

# Devoir Surveillé 4

---

**L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.**

## **Instructions générales**

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.  
Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Toutes les données et aides aux applications numériques se trouvent en fin de sujet.

**ATTENTION :**

- La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

# 1 Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre

On réalise, dans l'air, l'expérience des trous d'Young à l'aide du dispositif décrit et schématisé ci-dessous (Figure 1). La propagation de l'onde lumineuse s'effectue donc dans un milieu transparent, diélectrique, linéaire, homogène et isotrope d'indice  $n = 1$ .

La vitesse de la lumière dans le vide est notée  $c = 3.10^8 m. s^{-1}$ .

Un LASER, de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ , émet un faisceau lumineux cylindrique d'axe  $z'$ .

## 1.1 Dispositif des trous d'Young

Une plaque opaque (P), percée de deux trous circulaires  $S_1$  et  $S_2$  de même taille et de faibles dimensions, est placée perpendiculairement à l'axe  $z'$ .

On note  $O'$  le milieu du segment  $[S_1 S_2]$ . Le point  $O'$  appartient à l'axe  $z'$ .

La distance entre les centres des deux trous  $S_1$  et  $S_2$  est notée  $a$ .

Le phénomène d'interférences est observé sur un écran (E) placé perpendiculairement à l'axe  $z'$ .

Soit  $O$  le point de l'écran (E) appartenant à l'axe  $z'$ .

La distance entre la plaque (P) et l'écran (E) est égale à  $D$ . On a ainsi  $D = O'O$ .

L'espace est rapporté au repère cartésien  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  défini comme suit :

$\vec{e}_z$  : vecteur unitaire de l'axe  $Oz$ , orienté de la plaque (P) vers l'écran (E).

$\vec{e}_x$  : vecteur unitaire de l'axe  $Ox$ , parallèle à  $[S_1 S_2]$  et orienté de  $S_2$  vers  $S_1$ .

$\vec{e}_y$  : vecteur unitaire de l'axe  $Oy$  tel que la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  soit orthonormée directe.

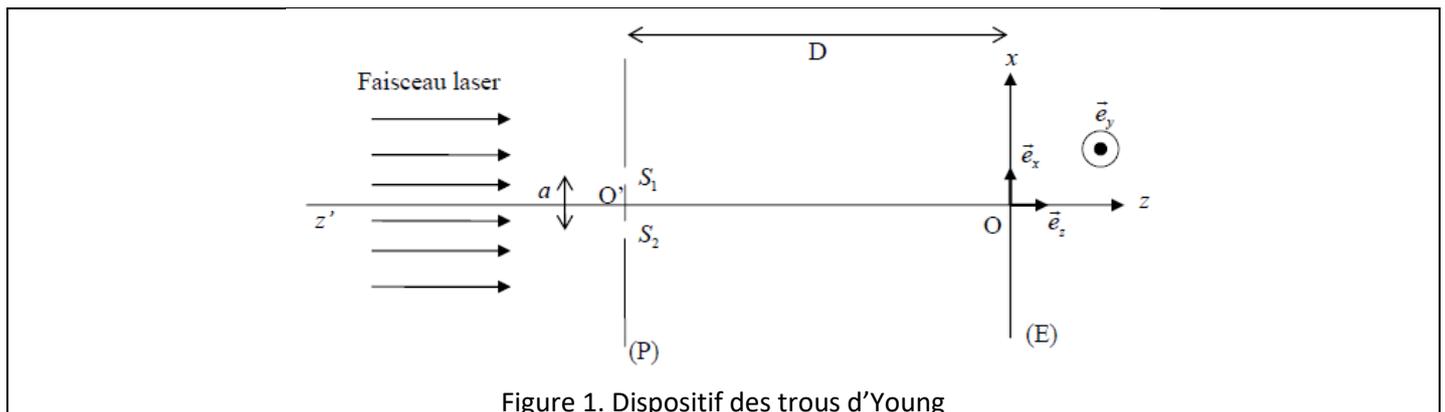


Figure 1. Dispositif des trous d'Young

- 1) Quelle est la couleur émise par le laser dans le cas d'un LASER He-Ne de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 632,8nm$  ? Quelles sont les longueurs d'onde et les couleurs respectives qui correspondent aux limites du spectre de la lumière visible ?
- 2) Nous nous plaçons, uniquement pour cette question, dans le cas où le LASER dont nous disposons ne permet pas d'éclairer simultanément les deux trous  $S_1$  et  $S_2$  de la plaque (P) : le diamètre du faisceau laser est inférieur à la distance  $a$ . Qu'observe-t-on sur l'écran ?

Pour pallier à ce problème, on se propose d'utiliser un deuxième LASER pour éclairer le second trou.

On étudie alors l'intensité lumineuse  $I(M)$  observée sur l'écran et qui résulte de la superposition en  $M$  des deux ondes issues de deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ , chacune éclairée par un LASER et donc de longueurs d'onde dans le vide différentes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

L'amplitude lumineuse de chacune des ondes est notée respectivement :

$$s_1(M, t) = a_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M, t)) \quad \text{et} \quad s_2(M, t) = a_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M, t))$$

où  $a_i$  est l'amplitude supposée constante de l'onde et  $\varphi_i(M, t)$  son retard de phase en  $M$  et à l'instant  $t$  par rapport au point de référence  $S_i$ .

- 3) Montrer que l'intensité lumineuse  $I(M)$  peut se mettre sous la forme :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_{2/1}(M))$$

avec  $I_1$  et  $I_2$  intensités de chacune des ondes et  $\phi_{2/1}(M, t) = \varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t)$  le déphasage de l'onde issue de  $S_2$  par rapport à l'onde issue de  $S_1$  à une condition sur  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

**4)** Lorsqu'il y a interférences on dit que les deux ondes sont cohérentes. La condition précédente est-elle suffisante ? Si non, que faut-il d'autre pour obtenir des ondes cohérentes ?

On suppose par la suite que le faisceau du laser de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  éclaire entièrement et de manière uniforme les différentes ouvertures qui sont placées sur son passage.

**5)** En se référant uniquement aux lois de l'optique géométrique, quelle devrait être l'allure de la figure observée sur l'écran (E) ? Pour quelle raison l'optique géométrique ne permet-elle pas de prévoir l'existence d'un champ d'interférences dans le cas du dispositif des trous d'Young ?

**6)** Déterminer le déphasage  $\phi_{2/1}(M, t)$  en fonction de la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ , de la différence de chemin optique notée  $\delta(M) = (S_2M) - (S_1M)$  et des phases  $\varphi_{S_1}$  et  $\varphi_{S_2}$  des signaux émis aux points sources  $S_1$  et  $S_2$ .

**7)** Tracer  $I(M)$  en fonction de  $\phi_{2/1}(M)$ . Exprimer et préciser sur le graphe les éclaircissements maximum  $I_{MAX}$  et minimum  $I_{MIN}$  en fonction de  $I_1$  et  $I_2$ . Déterminer le contraste  $C$  en fonction de  $I_1$  et  $I_2$ . Dans quelle situation le contraste est-il maximal ?

**8)** Qu'observe-t-on sur l'écran (E) ? Décrire la figure d'interférences obtenue sans calcul.

Soit un point M de l'écran (E), de coordonnées  $(x, y, 0)$  dans le repère  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

**9)** Exprimer les coordonnées des trous  $S_1$  et  $S_2$  dans le repère  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

Exprimer les distances  $S_1M$  et  $S_2M$ , respectivement entre les trous  $S_1$  et  $S_2$  et le point M. On exprimera  $S_1M$  et  $S_2M$  en fonction de  $a, D, x$  et  $y$ .

En déduire l'expression de la différence de chemin optique  $\delta(M) = S_2M - S_1M$  au point M entre les rayons issus de  $S_1$  et  $S_2$ . On exprimera  $\delta(M)$  en fonction de  $a, D, x$  et  $y$ . Le calcul sera mené sans aucune approximation.

**10)** La distance  $a$  entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation  $D$ , et le point M étant proche du point O, on peut considérer que  $a, x, y$  sont très petits devant  $D$ .

En faisant un développement limité au premier ordre de l'expression de  $\delta(M)$  obtenue précédemment, en déduire l'expression simplifiée de  $\delta(M)$  en fonction de  $a, D$  et  $x$ .

**11)** En prenant en compte l'expression de  $\delta(M)$  calculée à la question précédente, expliquer comment serait modifiée la figure d'interférences si on remplaçait les deux trous par deux fentes très fines appartenant à la plaque (P), parallèles à l'axe Oy et distantes de  $a$  ?

**12)** En prenant  $I_0 = I_1 = I_2$ , exprimer l'intensité lumineuse  $I_M$  au point M en fonction de  $I_0, \delta$  et  $\lambda_0$  puis en fonction de  $I_0, a, x, \lambda_0$  et  $D$ .

**13)** Calculer, en détaillant clairement le raisonnement effectué, l'expression de l'interfrange  $i$  de la figure d'interférences. Exprimer  $i$  en fonction de  $a, \lambda_0$  et  $D$ .

**14)** Tracer l'allure du graphe de  $I_M$  en fonction de  $x$ .

**15)** Quelle est la position de la frange d'ordre 0 ?

## 1.2 Modification du dispositif interférentiel

Dans cette partie, on rajoute devant le trou  $S_2$  une petite lame (L) (verre ou mica) à faces parallèles, d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$  pour la longueur d'onde  $\lambda_0$  utilisée (Figure 2). Le faisceau laser arrive toujours perpendiculairement à la plaque (P) et traverse la lame (L) sous incidence normale.

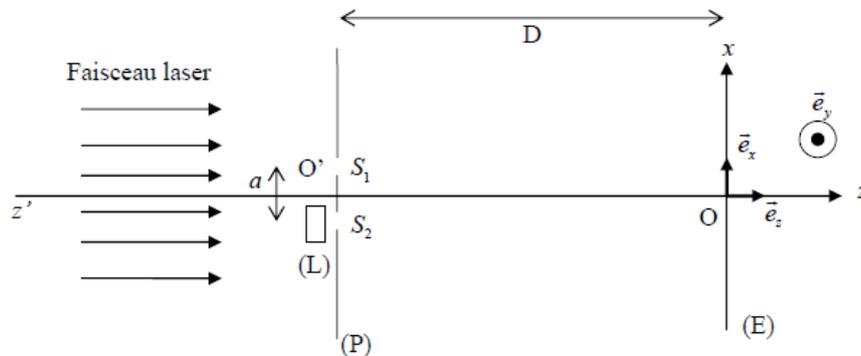


Figure 2. Modification du dispositif interférentiel

- 16) Donner l'expression de la différence de chemin optique  $\delta'(M)$  entre deux rayons parcourant chacun la distance  $e$ , l'un dans l'air et l'autre dans le verre d'indice  $n$ .
- 17) Calculer la différence de chemin optique  $\delta''(M)$  au point M entre les rayons issus de  $S_1$  et  $S_2$ . Exprimer  $\delta''(M)$  en fonction de  $n$ ,  $e$ ,  $a$ ,  $x$  et  $D$ . En déduire, en utilisant les résultats de la partie précédente, de quelle distance  $d$  la figure d'interférences sera translatée. On exprimera  $d$  en fonction de  $n$ ,  $e$ ,  $a$  et  $D$ . Dans quel sens se déplace la figure d'interférences par rapport au cas de la question précédente ?
- 18) Expliquer alors une mesure de l'épaisseur de la lame de verre. Cette mesure vous semble-t-elle facile à réaliser ?

### 1.3 Utilisation d'un réseau plan

Plutôt que d'utiliser les trous d'Young précédents, on se propose d'utiliser un réseau plan de diffraction en transmission. Un réseau plan est formé de traits fins parallèles séparés d'une distance  $a$ . Le faisceau lumineux incident a une direction fixe et fait un angle variable  $i_0$  avec la normale au réseau. On se propose dans un premier temps d'étudier ce réseau pour déterminer la valeur de  $a$ .

- 19) Comment s'appelle le dispositif expérimental sur lequel on pose le réseau et permettant de mesurer des angles avec une grande précision ?
- 20) Sur ce dispositif, un collimateur permet d'obtenir un faisceau parallèle à partir d'une source ponctuelle (par exemple, lampe à vapeur de mercure). Faire un schéma précis de ce collimateur et des rayons provenant de la source ponctuelle.
- 21) D'autre part, une lunette autocollimatrice permet d'observer le faisceau de lumière diffracté par le réseau et de le superposer au réticule. Faire un schéma précis de cette lunette, sa composition et des rayons émergents avec un angle  $i$  du réseau.
- 22) La mesure des angles sur le dispositif s'effectue avec un vernier angulaire précis à la minute d'arc. On rappelle que 1 minute (notation : 1') correspond à  $1/60^\circ$ . La figure 3 présente une situation de mesure d'angle avec un vernier. Donner la mesure de l'angle à la minute près.

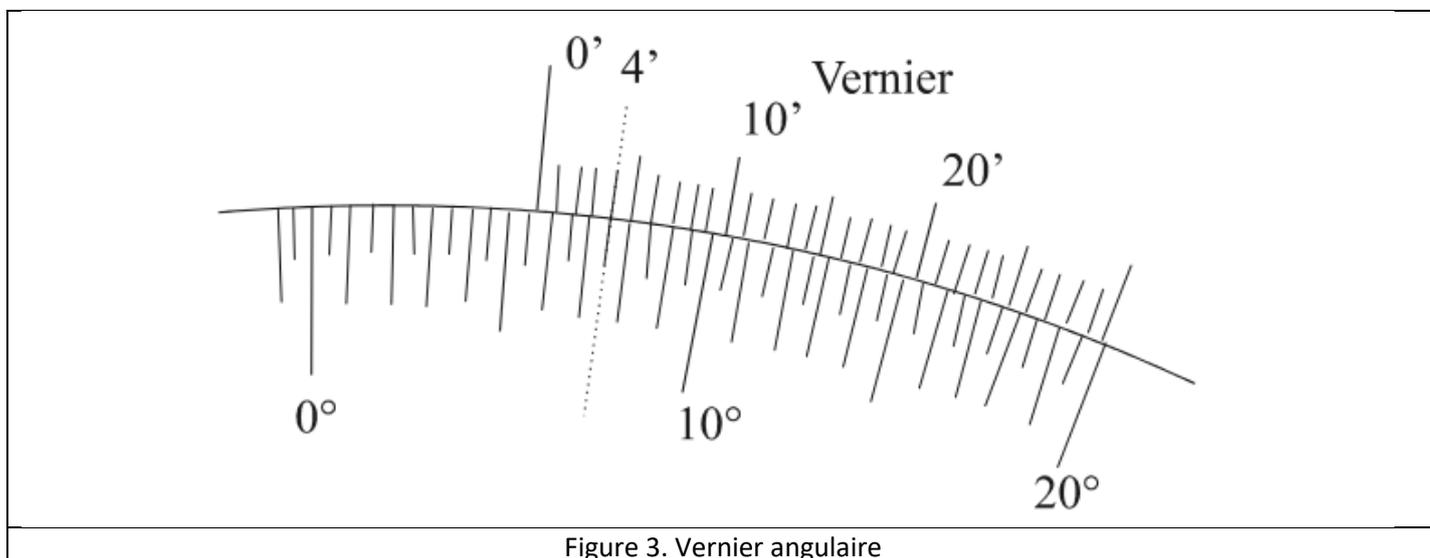


Figure 3. Vernier angulaire

- 23) On appelle  $i_p$  l'angle correspondant au maximum principal d'ordre  $p$  pour la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . Etablir la relation entre  $i_0$ ,  $i_p$ ,  $p$ ,  $\lambda_0$  et  $a$ . On justifiera ce résultat en s'appuyant sur un schéma clair précisant les différents chemins optiques.
- 24) Comment pourrait-on utiliser ce réseau pour mesurer l'épaisseur d'une lame de verre ?

#### Annexe 1. Formules de trigonométrie

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

## 2 Autour de la guitare électrique (Suite du DS3)

On s'intéresse ici à l'analogie entre une onde électromagnétique dans une cavité résonante et la corde d'une guitare.



### Document 1. Expressions mathématiques

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{a})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{a})) - \Delta(\vec{a})$$

### Document 2. Données numériques

$\sqrt{2} \approx 1,4$	$\frac{90}{\sqrt{2}} \approx 64$	$\frac{2}{75} \approx 2,7 \cdot 10^{-2}$	$\frac{7}{1,5} \approx 4,7$	$\frac{\sqrt{5}}{5,3} \approx 0,42$
------------------------	----------------------------------	--	-----------------------------	-------------------------------------

### Document 3. Relations de passage entre deux milieux

Soit  $\sigma(M)$  la densité surfacique de charge au point  $M$ ,  $\vec{j}_s(M)$  la densité surfacique de courants ( $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ ), les relations suivantes résument la relation de passage des champs électriques et magnétiques à la traversée de la surface :

$$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad \text{et} \quad \vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1) = \mu_0 \vec{j}_s(M) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

où l'on note  $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  la normale au point  $M$  de l'interface, orientée du milieu 1 vers le milieu 2,  $M_1$  et  $M_2$  deux points dans chaque demi-espace au voisinage du point  $M$ .

## 2.1 Onde dans une cavité résonante

### 2.1.1 Conducteur parfait

**25)** Rappeler la loi d'Ohm locale ainsi que la définition d'un conducteur parfait. Justifier que le champ électrique  $\vec{E}_{\text{cond}}$  est nul à l'intérieur d'un conducteur parfait.

### 2.1.2 Propagation d'une onde électromagnétique dans le vide

**26)** Ecrire les équations de Maxwell dans le vide, sans charges ni courants, en précisant tous les termes entrant dans leur composition.

**27)** En déduire l'équation de propagation satisfaite par le champ électrique  $\vec{E}$  dans le vide, sans charges ni courants. Que représente le terme  $\mu_0 \epsilon_0$  dans cette équation ?

On se place en coordonnées cartésiennes et on considère le vecteur :

$$\vec{E}_1(x, t) = E_1 \left( t - \frac{x}{c} \right) \vec{u}_y \quad \text{où } \vec{u}_y \text{ est un vecteur unitaire et } c \text{ la célérité de la lumière dans le vide}$$

**28)** Vérifier que ce vecteur est solution de l'équation obtenue en question 27. Quelles propriétés possède cette solution ?

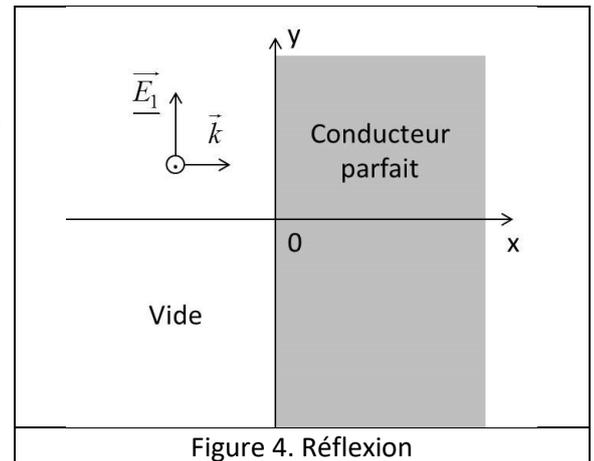
### 2.1.3 Etude de l'onde incidente

Une onde électromagnétique arrive en incidence normale sur un conducteur parfait occupant le demi-espace  $x > 0$  (Figure 1).

On suppose que le champ électrique s'écrit en coordonnées cartésiennes et en représentation complexe :

$$\vec{E}_1(x, t) = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \vec{u}_y$$

où  $E_0$  et  $k$  sont des constantes.



29) Quel est l'état de polarisation de cette onde ?

30) Que représente  $k$  ? Donner la relation reliant  $k$  à  $c$ .

### 2.1.4 Etude de l'onde résultante :

L'onde réfléchie est une onde monochromatique de même pulsation. On cherche alors le champ électrique réfléchi complexe sous la forme :

$$\vec{E}_r(x, t) = \vec{E}_{r0}(x) \exp(i\omega t)$$

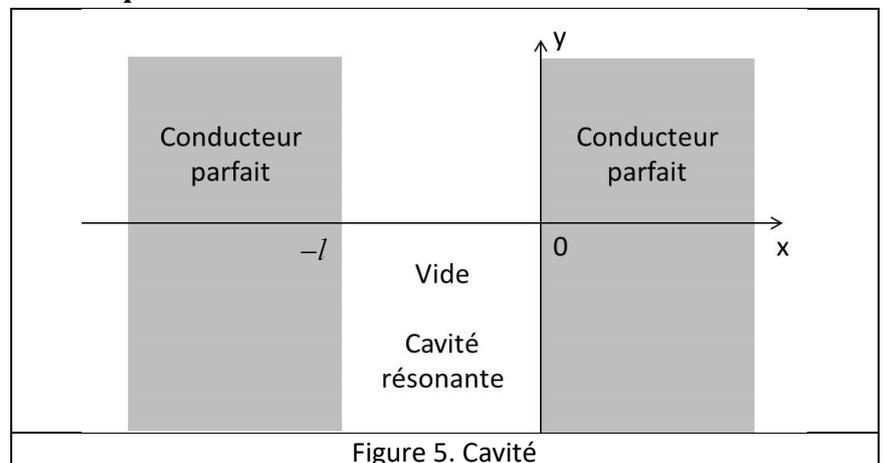
31) En utilisant la relation de passage, montrer que  $\vec{E}_{r0}(0) = -E_0 \vec{u}_y$ . En déduire  $\vec{E}_r$ .

32) Déterminer l'expression  $\vec{E}_{vide}(x, t)$  du champ électrique total en fonction de  $E_0$ ,  $\omega$  et  $c$ . On donnera le résultat sous forme du produit de deux fonctions sinusoïdales. Quelle est la particularité de cette onde et son nom ?

33) Déterminer les positions des nœuds du champ électrique  $\vec{E}_{vide}$  en fonction de la longueur d'onde.

### 2.1.5 Cavité résonante : quantification de la fréquence

Pour former la cavité résonante on ajoute un deuxième conducteur parfait placé dans le demi-espace  $x < -l$  (Figure 5).



34) Quelle(s) autre(s) condition(s) la présence de ce deuxième conducteur parfait impose-t-elle au champ électrique  $\vec{E}_{vide}$  ?

35) Montrer que ceci impose une quantification de la pulsation des ondes pouvant s'établir dans la cavité avec  $\omega_n = n\omega_0$  où  $n$  est un entier. Expliciter  $\omega_0$  en fonction de  $c$  et  $l$ .

36) En déduire, que pour l'onde harmonique de pulsation  $\omega_n = n\omega_0$ , le champ électrique  $\vec{E}_n(x, t)$  dans la cavité prend la forme :

$$\vec{E}_n(x, t) = A \sin(\alpha x) \sin(\beta t) \vec{u}_y$$

en explicitant  $\alpha$ ,  $\beta$  en fonction de  $\omega_0$ ,  $c$  et  $n$ .

## 2.2 Analogie avec la corde de guitare

### 2.2.1 Caractéristiques

**37)** Déterminer la masse linéique  $\mu$  d'une corde en acier de masse volumique  $\rho$ , de longueur  $l$  et de diamètre  $D$ .

**38)** Déterminer la section  $\Sigma$  en  $mm^2$  et la longueur  $l$  d'une corde de masse  $m = 3,6g$ . On donne  $\rho = 8000kg.m^{-3}$  et  $\mu = 6g.m^{-1}$ .

### 2.2.2 Analogie avec l'onde électromagnétique

On assimile la corde de guitare à une corde inextensible sans raideur de masse linéique constante  $\mu$ , tendue par une tension de module  $T_0$ . Au repos, elle se confond avec l'axe  $Ox$  (Figure 6). On note  $l$  la longueur de la corde placée entre les abscisses  $x = -l$  et  $x = 0$  où la corde est attachée.

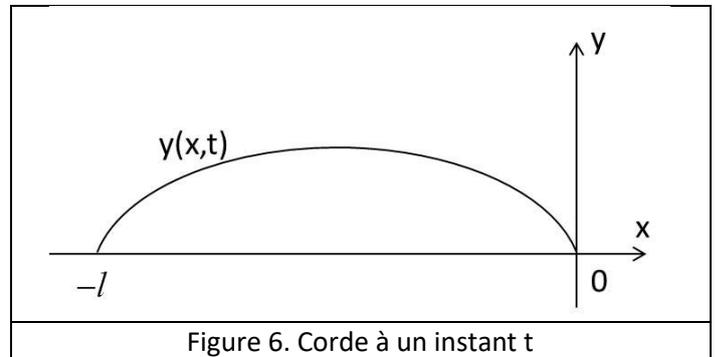


Figure 6. Corde à un instant t

On étudie les vibrations de la corde dans le plan  $Oxy$ , c'est-à-dire les petits mouvements transversaux selon  $Oy$ , de part et d'autre de cette position de repos.

On cherche à utiliser l'analogie entre l'élongation  $y(x, t)$  de la corde vibrante fixée à ses deux extrémités et le champ électrique dans une cavité résonante.

On admet que  $y(x, t)$  vérifie l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{T_0}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

**39)** Analyser la dimension du terme  $v = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ . Quel est le terme correspondant à  $v$  pour une onde électromagnétique ? Que représente le terme  $v$  vis-à-vis de la propagation d'une onde le long de la corde ? Application numérique : Calculer  $v$  pour  $T_0 = 120N$ .

**40)** Par analogie avec l'onde électromagnétique dans la cavité résonante, expliciter la pulsation  $\omega_0$  du mode fondamental s'établissant sur la corde en fonction de  $v$  et  $l$ .

**41)** Par analogie avec l'onde électromagnétique dans la cavité résonante, donner une expression de  $y_n(x, t)$  compatible avec l'équation de propagation et les conditions aux limites. On notera  $Y_{0n}$  l'amplitude de cette onde.

Les conditions aux limites imposent donc une quantification de la pulsation  $\omega_n = n\omega_0$ .

**42)** Dessiner l'allure de la corde à  $t = \frac{2\pi}{\omega_n}$  et  $t = \frac{\pi}{2\omega_n}$  pour  $n = 1, 2, 3$ .

Spectre d'une corde de guitare :

On donne pour une corde pincée (guitare), la valeur de l'amplitude de l'harmonique d'ordre  $n$  :

$$Y_{0n} = 0 \text{ pour } n \text{ pair et } Y_{0n} = \frac{C}{n^3} \text{ pour } n \text{ impair avec } C \text{ constant}$$

**43)** Quelles sont les fréquences présentes dans le son émis ? Quelle est la fréquence du son le plus intense ?

**44)** Tracer le spectre obtenu. Quelle qualité le microphone d'une guitare électrique doit-il présenter ?

### 3 Obtention de tellure de bismuth

L'effet thermoélectrique est un phénomène qui dépend de la température et de la composition chimique du matériau. Parmi les bons matériaux thermoélectriques à température ambiante, le tellure de bismuth  $Bi_2Te_3$  est couramment utilisé. On élabore, par électrodéposition sur un substrat adapté, des petites cellules de  $Bi_2$ , de diamètres voisins de  $50\ \mu\text{m}$ , se comportant comme des microgénérateurs thermoélectriques dont la polarité dépend du dopage du matériau (Figure 7).

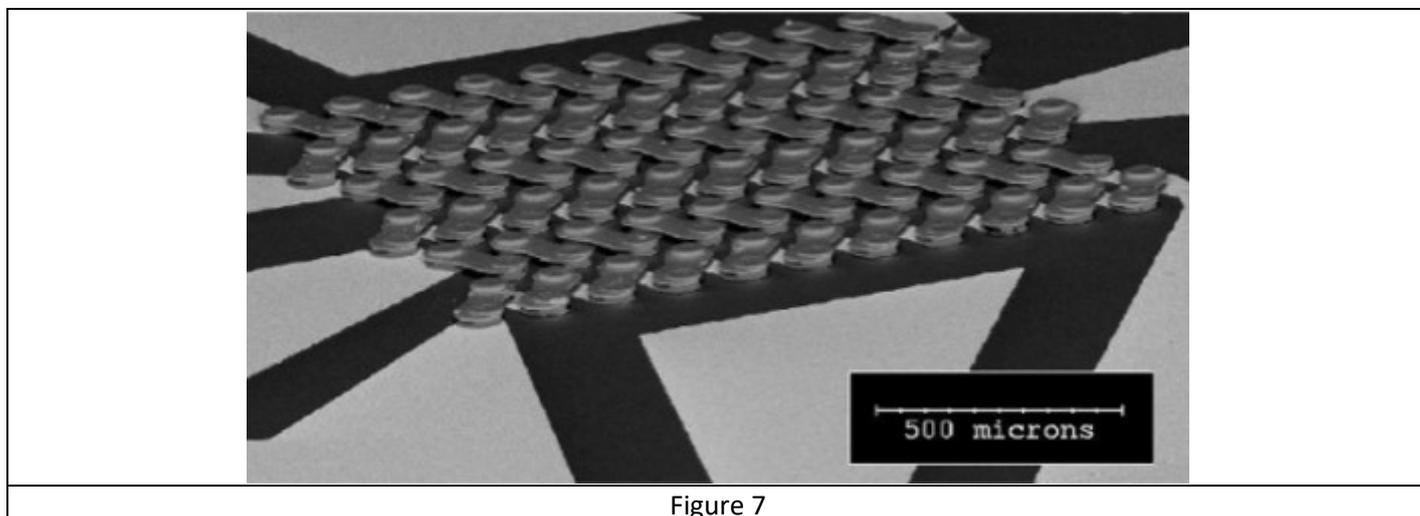


Figure 7

#### Document 4. Données numériques

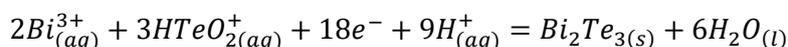
$$3,37 \times 6 \approx 20,2$$

#### 3.1 Introduction

L'élément tellure  $Te$  possède 52 électrons, appartient à la cinquième période et à la même colonne de la classification périodique des éléments que l'oxygène  $O$ . Sa masse molaire atomique vaut  $127,6\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ . L'élément bismuth  $Bi$  possède 83 électrons, appartient à la sixième période et à la même colonne de la classification périodique des éléments que l'azote  $N$ . Sa masse molaire atomique vaut  $209,0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

**45)** Donner la configuration de la couche de valence du tellure et du bismuth.

L'élaboration par voie électrochimique du tellure de bismuth consiste à placer en solution aqueuse les espèces solubles qui pourront, avec apport d'énergie électrique, réagir sur une électrode adaptée selon la demi-équation électronique suivante :



On admettra que les électrons ne sont pas apportés par un réducteur chimique mais par un dispositif générateur électrique, non étudié dans ce problème, qui achemine les électrons jusqu'à l'électrode. Le solide  $Bi_2Te_{3(s)}$  ainsi formé se dépose sur l'électrode. Il convient donc d'étudier le comportement électrochimique du tellure et du bismuth en solution aqueuse.

Pour tout le problème, on utilisera la forme approchée à  $T = 298\text{K}$ ,  $\frac{RT}{F} \ln(10) \approx 0,06\text{V}$  et on rappelle que la charge d'une mole d'électrons est égale à  $96500\text{C}$  et que  $F = 96500\text{C}\cdot\text{mol}^{-1}$

### 3.2 Diagramme potentiel-pH du bismuth

Le diagramme simplifié du bismuth (Figure 8) est tracé à  $T = 298K$ , en prenant sur les frontières et pour les espèces concernées, la concentration des espèces dissoutes égale à  $C_0 = 0,01 mol.L^{-1}$  et en ne considérant que les espèces suivantes :  $Bi_{(s)}$ ,  $Bi_2O_{5(s)}$ ,  $Bi_2O_{3(s)}$  et  $Bi_{(aq)}^{3+}$ .

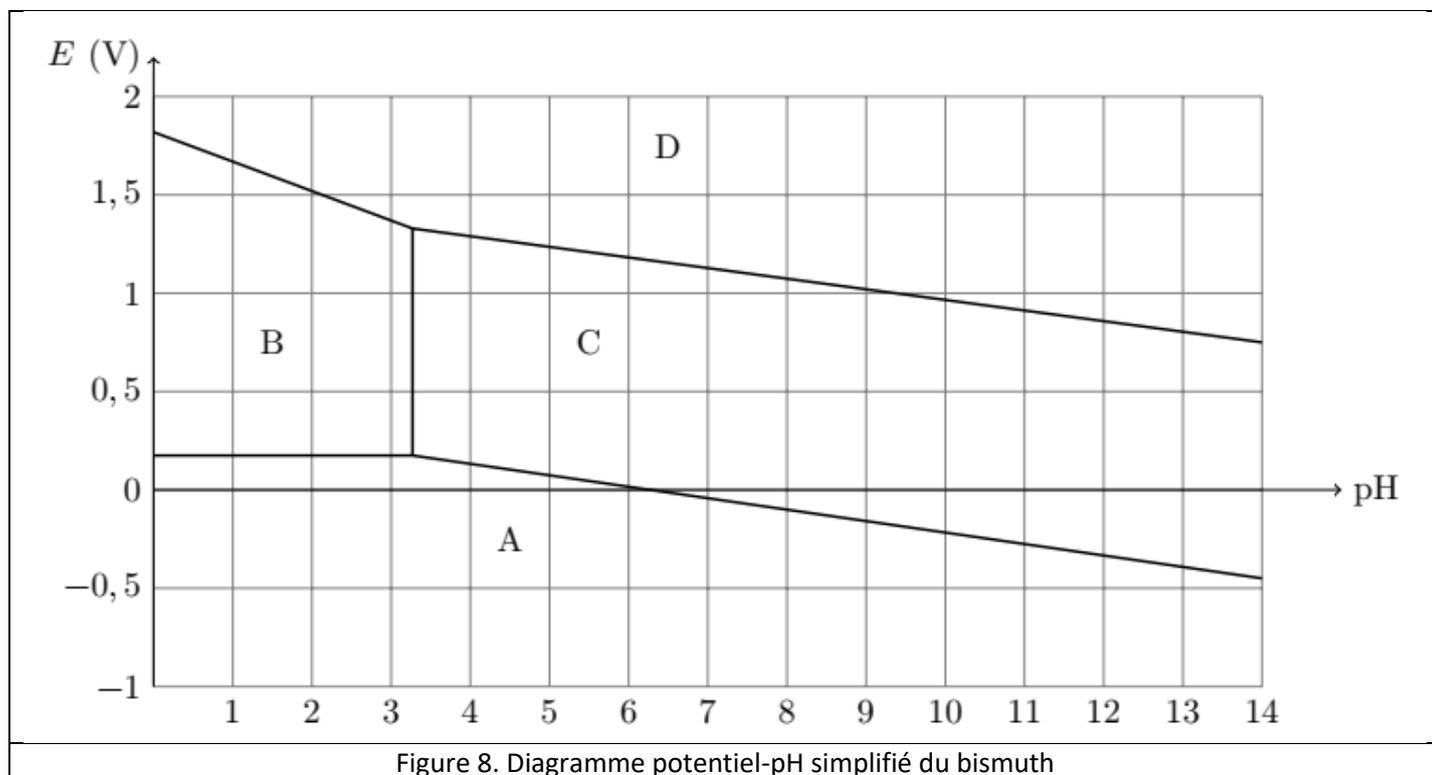


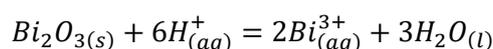
Figure 8. Diagramme potentiel-pH simplifié du bismuth

Le point d'intersection des domaines A, B, C a pour abscisse 3,37 et pour ordonnée 0,175 V et celui des domaines B, C, D a pour ordonnée 1,33 V. La frontière B/D a pour ordonnée 1,82 V à  $pH = 0$ .

46) Donner le nombre d'oxydation de l'élément bismuth dans chacune des espèces envisagées.

47) Identifier les espèces A et D sur le diagramme. On justifiera la réponse.

48) L'oxyde  $Bi_2O_{3(s)}$  se dissout dans l'eau selon la réaction :



À l'aide du diagramme, calculer la constante de l'équilibre de dissociation  $K_s$  de  $Bi_2O_{3(s)}$ . Établir les domaines de chaque espèce puis identifier B et C.

49) À l'aide du diagramme, déterminer le potentiel standard du couple  $Bi_{(aq)}^{3+}/Bi_{(s)}$ .

50) Écrire l'équation de la demi-réaction électronique entre les espèces C et A. Établir l'équation de la frontière entre ces deux espèces.

51) À l'aide du diagramme déterminer le potentiel standard du couple  $Bi_2O_{5(s)}/Bi_{(aq)}^{3+}$ , écrire la demi-équation entre ces deux espèces puis établir l'équation de la frontière.

52) Écrire la demi-réaction entre les espèces C et D. Établir l'équation de la frontière entre ces deux espèces.

53) L'eau intervient dans deux couples rédox. Écrire la demi-réaction électronique associée à chaque couple puis établir l'équation correspondant à sa frontière. Tracer sommairement ces deux courbes du diagramme potentiel-pH de l'eau sur le document réponse et indiquer les domaines associés à chacune des espèces intervenant dans les deux couples de l'eau.

La pression partielle de toutes les espèces gazeuses sera prise égale à 1 bar.

On prendra  $E^0(H_{(aq)}^+/H_{2(g)}) = 0,00 V$  et  $E^0(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) = 1,23 V$ .

54) En utilisant le diagramme potentiel-pH du bismuth superposé à celui de l'eau (document réponse), discuter de la stabilité du bismuth dans l'eau.

### 3.3 Diagramme potentiel-pH du tellure

On étudie le diagramme simplifié du tellure faisant intervenir les espèces  $Te_{(s)}$ ,  $Te_{2(aq)}^{2-}$ ,  $Te_{(aq)}^{4+}$  et  $HTeO_{2(aq)}^+$  tracé pour la température  $T = 298K$ , en prenant sur les frontières, et pour les espèces concernées, la concentration de toutes les espèces dissoutes égale à  $C'_0 = 0,01 mol.L^{-1}$  (Figure9).

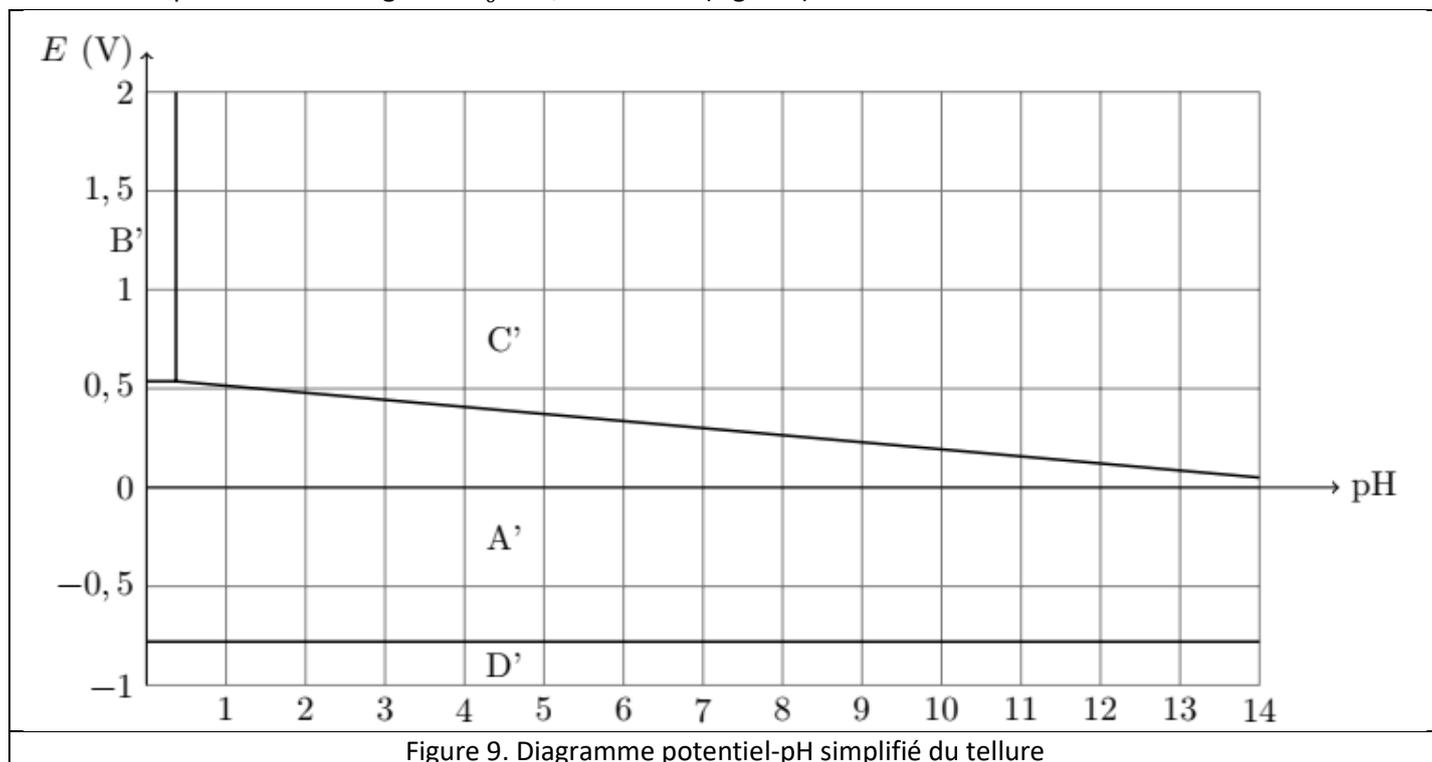


Figure 9. Diagramme potentiel-pH simplifié du tellure

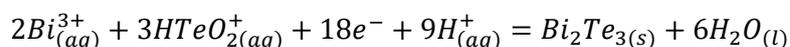
Le point d'intersection des frontières des domaines A', B', C' a pour abscisse 0,37 et pour ordonnée 0,537 V. L'ion  $Te_{(aq)}^{4+}$  appartient au couple acide-base  $Te_{(aq)}^{4+}/HTeO_{2(aq)}^+$  de constante  $K_a$ . La frontière entre les domaines A' et D', à  $pH = 0$ , a pour ordonnée  $-0,780 V$ .

- 55) Écrire l'équation de la réaction d'équilibre acido-basique associée au couple  $Te_{(aq)}^{4+}/HTeO_{2(aq)}^+$ . Établir l'espèce prédominante de ce couple en fonction des valeurs du pH. Représenter ces domaines sur un axe gradué en  $pH$  où l'on fera intervenir  $pK_a$ . À partir du diagramme, déterminer la valeur de  $pK_a$ . Commenter sa valeur.
- 56) Identifier les espèces A', B', C', D' sur le diagramme.
- 57) À l'aide du diagramme, déterminer la valeur du potentiel standard du couple B'/A' puis déterminer l'équation des frontières entre A' et B' puis A' et C'.
- 58) À partir du diagramme, déterminer la valeur du potentiel standard du couple A'/D'.  
Comment se déplace la frontière A'/D' lorsque la concentration de travail  $C'_0$  diminue ? De même comment se déplace la frontière C'/A' lorsque la concentration de travail  $C'_0$  diminue ? Lorsque les deux frontières se coupent, que peut-on prévoir pour l'espèce A' au-delà du croisement de ces deux frontières ? Écrire l'équation chimique correspondante et nommer cette réaction.  
Conclure, dans les conditions du tracé de la Figure 9, quant à la stabilité de l'espèce A' pour  $0 < pH < 14$ .
- 59) Étudier la stabilité du tellure dans l'eau.

### 3.4 Synthèse des résultats

La figure A du document réponse représente les diagrammes du bismuth et du tellure précédemment étudiés sur une même courbe.

- 60) Le dépôt électrolytique du tellure de bismuth résulte de la demi-réaction :



À l'aide des résultats précédents, déterminer le domaine de pH dans lequel on doit se placer pour réaliser cette demi-réaction.