\Phi(x)$ le flux thermique à travers une surface S constante et $j_{th}(x)$ la densité surfacique de flux thermique.

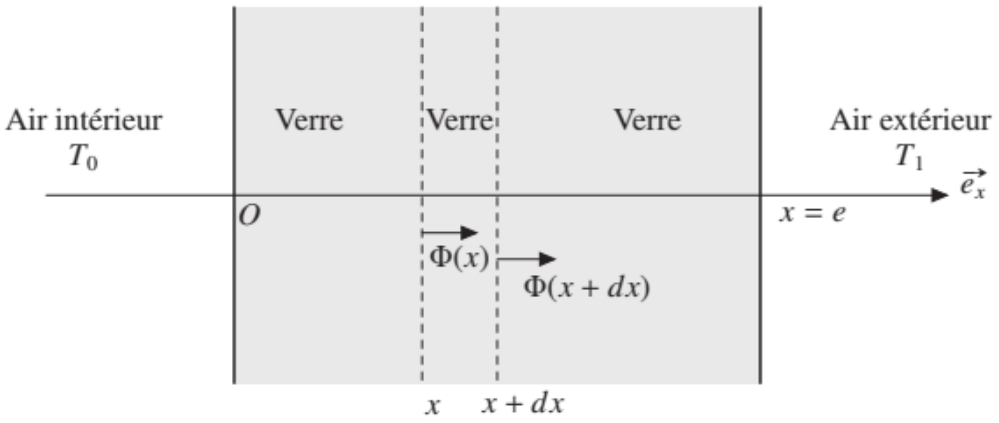

Figure 1 – Simple vitrage

Q1. Rappeler la loi de Fourier tridimensionnelle, qui régit le transfert thermique par conduction, ainsi que sa simplification dans le cas unidimensionnel selon $\vec{e_x}$.

Q2. Donner la relation entre $\Phi(x)$ et $j_{th}(x)$.
Donner l'unité dans le Système International de $\Phi(x)$.

Q3. On rappelle que l'on se place en régime stationnaire. Justifier que le flux thermique est alors le même à travers toutes les sections de la paroi.

Q4. En déduire que la température varie suivant une fonction affine de la position x à travers la paroi vitrée.

Q5. Déterminer cette fonction affine en fonction de T_0, température à l'intérieur de la pièce et de T_1, température à l'extérieur de la pièce.

Q6. Tracer l'allure de la courbe représentative de $T(x)$ pour $x \in [-e, 2e]$.

Dans le cas présent, on peut définir la résistance thermique R_{th} d'une paroi de surface S (exemple : vitre, mur, ...) par la relation $R_{th} = \dfrac{\Delta T}{\Phi}$, avec ΔT la différence de température entre les deux extrémités de la paroi et Φ le flux thermique à travers la surface S de la paroi.

Q7. R_{th} étant définie positivement, donner l'expression de R_{th} pour la paroi vitrée de surface S en fonction de e, λ_v et S.

Q8. Faire l'application numérique avec les valeurs proposées dans les données pour une baie vitrée en simple vitrage.

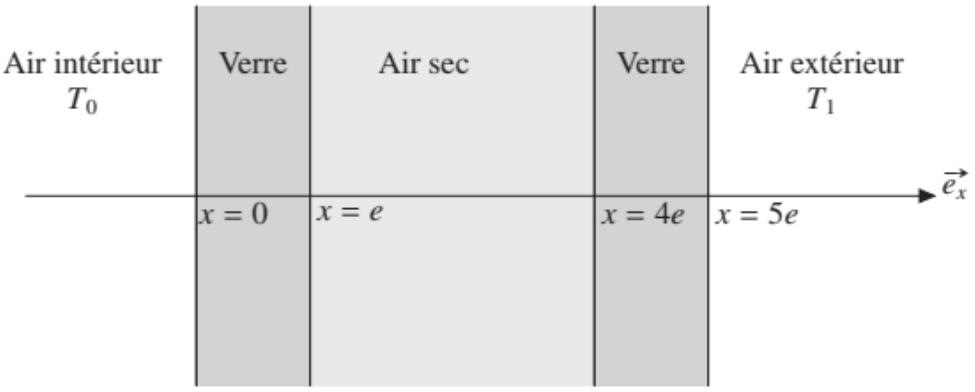

Figure 2 – Double vitrage

On considère désormais une baie vitrée de même surface mais en double vitrage. Elle est composée de deux parois vitrées identiques de surface S, d'épaisseur e, homogènes, de conductivité thermique λ_v, séparées par une couche d'air sec homogène, de surface S, d'épaisseur $3e$ et de conductivité thermique λ_{air} (voir **figure 2**).

On considère à nouveau qu'il n'y a que des transferts thermiques par conduction, sans mouvement fluide dans la couche d'air sec.

Comme en **Q3**, le flux, noté ici Φ', est le même à travers toutes les sections de la paroi entre $x = 0$ et $x = 5e$.
On note R_{tot} la résistance thermique totale de la paroi.

Q9. Quelle analogie peut-on faire avec les résistances électriques ?

Q10. Exprimer R_{tot} pour la paroi double vitrage en fonction de S, e, λ_{air} et λ_v.

Q11. Calculer numériquement R_{tot} pour une baie vitrée en double vitrage. Commenter.

Afin d'améliorer l'isolation thermique, il existe des fenêtres double vitrage à lame d'argon, de conductivité thermique λ_{ar}. L'isotope majoritaire de l'argon sur Terre est l'isotope $^{40}_{18}Ar$.

Q12. Donner la composition de l'atome d'argon $^{40}_{18}Ar$.

Q13. Écrire la configuration électronique de l'argon dans son état fondamental.

Q14. En déduire sa position dans la classification périodique des éléments (numéros de ligne et colonne).

Q15. À quelle famille appartient-il ?

Q16. Calculer numériquement la résistance thermique R_{tot} pour une baie vitrée double vitrage à lame d'argon.

Q17. Comparer les résistances thermiques des trois types de parois vitrées évoqués dans ce sujet. Commenter.

1.2 Utilisation d'une pompe à chaleur

Un autre point important dans une maison est la qualité des appareils de chauffage. On s'intéresse ici à l'étude du fonctionnement d'une pompe à chaleur et de son efficacité.

L'intérieur de la maison est chauffé grâce à une pompe à chaleur cyclique ditherme, ce qui permet notamment de compenser les pertes thermiques de la maison.
L'intérieur de la maison tient lieu de source chaude à la température T_0 et l'extérieur de la maison tient lieu de source froide à la température T_1.
Le système considéré est alors le fluide caloporteur contenu dans la pompe à chaleur. Les transformations qu'il subit sont supposées réversibles.

On suppose pour le moment qu'il n'y a aucune perte thermique entre la maison et l'extérieur.

Q18. Faire un schéma de principe de la pompe à chaleur en représentant le système fluide, la source chaude, la source froide, le travail W fourni au fluide par le moteur de la pompe à chaleur et les transferts thermiques Q_C et Q_F, reçus algébriquement par le fluide de la part, respectivement, de la source chaude et de la source froide. On précisera le signe de ces transferts algébriques.

Q19. L'efficacité ε d'une pompe à chaleur est donnée par le rapport $\varepsilon = \dfrac{-Q_C}{W}$. Justifier cette expression.

Q20. En appliquant les deux principes de la thermodynamique au fluide, exprimer l'efficacité de la pompe à chaleur en fonction de T_0 et T_1. Calculer numériquement ε.

Le système pris en compte maintenant est l'air contenu à l'intérieur de la maison. On ne considère comme échanges d'énergie que le transfert thermique Q_C apporté par la pompe à chaleur et le transfert thermique Q' dû aux déperditions d'énergies.

On ne considère plus le régime comme stationnaire. On cherche ici à évaluer les pertes thermiques.

On note $\delta Q' = -aC(T-T_1)dt$ le transfert thermique algébrique et élémentaire avec l'extérieur pendant dt, avec C la capacité thermique de la pièce et a une constante positive. La température de la pièce étant initialement T_0, la pompe est arrêtée. La pièce se refroidit et la température tombe à $T_f = 15\,°\text{C}$ au bout de 3 heures.

Q21. Commenter le signe de $\delta Q'$. Qui reçoit effectivement ce transfert thermique ?

Q22. Déterminer l'unité de a.

Q23. En faisant un bilan énergétique sur l'intérieur de la maison, la pompe à chaleur étant éteinte, montrer qu'on obtient une équation différentielle du premier ordre sur la température de la forme

$$\frac{dT(t)}{dt} + aT(t) = B \qquad (1)$$

avec B une constante à déterminer.

Q24. Résoudre cette équation pour exprimer l'évolution de $T(t)$.

Q25. En déduire l'expression de a. Faire l'application numérique.

Pour la suite, on prendra $a = 10^{-3}$ USI.

Une fois la température T_f atteinte, on met de nouveau en marche la pompe à chaleur.

Q26. Donner la relation liant la puissance P développée par le moteur de la pompe au travail δW fourni par celui-ci pendant une durée dt.

Q27. Déterminer la nouvelle équation différentielle portant sur $T(t)$.
On ne cherchera pas à résoudre cette équation différentielle.

1.3 Comparaison de l'énergie libérée par un poêle à bois et un poêle à éthanol

On peut aussi utiliser un chauffage de type poêle. On cherche ici à comparer l'effet chauffant d'un poêle à bois et d'un poêle à éthanol.

Pour chauffer sa maison, Monsieur Dubois utilise 5 tonnes de bois sec par an. Un vendeur lui propose d'investir dans un poêle à éthanol utilisant un éthanol spécial chauffage.
Monsieur Dubois reste sceptique sur ce type de chauffage et cherche à s'informer avant d'investir.

Document 1 - Les réactions de combustion

Les combustions sont des réactions avec le dioxygène, généralement celui de l'air (20 % en volume), auxquelles se prêtent des corps dits "combustibles", comme le gaz naturel, le pétrole ou l'essence, le charbon, le bois, etc. Elles donnent le plus souvent comme produits de l'eau et du dioxyde de carbone. Elles s'accompagnent de la production de chaleur. Ces réactions présentent quelques particularités intéressantes. D'abord, ce sont des réactions non spontanées, qui, normalement, ne "démarrent" pas toutes seules et doivent être amorcées mais qui se poursuivent ensuite d'elles-mêmes. Pour cet amorçage, on utilise habituellement une flamme (celle d'une allumette, par exemple) ou une étincelle (celle de la bougie d'un moteur, par exemple).

D'après « Si la chimie m'était contée » de Paul Arnaud.
Éditions Belin. Janvier 2002.

Document 2 - Enthalpies standard de formation $\Delta_f H°$ à 298 K sous 1 bar

Composé	Enthalpie standard de formation $\Delta_f H°$ ($J \cdot mol^{-1}$)
$C_2H_6O_{(l)}$	$-3,0 \cdot 10^5$
$O_{2(g)}$	0
$CO_{2(g)}$	$-4,0 \cdot 10^5$
$H_2O_{(g)}$	$-2,0 \cdot 10^5$

Document 3 - Pouvoir calorifique

On appelle pouvoir calorifique (noté PC) l'énergie thermique libérée par la réaction de combustion d'un kilogramme de combustible à 298 K et 1 bar. Le pouvoir calorifique d'un combustible est une grandeur positive car elle est définie par rapport à l'utilisateur.
Par exemple, le pouvoir calorifique du bois est de $16\,MJ \cdot kg^{-1}$ alors que le pouvoir calorifique de l'éthanol est de $25\,MJ \cdot kg^{-1}$.

Q28. En justifiant la réponse, donner la formule de Lewis du dioxyde de carbone CO_2 et de l'eau H_2O.

Q29. Écrire l'équation de la réaction de combustion complète d'une mole d'éthanol liquide C_2H_6O avec le dioxygène de l'air pour donner du dioxyde de carbone gazeux et de la vapeur d'eau.

Q30. En appliquant la loi de Hess, déterminer la valeur de l'enthalpie standard de la réaction de combustion de l'éthanol à 298 K, notée $\Delta_r H°$, en $kJ \cdot mol^{-1}$.

Q31. Citer une phrase du **document 1** qui corrobore un aspect du résultat de la question précédente. Indiquer le terme scientifique utilisé pour qualifier ce type de réaction.

Q32. Montrer que le pouvoir calorifique de l'éthanol est bien égal à la valeur donnée dans le **document 3** (page 6).

Q33. De la combustion du bois ou de l'éthanol, laquelle de ces 2 réactions libère le plus d'énergie par kilogramme de combustible ? Justifier.

Q34. Sachant que le prix d'une tonne de bois sec coûte 100 € et qu'un litre d'éthanol coûte environ 1,50 €, déterminer si M. Dubois ferait des économies s'il décidait de se chauffer à l'éthanol.

2 A table !

2.1 Le réchaud

Pendant les travaux dans sa maison M. Dubois, n'ayant pas encore de cuisine équipée, a dû utiliser pendant plusieurs jours son réchaud de camping. On étudie ici son fonctionnement.

Données 2

Capacité thermique massique de l'eau liquide à pression constante : $c_{eau} = 4{,}2\ \text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$

Masse volumique de l'eau liquide : $\mu_{eau} = 1{,}0\ \text{kg}\cdot\text{L}^{-1}$

Enthalpie massique de vaporisation de l'eau sous 1 bar : $\ell_V = 2{,}3\cdot10^3\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}3\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

Données spécifiques à l'hexamine

Aspect : poudre blanche

Formule brute : $C_6H_{12}N_4$

Masse molaire : $M_h = 140\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Masse volumique supposée indépendante de la température : $\mu_h = 1{,}33\ \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$

Les produits de combustion de l'hexamine dans l'air varient selon les conditions : diazote N_2, eau H_2O et dioxyde de carbone CO_2 dans les conditions optimales.

Enthalpies standard de formation à 25 °C

Espèce	H_2O(gaz)	CO_2(gaz)	$C_6H_{12}N_4$(solide)
$\Delta_f H°$ en $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$	$-2{,}5\cdot10^2$	$-4{,}0\cdot10^2$	$1{,}23\cdot10^2$

Document 1 - Set de cuisson (extrait du site marchand « monrechaud.com »)

Le set de cuisson Esbit® (popote/réchaud en aluminium anodisé dur, idéal pour les sorties en solo) comprend une casserole d'une capacité de 585 mL, un couvercle et un support de réchaud à combustible solide.

Le support de casserole permet de déposer une tablette de combustible solide Esbit® et fait office de pare-vent. Lors du transport, il se range à l'intérieur de la casserole.

L'ensemble est extrêmement léger et compact. Le set de cuisson Esbit® est livré avec un filet de rangement.

Document 2 - Tablettes de combustible solide (d'après le site marchand « monrechaud.com »)

Vingt tablettes de 4 g de combustible solide permettent de recharger les réchauds pliants Esbit®. Elles peuvent être également utilisées pour allumer un feu de camp, un barbecue ou une cheminée. Deux tablettes de 4 grammes permettent de faire bouillir 0,25 litre d'eau en 5 minutes. Une tablette de 4 g brûle approximativement en 5 minutes.

Matériaux : substances non toxiques dont l'hexamine.

Informations complémentaires :

- Non explosif
- S'allume avec une allumette ou un briquet
- Pas d'étincelles
- Puissance de chauffe forte
- Pouvoir calorifique de l'hexamine : $7 \cdot 10^3$ kcal·kg^{-1} = 31 MJ·kg^{-1}
- Ne laisse pas de cendres après la combustion
- Aucune fumée visible
- Léger et compact
- Lorsqu'il est bien entreposé, le combustible solide Esbit® conserve ses caractéristiques techniques pendant de nombreuses années
- Fonctionne également à des températures inférieures à 0 °C et à haute altitude.

Le but de cette sous-partie est de vérifier le pouvoir calorifique annoncé par le fournisseur.

Q35. La réaction de combustion dans l'air s'écrit

$$C_6H_{12}N_4(\text{solide}) + a\ O_2(\text{gaz}) = b\ N_2(\text{gaz}) + c\ CO_2(\text{gaz}) + d\ H_2O(\text{gaz}) \qquad (5)$$

où a, b, c et d sont des coefficients stœchiométriques.

Déterminer a, b, c, d.

Q36. Que valent les enthalpies standard de formation du diazote gazeux et du dioxygène gazeux à 25 °C ? Justifier.

Q37. Déterminer numériquement l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H°$ de la réaction (5) à 25 °C. On suppose cette grandeur indépendante de la température.

Pourquoi la valeur trouvée est-elle cohérente avec le fait que la réaction est une combustion ?

Le pouvoir calorifique est le transfert thermique libéré lors de la combustion complète d'un kilogramme de combustible sous une pression de 1 bar et à une température de 25 °C.

Q38. Démontrer avec soin que le pouvoir calorifique de l'hexamine est : $PC = -\frac{\Delta_r H°}{M_h}$. On précisera entre autres les conditions d'application des lois utilisées.

Q39. Calculer numériquement PC. La donnée fournisseur est-elle juste ?

Q40. Lorsque l'on monte en altitude, la pression diminue. On suppose que la réaction (5) reste un équilibre. Quel est l'effet de cette diminution de pression à température constante sur l'équilibre ? Le réchaud restera-t-il performant en altitude ?

Question bonus si vous avez bien suivi de cours de cette semaine.

On s'interroge maintenant sur l'affirmation lue sur le site du fournisseur : « Deux tablettes de 4 grammes permettent de faire bouillir 0,25 litre d'eau en 5 minutes ».

Q41. Quelle est la valeur numérique de l'énergie délivrée lors de la combustion des deux tablettes de combustible sous 1 bar et à 25 °C ? On utilisera le pouvoir calorifique fourni dans le **document 2**, page 7.

Q42. On considère le système thermodynamique fermé constitué par un volume $V = 0{,}25$ L d'eau liquide. On le chauffe de manière monobare (pression extérieure constante égale à 1 bar) depuis une température de $T_1 = 20$ °C jusqu'à une température $T_2 = 100$ °C (température d'ébullition sous 1 bar). Déterminer, en justifiant soigneusement, l'expression littérale du transfert thermique reçu par l'eau lors de ce chauffage. Faire l'application numérique.

Q43. En conséquence, quel est le rendement espéré par le fournisseur lorsqu'il affirme « deux tablettes de 4 grammes permettent de faire bouillir 0,25 litre d'eau » ?

Une fois l'eau portée à ébullition, il faut encore apporter de l'énergie au système contenu dans la casserole pour maintenir l'ébullition.

Q44. Déterminer, en justifiant soigneusement, l'expression littérale du transfert thermique reçu par l'eau lors de la vaporisation monobare d'un volume $V' = 0{,}05$ L d'eau liquide déjà portée à 100 °C. Faire l'application numérique. Commenter.

Q45. Dans le set de cuisson, on dispose d'un couvercle. Quel est son rôle ? Nommer précisément un phénomène physique en partie évité grâce au couvercle.

Toute l'étude précédente se base sur la donnée de l'enthalpie standard de la réaction (5). On se propose ici de remonter à sa valeur d'une manière différente. On prend une tablette de 4g de combustible que l'on fait brûler sous pression constante dans un récipient calorifugé, donc selon la réaction totale (5).

On prendra la même valeur de capacité thermique molaire standard pour tous les gaz, soit : $C_{p,m}^0 = 40J.K^{-1}.mol^{-1}$

Q46. On suppose que la réaction est réalisée dans les proportions stœchiométriques en partant d'une quantité de matière initiale n_0 en hexamine et qu'elle se fait avec l'air contenu dans le récipient. Dresser un tableau d'avancement de la réaction à l'état initial, puis final. En déduire la valeur de l'avancement final.

Q47. On suit l'évolution de la température pendant la réaction. En partant d'une température initiale de 25°C, on trouve une température de flamme de 2025°C. En déduire la valeur de l'enthalpie standard de cette réaction. Comparer à la valeur calculée en question 37.

2.2 L'allume-gaz

M. Dubois a enfin sa cuisine équipée et a installé une plaque de cuisson au gaz (oui il y a des gens qui préfèrent ça). Il se demande alors comment fonctionne l'allume-gaz qu'il utilise et qui contient un matériau piézoélectrique (Document 3).

Pour allumer un feu, l'homme préhistorique créait une étincelle en frappant deux silex l'un contre l'autre. Aujourd'hui, une simple pression sur le bouton d'un allume-gaz produit un arc électrique. Comment ? Grâce à une céramique piézo-électrique : soumis à une contrainte mécanique, ce matériau voit des charges électriques opposées apparaître sur ses faces. Cette propriété et sa réciproque – une modification des dimensions du matériau lorsqu'on lui applique une tension électrique – sont au cœur de multiples applications : montres à quartz, sonars... et même un nouveau type de mémoires d'ordinateur.

Document 3. « Etincelles sous pressions », *Pour la Science, 30/11/99*

1) Corps principal de l'allumeur piézoélectrique.
2) Système démultiplicateur en acier zingué permettant d'obtenir une pression forte sur le cristal.
3) Conteneur isolant du générateur piézo.
4) Butée d'appui en acier avec vis de réglage du générateur.
5) Coupelle de liaison - cristal / Butée
6) et 8) Cristaux de quartz (ici 2 petits barreaux de titanate de baryum).
7) Rondelle de liaison en laiton des 2 cristaux et point de collecte de la tension (fil soudé dessus).
9) Seconde butée et point d'appui de tout le système.

Document 4. Allume-gaz démonté et pièce constitutives, *25ansautourdumonde.blog4ever.com*

2.2.1 Mesure de l'intensité d'une force s'exerçant sur une lame piézoélectrique

Il se demande en particulier quelle est la force à exercer sur le matériau pour créer ces étincelles. Pour se faire, il réalise le montage suivant (Figure 1) avec une lame piézoélectrique différente et à l'aide d'un Amplificateur Linéaire Intégré (ALI).

On suppose qu'une force $\vec{F}$ régulièrement répartie est exercée sur la face de la lame, celle-ci entrainant l'apparition d'une tension V_e à ses bornes et de deux charges opposées $+q$ et $-q$ sur les faces de la lame.

La charge q est liée à V_e ainsi qu'à la force $\vec{F}$ exercée de sorte que $q = CV_e = KF$ où C , K et F représentent respectivement une capacité, une constante de proportionnalité et l'intensité de la force $\vec{F}$.

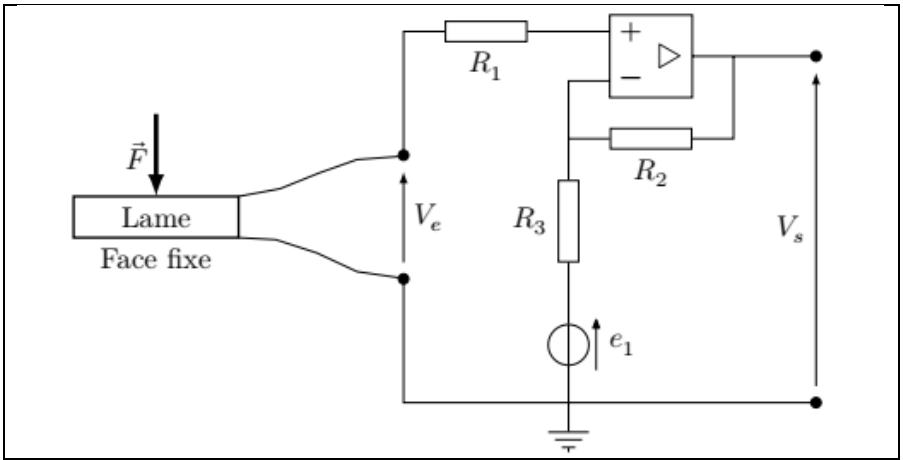

Figure 1

Q48. Rappeler les hypothèses du modèle de l'ALI. En particulier, que valent les courants entrant dans les entrées inverseuse et non-inverseuse de l'ALI ?

Q49. Tracer la caractéristique de l'ALI, soit sa tension de sortie en fonction de son entrée différentielle. Comment est-elle modifiée si on fait l'hypothèse d'un ALI idéal ?

Q50. On suppose maintenant l'ALI idéal et fonctionnant en régime linéaire. Montrer que la tension V_e s'exprime sous la forme suivante :

$$V_e = \frac{R_2}{R_2 + R_3} e_1 + \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_s$$

Q51. On donne : $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 4{,}0k\Omega$, $R_3 = 1{,}0k\Omega$ et $e_1 = 100mV$. On mesure $V_s = 5V$. En déduire V_e. Quel est l'intérêt de ce montage ? Y a-t-il des limitations ?

Q52. Sachant que $C = 8{,}0.10^{-13}F$ et que $K = 1{,}0.10^{-12}C.N^{-1}$, déterminer l'intensité de la force $\vec{F}$ s'exerçant sur la lame.

Q53. La tension de claquage de l'air est $V_{cla} \approx 4.10^3 kV$ pour 1m. L'étincelle produite par un allume-gaz fait environ 1 cm. Quelle est alors la tension V_e aux bornes du matériau piézoélectrique ? En supposant que le matériau est le même que celui étudié précédemment, quel devrait être alors l'ordre de grandeur de la force à appliquer pour l'obtenir ? Commenter.

2.2.2 Mesure de la fréquence d'une force excitatrice sinusoïdale s'exerçant sur une lame

Intéressé par l'étude de cette lame piézoélectrique, M. Dubois cherche maintenant à voir si en appliquant une force excitatrice sinusoïdale sur la lame, il peut remonter à sa fréquence. Pour cela, il utilise le montage de la Figure 2.

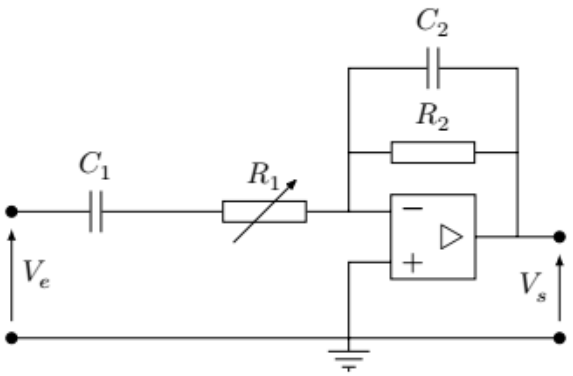

Figure 2

Q54. Déterminer l'expression de la fonction de transfert du filtre de la figure 2 et la mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{A}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega}\right)}$$

En précisant les expressions de A, ω_1 et ω_2 en fonction de R_1, R_2, C_1 et C_2.

Q55. Indiquer quelle est la nature de ce filtre.

Q56. Montre que le gain passe par un maximum pour une pulsation ω que l'on exprimera en fonction de ω_1 et ω_2.

On ajuste à présent la résistance R_1 de manière à ce que les signaux d'entrée et de sortie soient en opposition de phase.

Q57. Comment peut-on vérifier expérimentalement que les deux signaux sont en opposition de phase ? Indiquer quel matériel peut être utilisé pour cette opération et comment le relier au montage.

Q58. Déterminer la fréquence de la contrainte s'exerçant sur la lame. Calculer sa valeur numérique sachant que $R_2 = 1{,}0.10^2 k\Omega$, $C_1 = 50nF$, $C_2 = 5{,}0nF$ et qu'il a fallu régler R_1 à $10k\Omega$ de manière à ce que les deux signaux soient en opposition de phase.