

# Diagrammes d'état des fluides réels purs

## Extrait du programme

Ces outils sont réinvestis dans la partie **3** à l'occasion de l'étude des diagrammes thermodynamiques. On y exploite également les diagrammes et tables des fluides réels, afin d'habituer les étudiants à ne pas se limiter à des situations idéales (gaz parfait...).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Diagrammes d'état des fluides réels purs.</b>	
Enthalpie de changement d'état.	Citer des ordres de grandeur d'enthalpies massiques de vaporisation. Calculer l'énergie récupérable par transfert thermique lors de la condensation totale d'un fluide.
Variation élémentaire d'enthalpie au cours d'un changement d'état isotherme.	Lier la variation élémentaire de l'enthalpie à l'enthalpie de changement d'état.
Règle des moments.	Utiliser la règle des moments.
Diagrammes de Clapeyron (P,v), entropique (T,s).	Représenter, pour chaque diagramme, l'allure des courbes isothermes, isobares, isochores, isentropiques, isenthalpes. Établir l'équation de ces courbes dans la limite du gaz parfait, dans la limite du liquide incompressible et indilatable. Exploiter un diagramme pour déterminer une grandeur physique.

## Sommaire

- 1 Rappels sur les transitions de phase d'un corps pur**
  - 1.1 Etats physiques d'un corps pur
  - 1.2 Diagramme de phases (P, T)
- 2 Equilibre liquide-vapeur**
  - 2.1 Système
  - 2.2 Enthalpie de vaporisation
  - 2.3 Entropie de vaporisation
  - 2.4 Titre massique en vapeur
  - 2.5 Règle des moments
- 3 Diagramme de Clapeyron (P,v)**
  - 3.1 Présentation
  - 3.2 Equations des courbes dans la limite du gaz parfait et du liquide incompressible et indilatable
  - 3.3 Règle des segments
- 4 Diagramme entropique (T,s)**
  - 4.1 Présentation
  - 4.2 Equations des courbes dans la limite du gaz parfait et du liquide incompressible et indilatable
  - 4.3 Règle des segments
- 5 Applications des diagrammes aux fluides réels : étude d'une machine frigorifique**
- 6 Questions de cours**
- 7 Questions à choix multiples**
- 8 Exercice de cours**
  - 8.1 Energie récupérable lors de la condensation totale d'un fluide
- 9 Exercices Terminale STI2D**
  - 9.1 Congélateur
  - 9.2 Refroidissement d'une centrale nucléaire
- 10 Exercices type écrit (à faire en DM pour 29/09/2020)**
  - 10.1 Extrait CCP TSI 2012
- 11 Exercices type oral**
  - 11.1 Mélange eau-glace
  - 11.2 Détermination de l'état du fluide
  - 11.3 Détermination de l'état d'une vapeur
  - 11.4 Machine à vapeur : cycle de Rankine
  - 11.5 Machine à vapeur
  - 11.6 Extrait Centrale TSI 2016

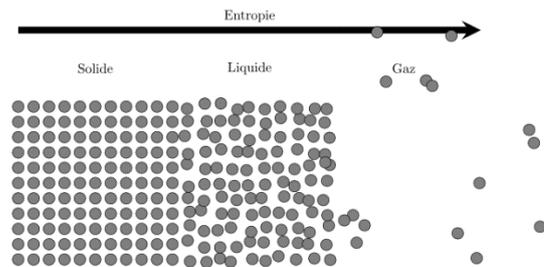
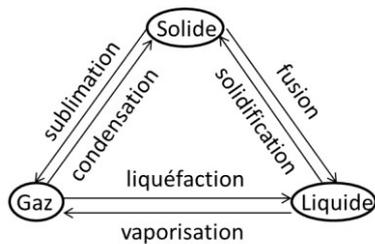
# 1 Rappels sur les transitions de phase d'un corps pur

## 1.1 Etats physiques d'un corps pur

On distingue 3 états physiques différents d'un corps pur :

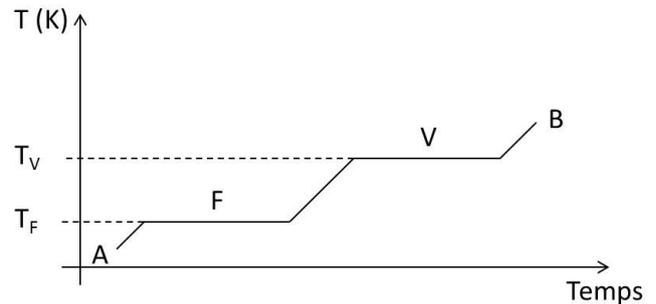
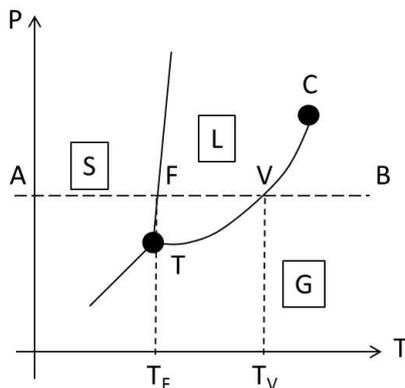
- **solide** : les atomes ou molécules occupent une place déterminée, un ordre existe.
- **liquide** : les atomes ou molécules se déplacent les uns par rapport aux autres. Cet état est qualifié de condensé car la distance entre atomes ou molécules voisins est faible. Sa densité est de l'ordre de grandeur du solide.
- **gaz** : les distances entre particules sont beaucoup plus grandes, c'est l'état le moins ordonné.

Terminologie pour les changements d'état :



## 1.2 Diagramme de phases (P, T)

Pour un corps pur soumis aux seules forces de pression, il suffit de la donnée de deux paramètres intensifs pour caractériser un état d'équilibre. Ces paramètres peuvent être la pression,  $P$ , et la température,  $T$ .



Les **changements d'état** se font à **température constante**. Lors d'un changement d'état si la température est fixée, alors la pression l'est aussi. Un de ces deux paramètres intensifs suffit à décrire l'état d'équilibre.

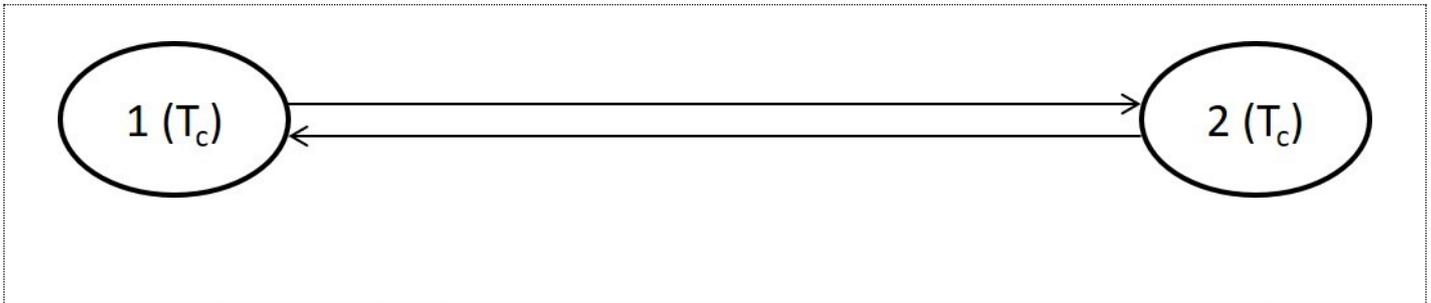
## 2 Equilibre liquide-vapeur

Nous allons nous intéresser en particulier à un type de changement d'état :

- le passage de liquide à vapeur : .....
- et inversement le passage de vapeur à liquide : .....

et tenter de décrire l'état du fluide pendant ce changement d'état : l'équilibre liquide-vapeur.

- Soit :
- la pression de changement d'état .....
  - la température de changement d'état .....



### 2.1 Système

Si le corps pur est entièrement sous forme de liquide, à la température de changement d'état, on parle de :

.....

Si le corps pur est entièrement sous forme de vapeur, à la température de changement d'état, on parle de :

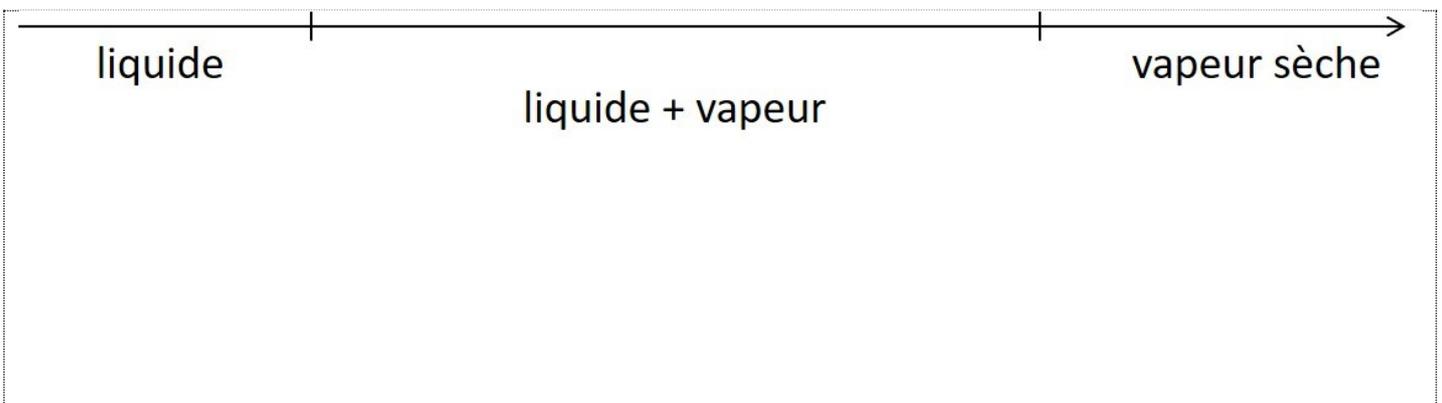
.....

Si le corps pur sous deux phase vapeur et liquide, on parle de :

.....

On considère une masse,  $m$ , de corps pur en équilibre sous deux phases vapeur et liquide.

On note  $m_v$  sa masse de vapeur et  $m_l$  sa masse de liquide tels que : .....



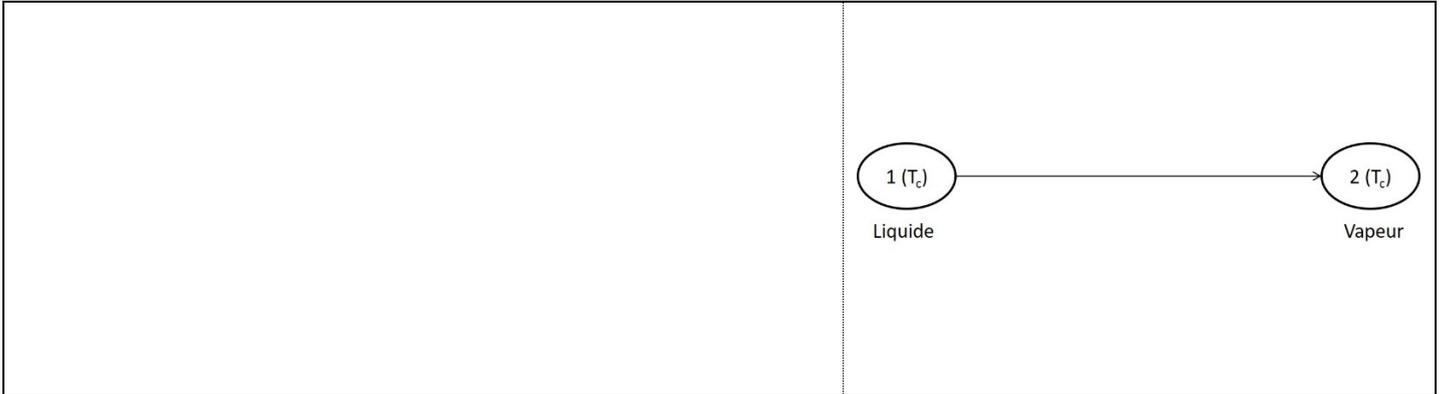
## 2.2 Enthalpie de vaporisation

Les changements d'état effectués **sous pression constante** nécessitent un apport d'énergie thermique.

Or, pour une transformation **isobare** :  $dH = \delta Q_P$  ou encore en intégrant entre l'état 1 et l'état 2 :

L'énergie thermique apportée peut donc être identifiée à la variation d'enthalpie du système, qu'on appelle alors **enthalpie de changement d'état**.

Définition :



La quantité d'énergie,  $dH$ , mise en jeu est proportionnelle à la masse,  $\delta m$ , du corps pur se vaporisant, on peut donc utiliser des grandeurs massiques et on introduit :

ou encore en intégrant entre l'état 1 et l'état 2 :

où :  $h_1(T_c)$  : enthalpie massique du fluide à l'état de liquide saturant

$h_2(T_c)$  : enthalpie massique du fluide à l'état de vapeur saturante sèche

Remarque :

L'enthalpie massique de vaporisation est couramment appelée **chaleur latente massique de vaporisation**. Elle est constante pour une température fixée. Elle peut être notée  $l_v$ .

Ordres de grandeurs :

Enthalpies massiques de vaporisation (énergie à fournir au fluide) : sous  $P = 10^5 Pa$  et  $T = 373K$

- pour l'eau : .....

- pour un fluide utilisé dans une machine frigorifique : .....

Energie récupérable lors de la condensation totale d'un fluide : voir exercice 8.1

### 2.3 Entropie de vaporisation

On s'intéresse maintenant à la variation d'entropie lors d'une vaporisation. Comme précédemment, on définit :

$s_1(T_c)$  l'entropie massique du liquide saturant à la température de changement d'état,  $T_c$ ,

$s_2(T_c)$  l'entropie massique de la vapeur saturante sèche à la même température.

Alors l'**entropie massique de vaporisation** est donnée par :

Si on considère la **vaporisation totale** réversible d'une masse,  $m$ , de fluide. Alors en appliquant le deuxième principe :

en intégrant entre l'état 1 et l'état 2, cela donne :

On a donc :

**L'entropie massique de vaporisation,  $\Delta s_{12}(T_c)$ , est reliée à l'enthalpie massique de vaporisation par :**

$$\Delta s_{12}(T_c) = \frac{l_{12}(T_c)}{T_c}$$

Remarque :

Cette dernière expression n'est valable **qu'à la température de changement d'état,  $T_c$** , lorsque le système se vaporise totalement.

Cette dernière expression est généralisable à tout changement d'état. Elle est utile pour savoir si un changement d'état demande de l'énergie ou en produit. Le **signe de l'entropie** massique de changement d'état dépend en effet du fait que l'on aille de la phase plus organisée vers moins organisée ou vice versa.

- Ainsi, pour la vaporisation, la fusion et la sublimation,

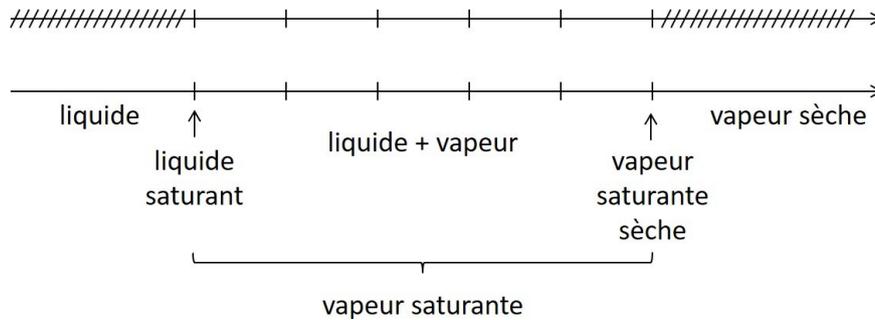
- Alors que pour la liquéfaction, la condensation et la solidification,

### 2.4 Titre massique en vapeur

L'état du corps pur est défini par deux paramètres intensifs :

- la pression,  $P_c$ , ou la température,  $T_c$
- la proportion de masse de vapeur,  $m_v$ , ou encore son taux de vapeur.

On définit le **taux de vapeur** ou **titre massique en vapeur**,  $x$ , par : .....



Remarques :

- Si le système est sous forme de :
- liquide saturant,  $x = 0$
  - vapeur saturante sèche,  $x = 1$

En dehors du changement d'état, le titre massique en vapeur n'est pas défini.

### 2.5 Règle des moments

Lorsque le liquide est saturant, son enthalpie massique est appelée :

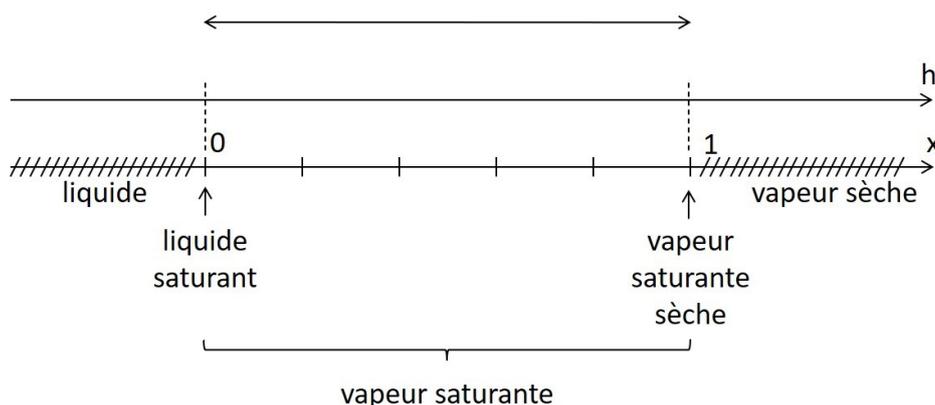
.....

Lorsque la vapeur est saturante sèche, son enthalpie massique est appelée :

.....

L'**enthalpie massique de vaporisation** est alors égale à : .....

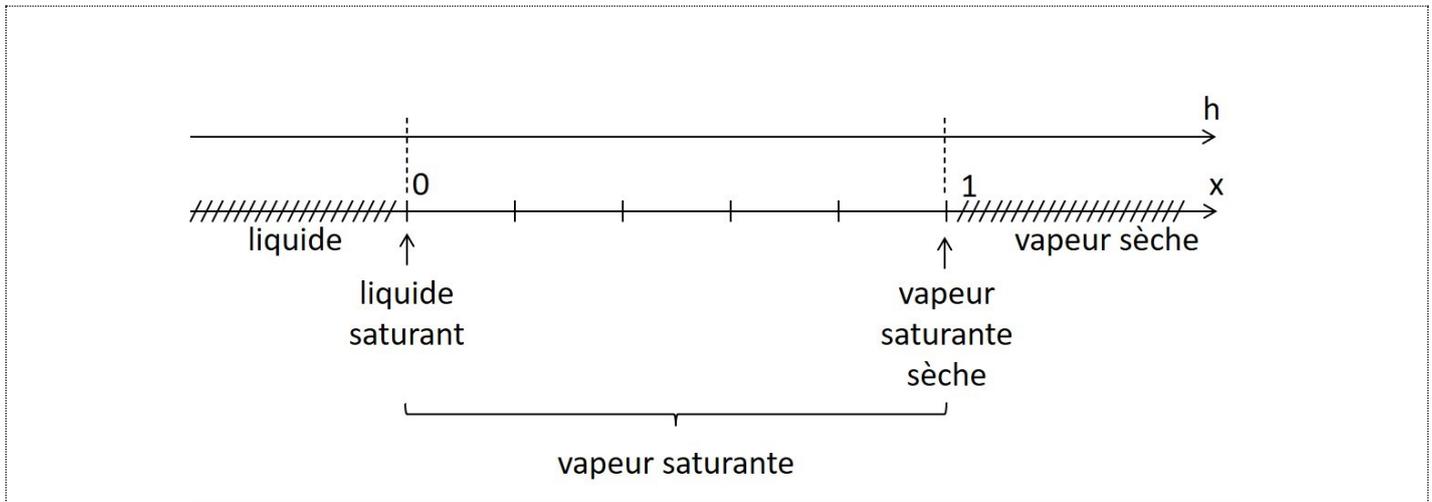
C'est l'enthalpie nécessaire pour faire passer toute la masse unitaire de fluide de l'état de liquide saturante à vapeur saturante sèche ( $x$  passant de 0 à 1).



La règle des moments permet de donner la valeur de l'enthalpie (mais aussi entropie ou volume massique) du corps pur en équilibre sous deux phases vapeur et liquide.

On va dans un premier temps chercher à obtenir la valeur de l'enthalpie d'un corps pur sous deux phases.

L'enthalpie massique dépend donc de  $T_c$  (ou  $P_c$ ) et de  $x$  (ou  $m_v$ ) : .....



Si seulement  $x\%$  du corps pur a changé d'état alors :

.....

On peut aussi écrire :

.....

La **règle des moments** permet de trouver la valeur de fonctions intensives du fluide au cours de son changement d'état connaissant son titre massique en vapeur,  $x$ . On l'énonce pour l'enthalpie massique :

$$h(T_c, x) = h_1(T_c) + x(h_2(T_c) - h_1(T_c))$$

Remarque :

La règle des moments est valable aussi pour l'entropie massique :

.....

Où  $s_1(T_c)$  l'entropie massique du liquide saturant à la température de changement d'état,  $T_c$ ,

Et  $s_2(T_c)$  l'entropie massique de la vapeur saturante sèche à la même température.

La règle des moments est valable aussi pour le volume massique :

.....

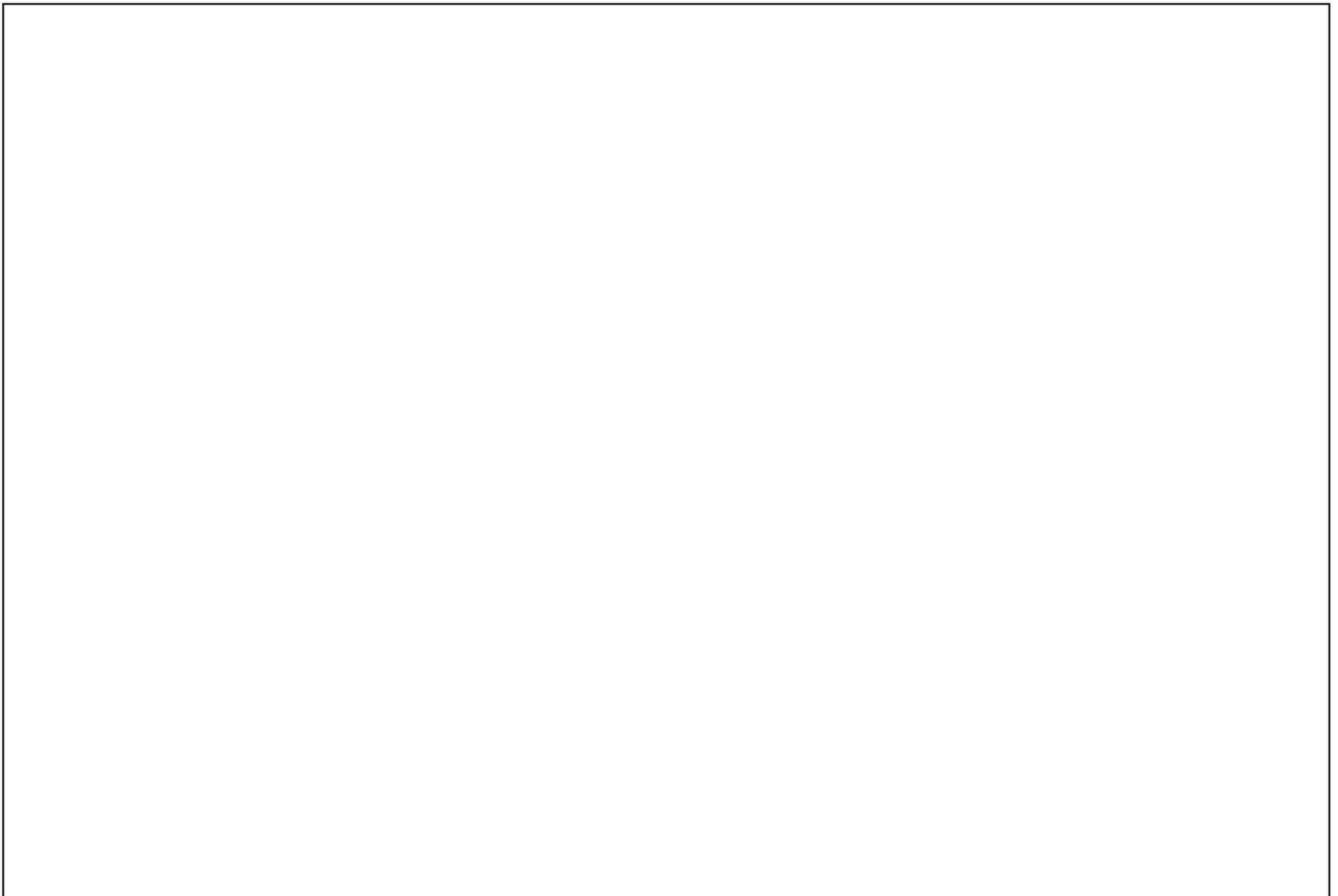
où  $v_l(T_c)$  est le volume massique du liquide saturant à la température de changement d'état,  $T_c$ ,

et  $v_v(T_c)$  est le volume massique de la vapeur saturante sèche à la même température.

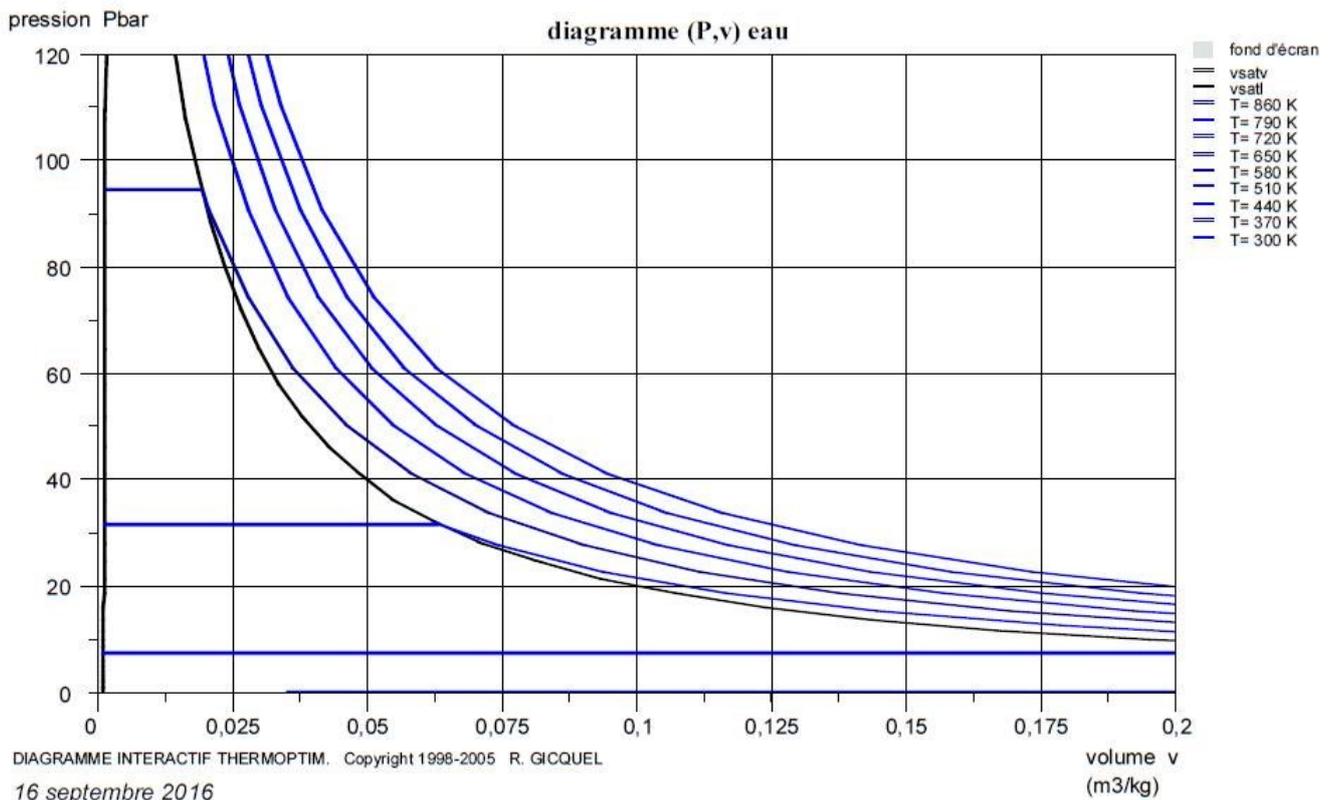
Il existe des tables de données thermodynamiques donnant les valeurs de ces volumes, enthalpies et entropies massiques.

### 3 Diagramme de Clapeyron (P,v)

#### 3.1 Présentation

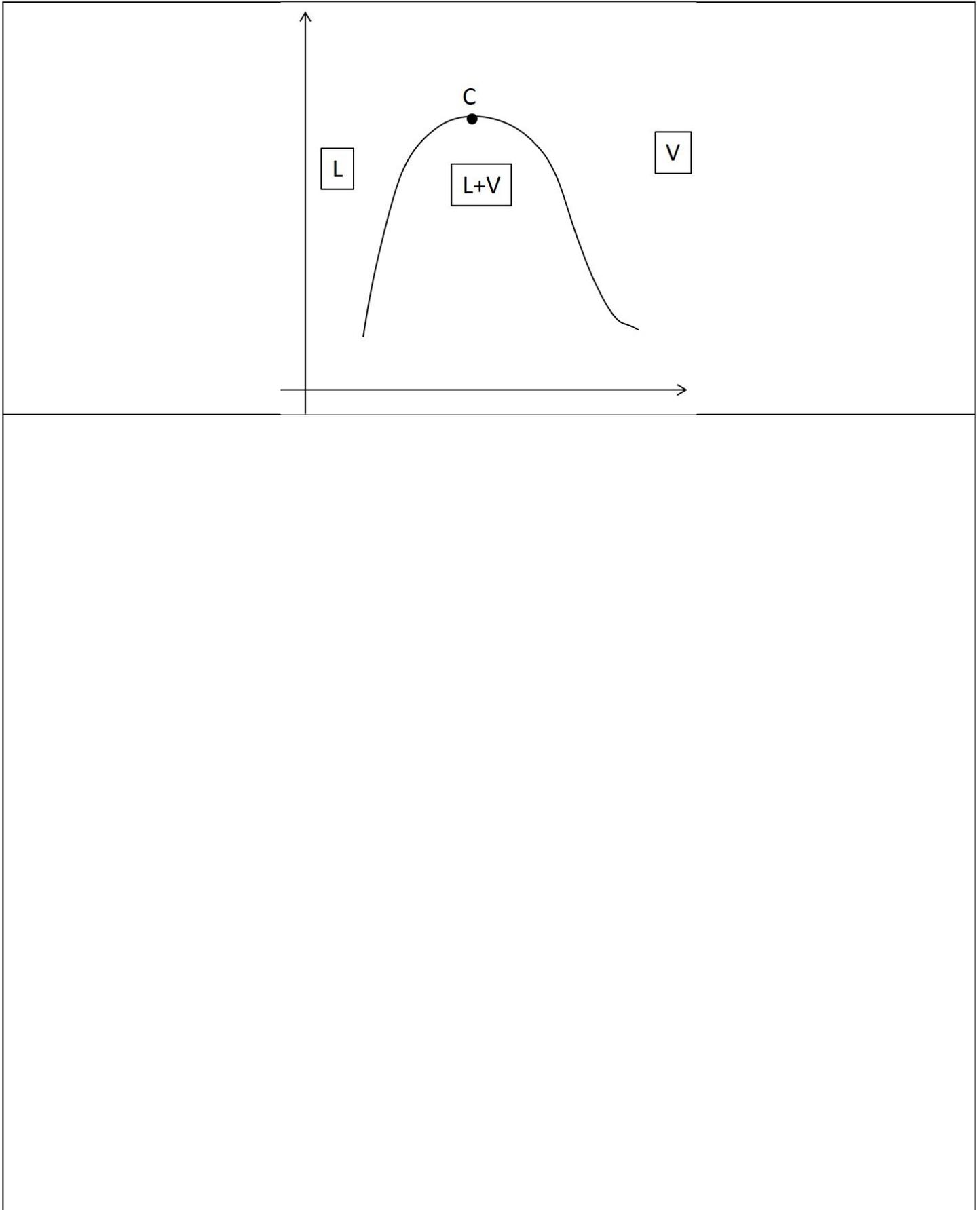


Exemple de diagramme (P,v) de l'eau avec réseau d'isothermes:

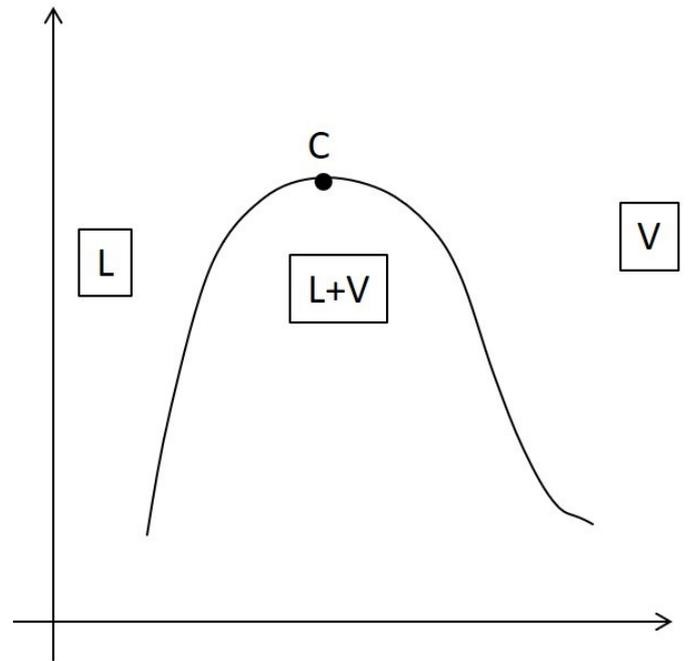


### 3.2 Equations des courbes dans la limite du gaz parfait et du liquide incompressible et indilatable

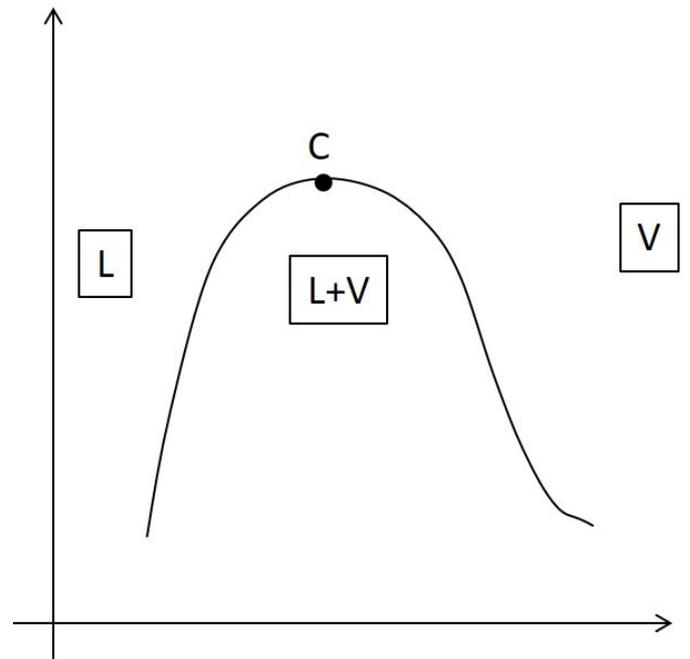
**Isothermes** (aussi appelé isothermes d'Andrews) :



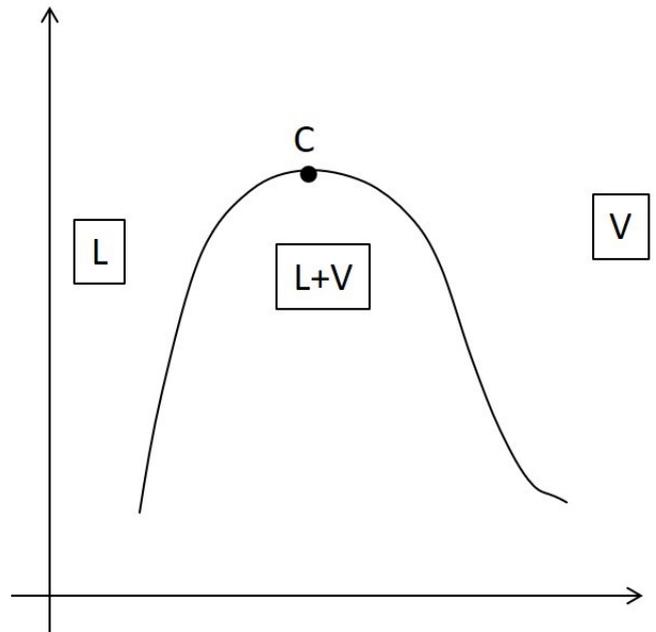
Isobares :



Isochores :

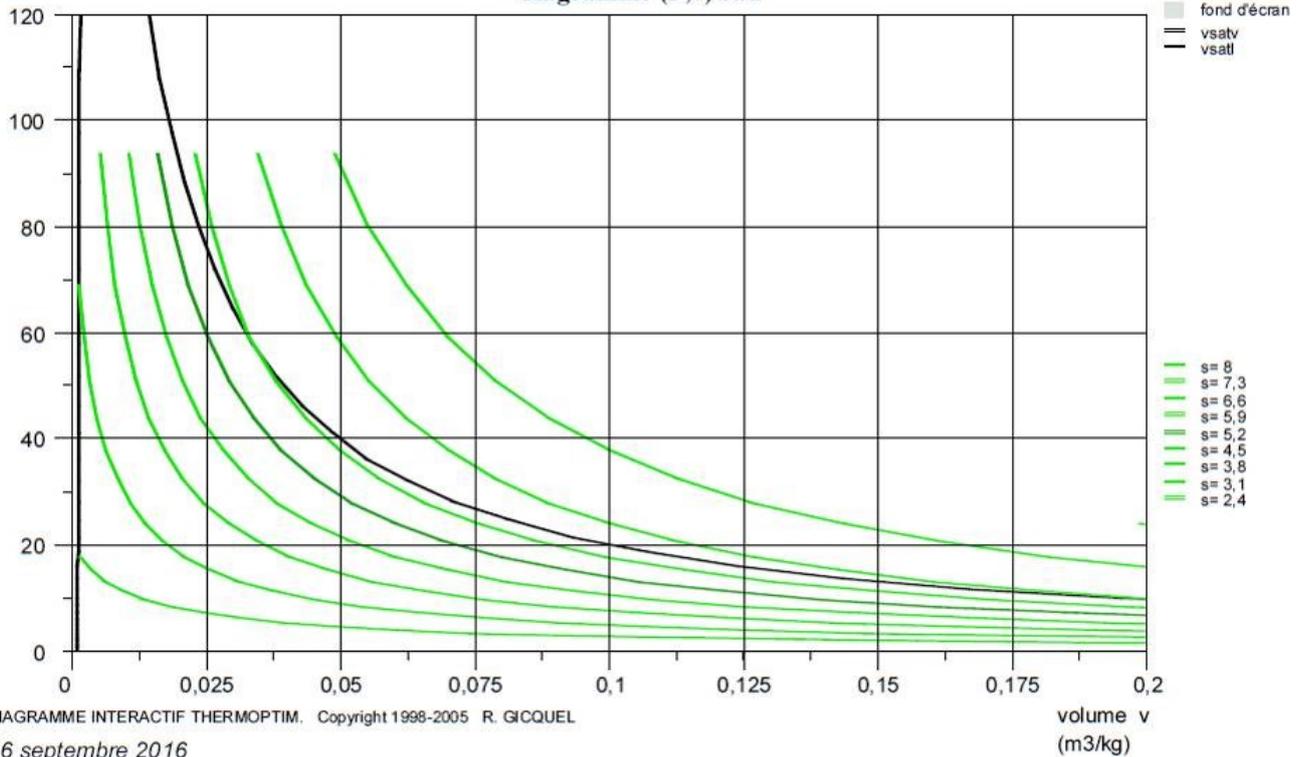


Isentropiques :

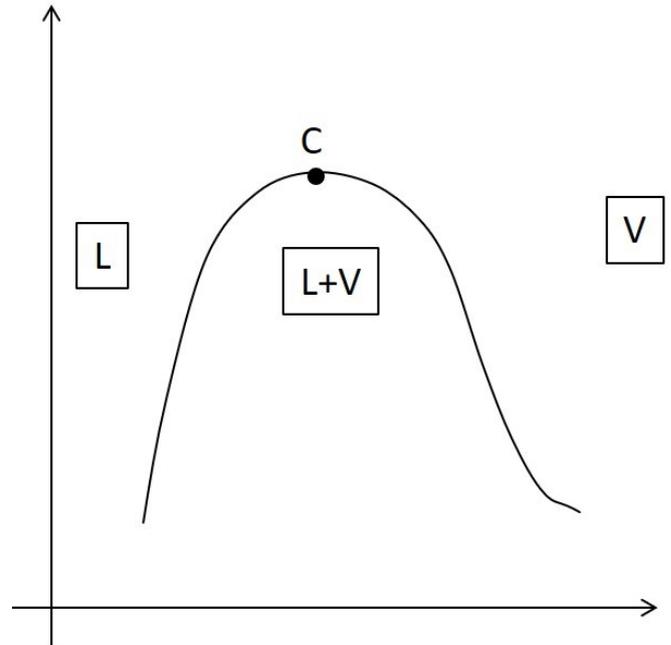


pression Pbar

diagramme (P,v) eau

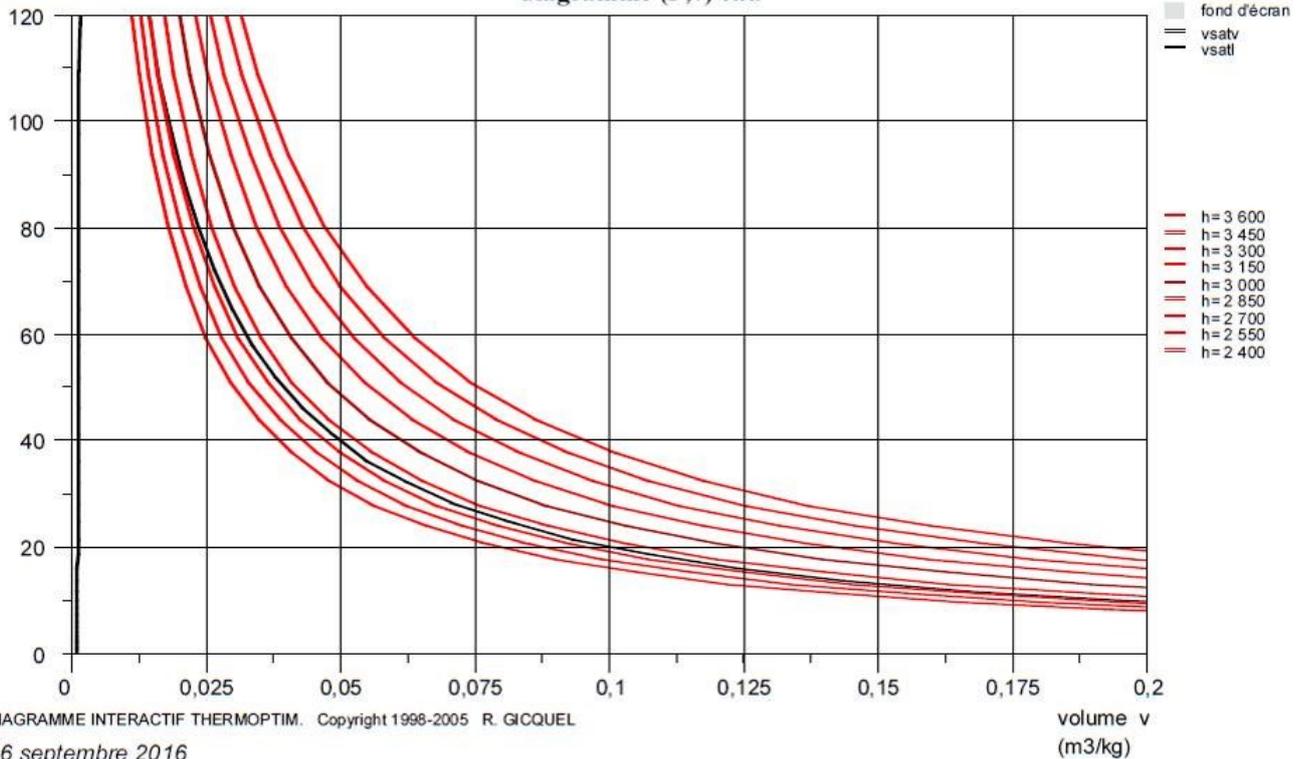


**Isenthalpes :**

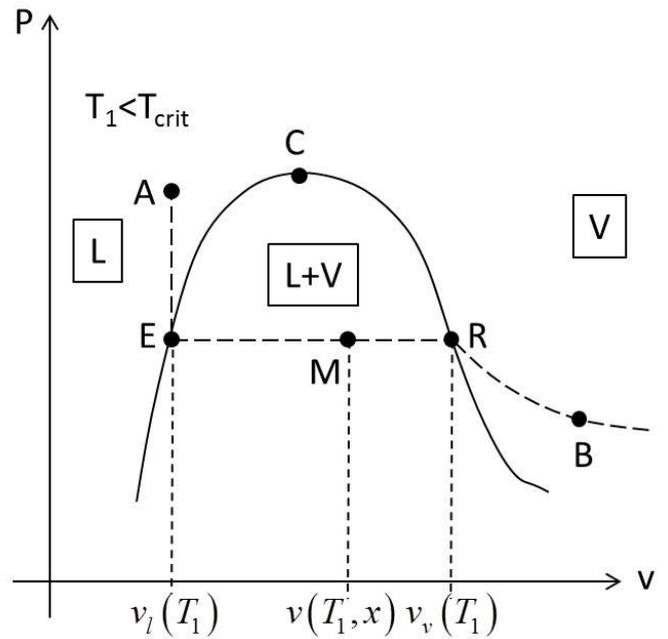


pression Pbar

diagramme (P,v) eau

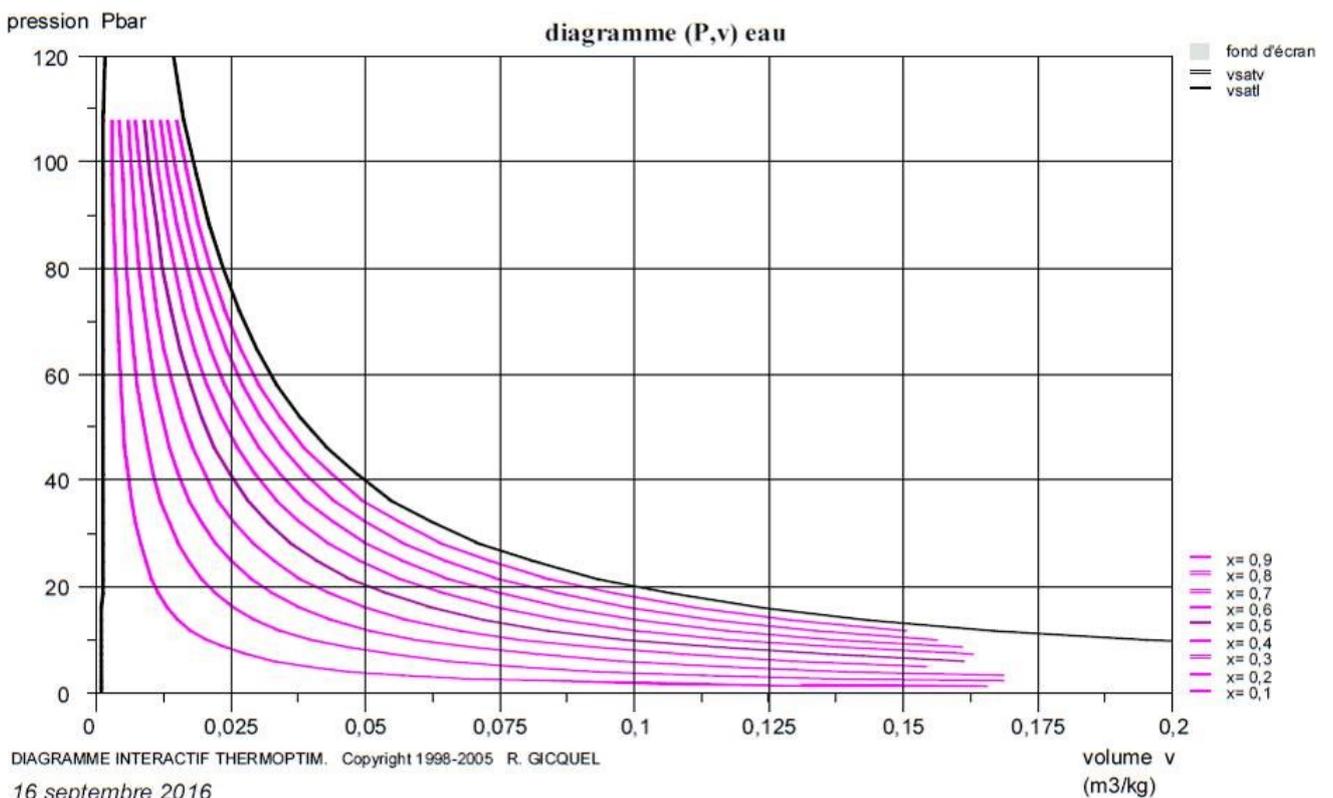


### 3.3 Règle des segments



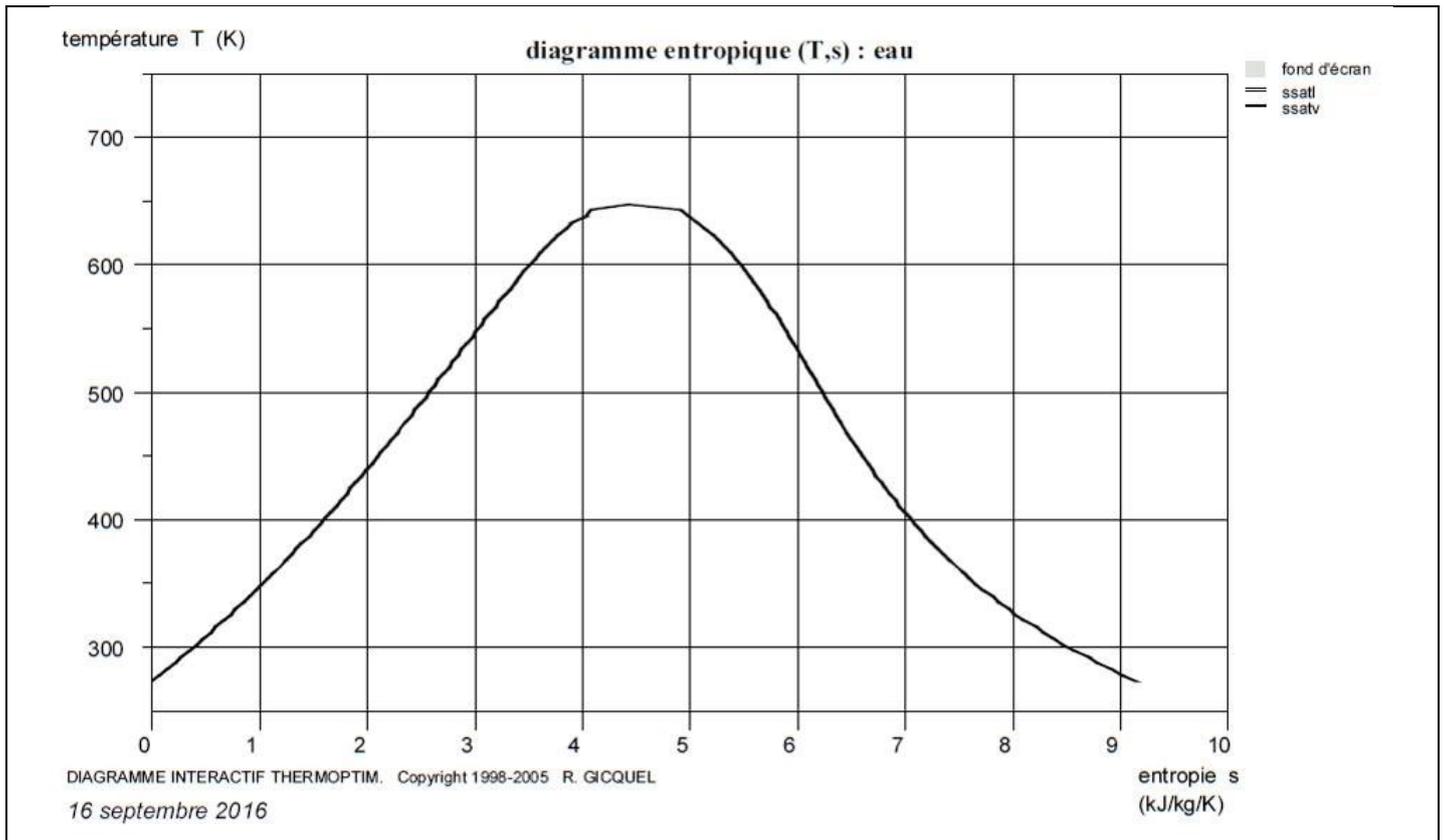
Remarque :

On peut ainsi définir des courbes isotitre : courbes sur lesquelles le titre massique en vapeur reste constant.



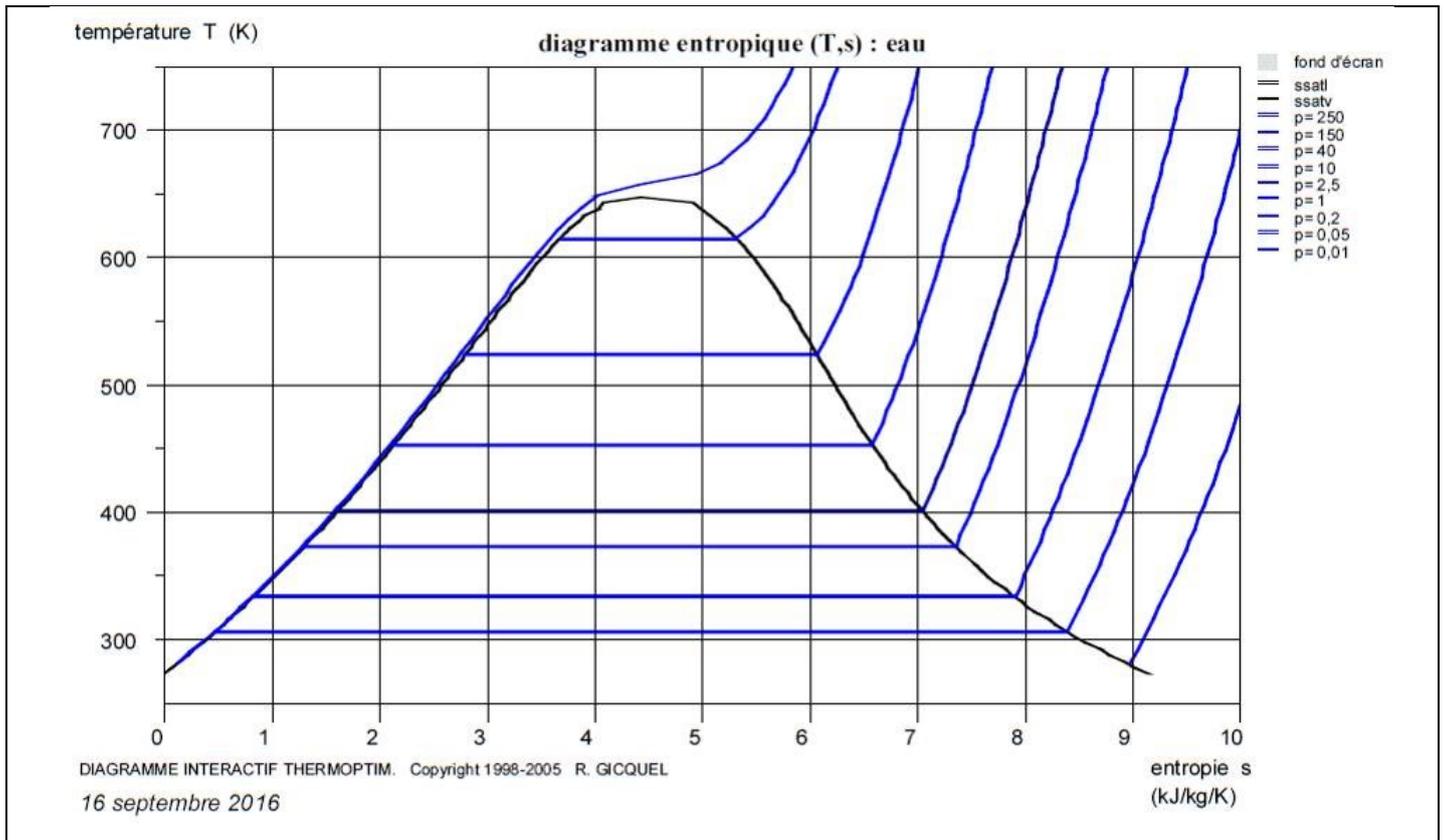
## 4 Diagramme entropique (T,s)

### 4.1 Présentation

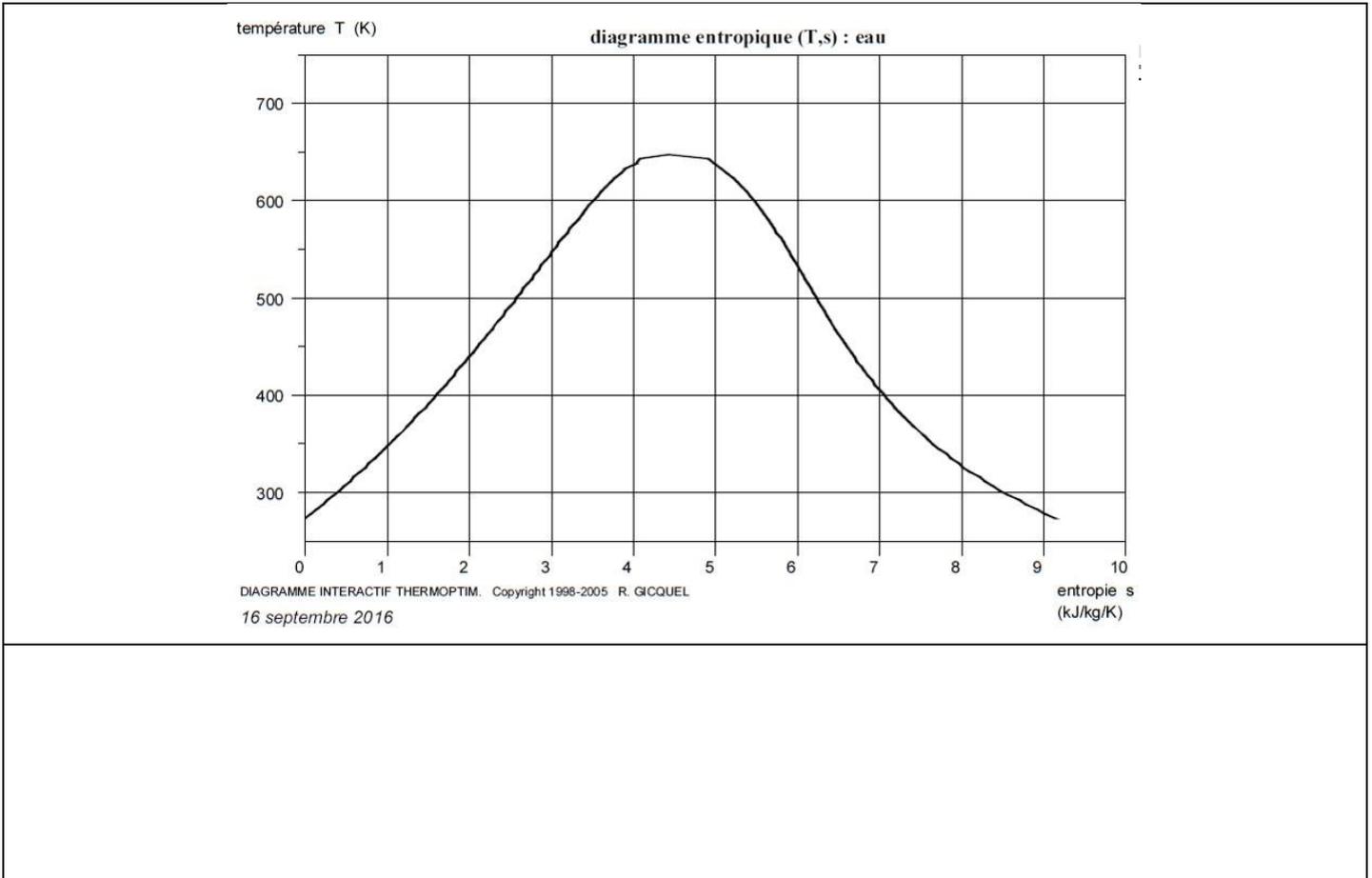


## 4.2 Equations des courbes dans la limite du gaz parfait et du liquide incompressible et indilatable

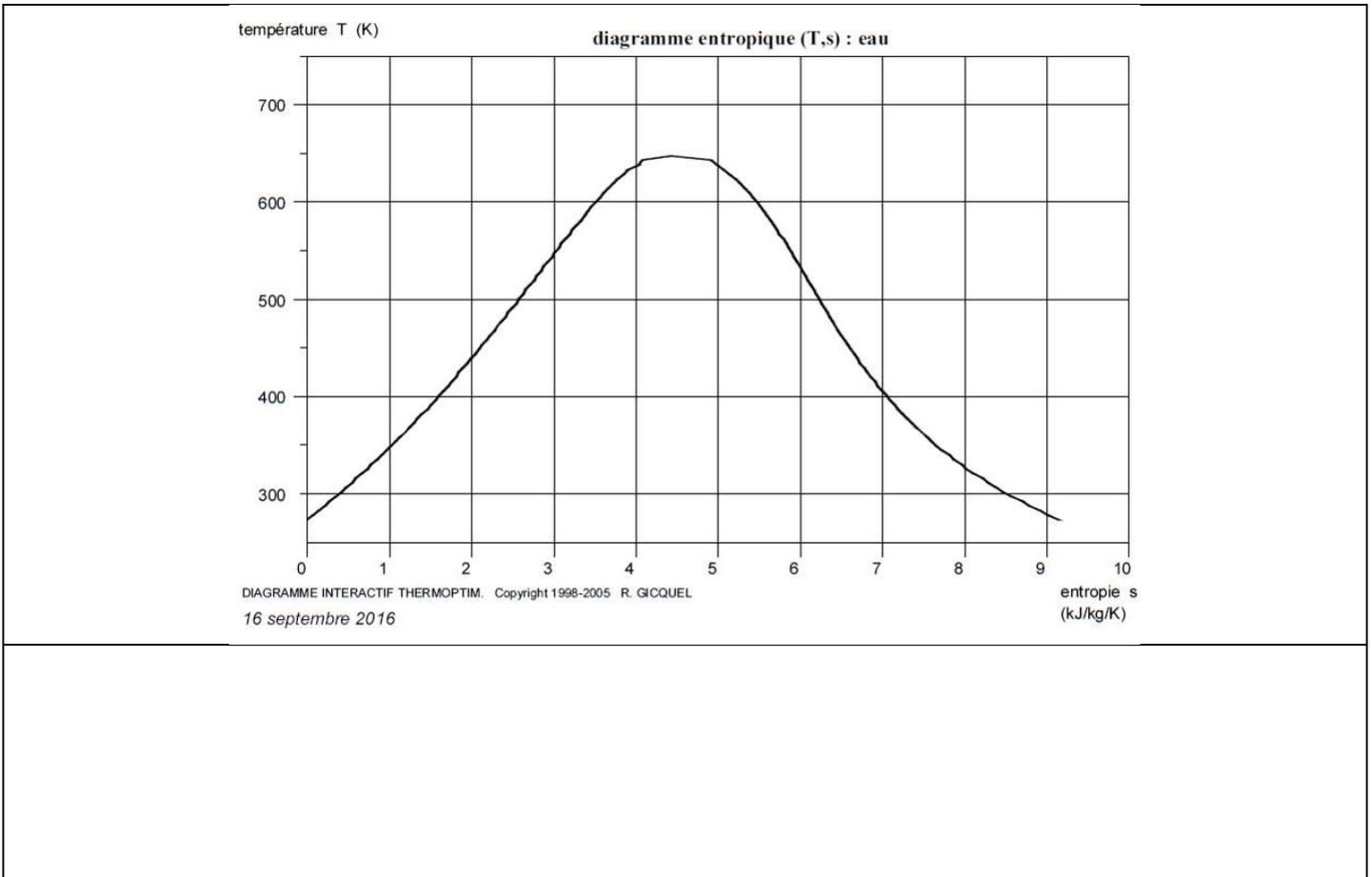
### Isobares :



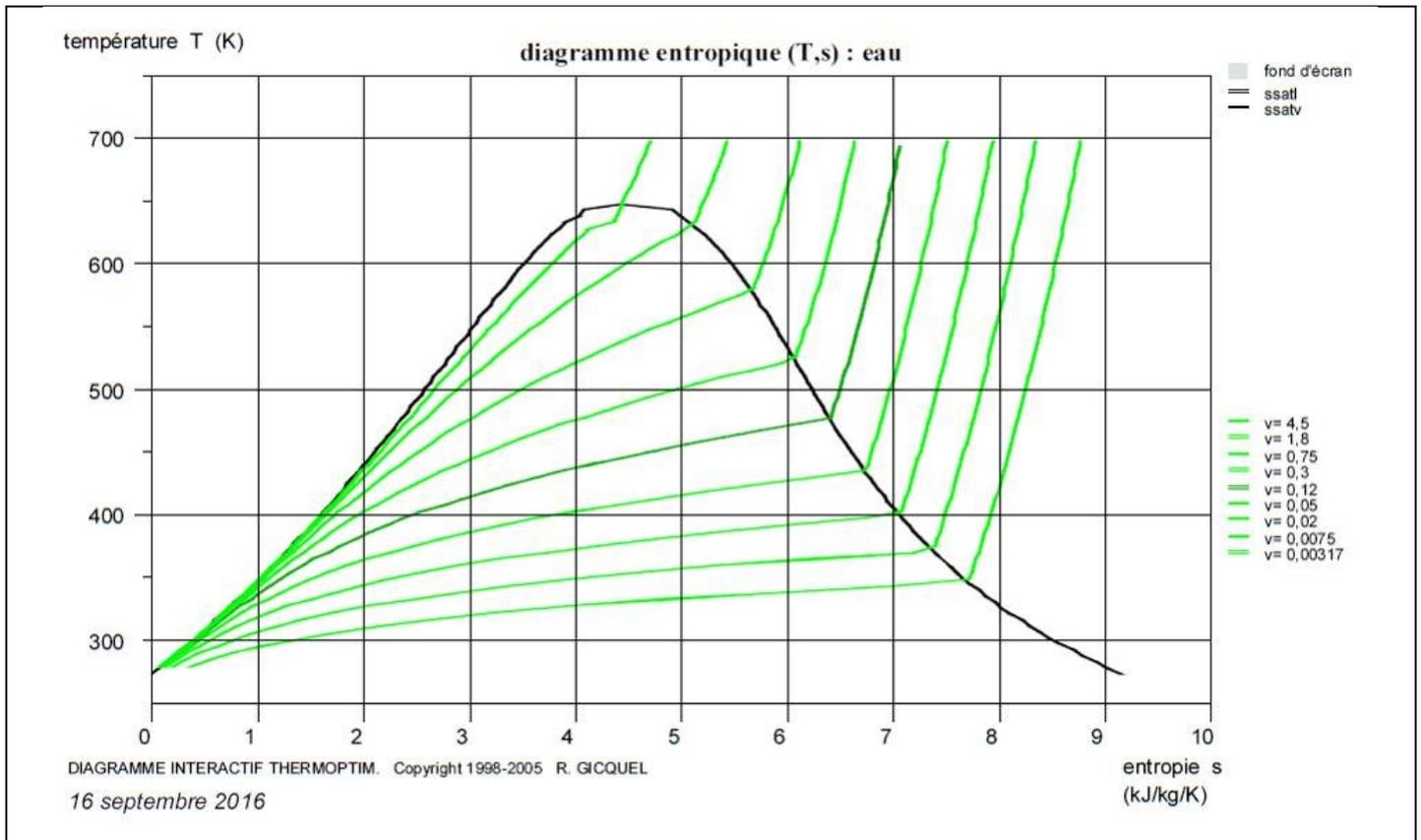
**Isothermes :**



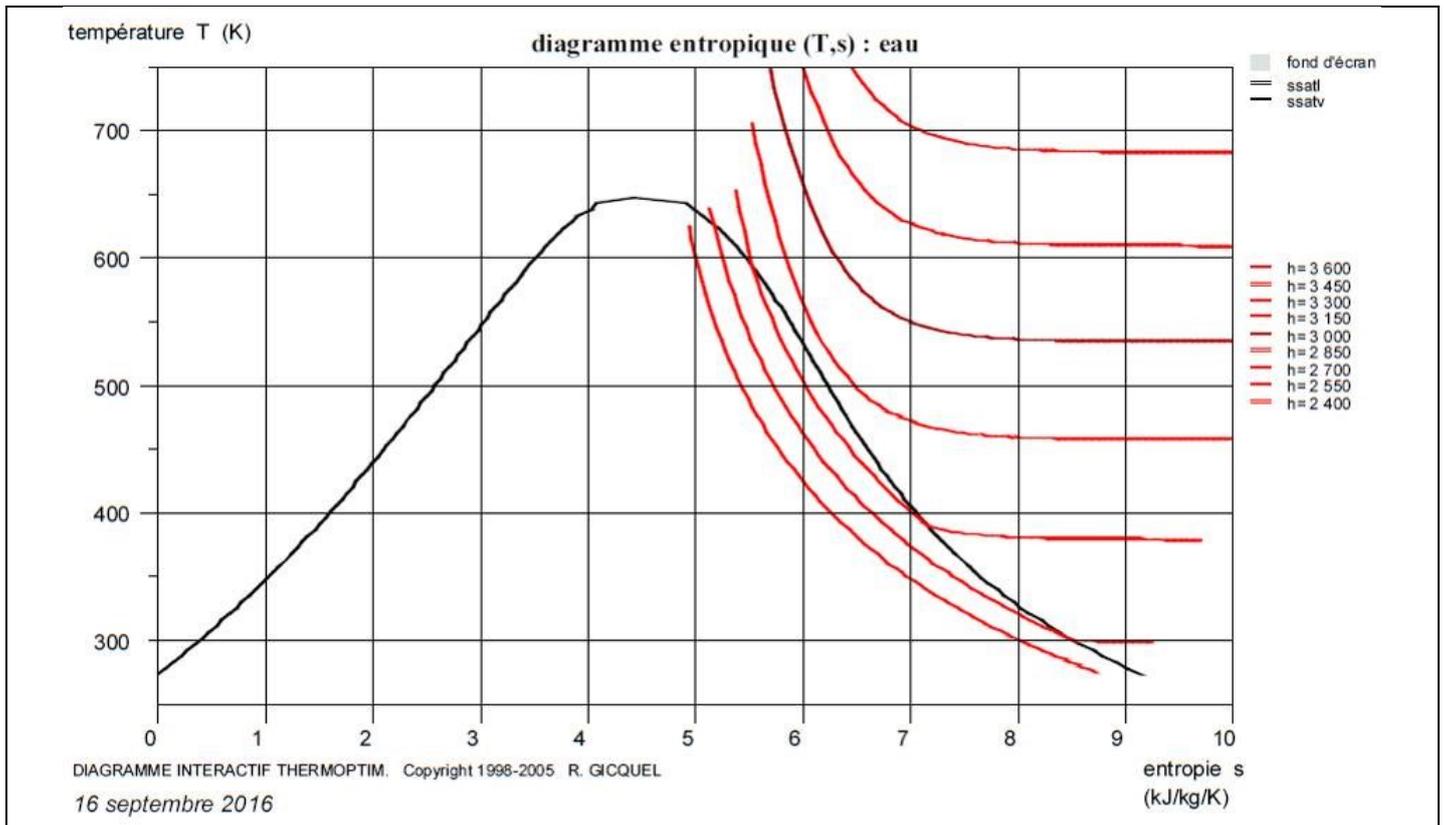
**Iisentropiques :**



**Isochores :**



**Isenthalpes :**



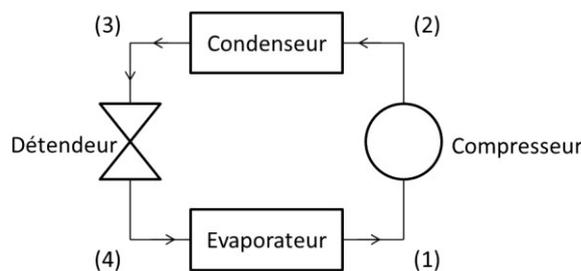


## 5 Applications des diagrammes aux fluides réels : étude d'une machine frigorifique

L'étude des réfrigérateurs sera reprise au chapitre 6 du cours de thermodynamique, mais nous allons nous appuyer sur son étude ici pour utiliser le diagramme entropique d'un fluide réel. Ce fluide est le fluide frigorifique R134a que l'on retrouve dans un réfrigérateur.

Son cycle est composé de la manière suivante :

- de (1) à (2) : le fluide est à l'état de vapeur saturante sèche à la température  $T_1 = -30^\circ\text{C}$ . Il subit une compression adiabatique réversible le menant à la pression  $P_2$ . Cette transformation est donc isentropique et mène à un état de vapeur sèche.
- de (2) à (3) : l'évolution est isobare. Un transfert thermique a lieu entre le fluide et une source chaude. Dans l'état (3), le liquide est saturant à la pression  $P_2$  et à la température  $T_3 = 40^\circ\text{C}$ .
- de (3) à (4) : le fluide subit une détente isenthalpique (adiabatique). L'état (4) ramène à la même pression que l'état (1). On notera  $x_4$  le taux de vapeur correspondant.
- de (4) à (1) : l'évolution est isobare. Un transfert thermique a lieu entre le fluide et la source froide (enceinte réfrigérée).



1) Tracer son cycle dans un diagramme de Clapeyron.

2) Tracer son cycle sur le diagramme entropique fourni (page suivante).

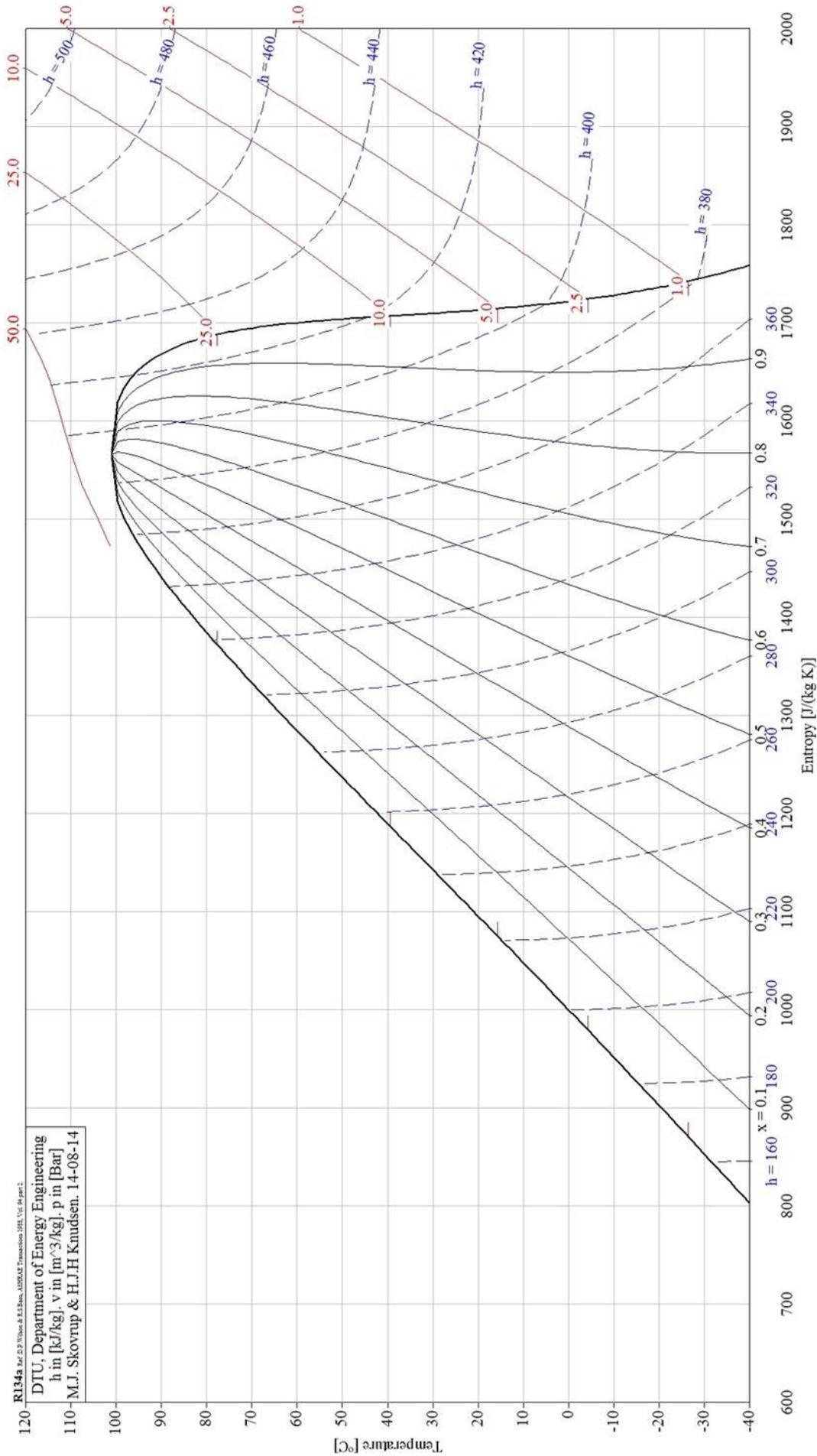
3) Lire sur le diagramme :  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $T_2$ ,  $x_4$ ,  $h_4$ ,  $s_4$

4) Retrouver la valeur de  $x_4$  par une règle des moments

5) On donne la table thermodynamique suivante :

$T [^\circ\text{C}]$	$P [\text{Bar}]$	$h_{\text{gas}} [kJ.kg^{-1}]$	$h_{\text{liq}} [kJ.kg^{-1}]$	$s_{\text{gas}} [kJ.(kg.K)^{-1}]$	$s_{\text{liq}} [kJ.(kg.K)^{-1}]$
-30	0.8	379.31	161,91	1,75	0,85
40	10	418.65	256,16	1,71	1,19

Connaissant  $x_4$ , retrouver la valeur de l'enthalpie massique au point 4.



120 R134a Ref. D.P. Wilson & R.L. Saw, ASHRAE Transactions 1981, Vol. 91, part 2.  
 DTU, Department of Energy Engineering  
 h in [kJ/kg], v in [m³/kg], p in [Bar]  
 110 M.J. Skovrup & H.J.H. Knudsen, 14-08-14

## 6 Questions de cours

- 1) Nommer les différents états physiques d'un corps pur et les transitions de phases associées.
- 2) Donner le diagramme (P,T) d'un corps pur en y faisant apparaître toutes les phases, les points triple et critique.
- 3) la notion d'enthalpie massique de vaporisation. Citer des ordres de grandeur d'enthalpies massiques de vaporisation. Quelles transformations sont associées à des enthalpies massiques de changement d'état positives ?
- 4) Lier l'entropie massique d'évaporation à l'enthalpie massique de vaporisation.
- 5) Définir le titre massique en vapeur.
- 6) Donner et démontrer la règle des moments.
- 7) Représenter un diagramme de Clapeyron avec différentes isothermes et nommer les courbes qui s'y trouvent. Retrouver les équations des courbes isothermes dans la limite du gaz parfait et dans la limite du liquide incompressible et indilatable.
- 8) Représenter un diagramme entropique (T,s) avec différentes isobares et nommer les courbes qui s'y trouvent. Retrouver les équations des courbes isobares dans la limite du gaz parfait et dans la limite du liquide incompressible et indilatable.
- 9) Sur un diagramme de Clapeyron, retrouver les équations des courbes isobares, isochores, isentropiques et isenthalpes dans la limite du gaz parfait et dans la limite du liquide incompressible et indilatable.
- 10) Sur un diagramme entropique (T,s), retrouver les équations des courbes isothermes, isentropiques, isochores et isenthalpes dans la limite du gaz parfait et dans la limite du liquide incompressible et indilatable.

## 7 Questions à choix multiples

En ligne sur la plateforme Moodle accessible via Atrium : section « Thermo / Diagrammes... / Test ».

## 8 Exercices de cours

### 8.1 Energie récupérable lors de la condensation totale d'un fluide

Un fluide sous forme de vapeur change d'état sous pression constante  $P$  d'une température initiale  $T_v$  (température de vaporisation) à une température finale  $T_f$  (température de fusion) pour aboutir sous forme solide.

Les enthalpies massiques de vaporisation et fusion sont respectivement  $l_v$  et  $l_f$ . La capacité thermique massique du corps pur à l'état liquide est notée  $c$ , elle est supposée indépendante de la température et de la pression.

- 1) Détailler les transformations envisagées sous forme de schéma. Comment appelle-t-on la transformation permettant de passer directement de l'état initial à l'état final ?
- 2) Quel est le transfert thermique reçu par l'unité de masse de fluide au cours de cette évolution ? Commenter le signe.
- 3) Faire l'application numérique si le fluide est de l'eau, sous pression  $P = 10^5 \text{ Pa}$ . On adoptera les valeurs  $c \approx 4,2 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et  $l_f = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$

## 9 Exercices Terminale STI2D

### 9.1 Congélateur

Dans un congélateur, on place un bac à glaçons contenant 250 mL d'eau à 15°C.

- Données :
- enthalpie de fusion de la glace à 0°C :  $\Delta H_{\text{fusion}} = 334 \text{ J.g}^{-1}$
  - capacité thermique massique de la glace :  $c_{\text{glace}} = 1,97 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$
  - capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$

- 1) Quelle est l'énergie nécessaire pour transformer cette eau en glace à -18°C ?
- 2) Si le congélateur a une puissance de 500W, combien de temps faudra-t-il pour amener l'eau de 15°C à -18°C ?

### 9.2 Refroidissement d'une centrale nucléaire

Dans une centrale nucléaire, il est nécessaire de refroidir l'eau du circuit secondaire afin d'évacuer la part d'énergie thermique qui n'a pas été transformée en énergie thermique qui n'a pas été transformée en énergie mécanique puis électrique. Pour cela, on prélève l'eau de la mer, des rivières ou des fleuves.

La température de la vapeur d'eau dans le circuit secondaire est de 130°C. Cette température est abaissée à 60°C.

On souhaite calculer la masse  $m$  d'eau nécessaire pour refroidir 1kg de vapeur d'eau sachant que l'eau prélevée est à 13°C.

- Données :
- enthalpie de vaporisation de l'eau :  $\Delta H_{\text{vap}} = 2260 \text{ kJ.kg}^{-1}$
  - capacité thermique massique de la vapeur d'eau :  $c_{\text{vap}} = 2090 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
  - capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_{\text{eau}} = 4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

- 1) Calculer l'énergie nécessaire pour abaisser la température d'un kilogramme d'eau vapeur de 130°C à 60°C.
- 2) Exprimer l'énergie reçue par l'eau de la rivière en fonction de  $m$ .
- 3) En déduire la masse  $m$  d'eau.

## 10 Exercices type écrit (à faire en DM pour le 30/09/2019)

### 10.1 Extrait CCP TSI 2012

#### Deuxième partie : propulsion du sous-marin

Les systèmes de propulsion doivent répondre à quelques grandes exigences, en particulier être silencieux pour ne pas être repérés et fonctionner de manière anaérobie, c'est-à-dire sans utiliser d'air, vu qu'en immersion totale le milieu extérieur est l'eau et non l'air.

La propulsion nucléaire est un type de propulsion largement utilisée dans les sous-marins militaires à l'heure actuelle.

Les *AIP* (Air Independent Propulsion) représentent une autre classe de propulsion fonctionnant de manière classique, sans apport d'air et permettant de s'affranchir du danger nucléaire. Parmi ces *AIP*, nous nous intéresserons au moteur Stirling.

Les questions 3/ et 4/ sont indépendantes.

#### 3/ Propulsion nucléaire

Un réacteur nucléaire fournit de l'énergie grâce à la fission nucléaire de combustible tel que l'uranium (circuit primaire). Cette énergie permet de vaporiser de l'eau entraînant une turbine couplée à un alternateur (figure 3 page suivante). Celui-ci produit de l'électricité pour alimenter un moteur électrique faisant tourner l'hélice du sous-marin.

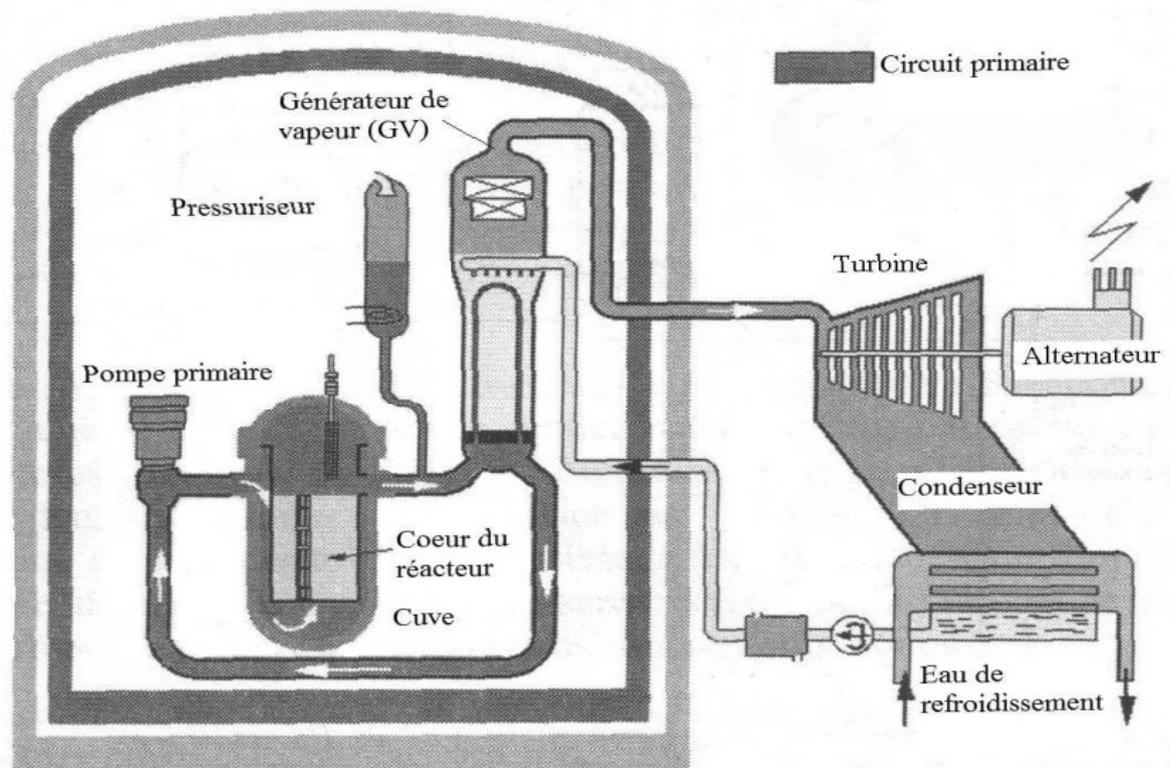


Figure 3 : moteur à propulsion nucléaire

Nous nous intéresserons ici uniquement au circuit secondaire représenté schématiquement ci-dessous (figure 4) :

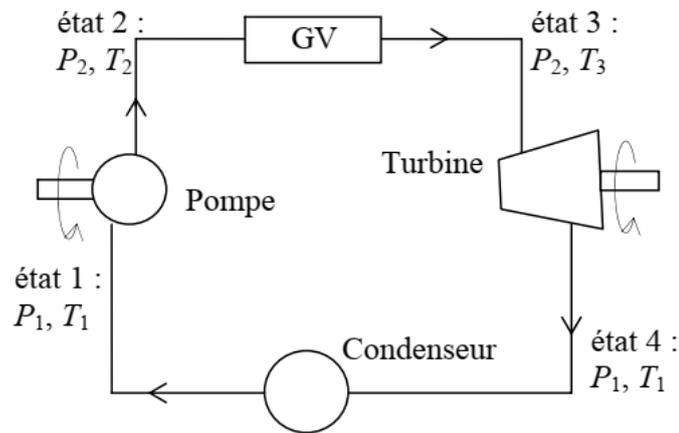


Figure 4 : circuit secondaire

L'eau entre dans la pompe sous forme de liquide saturé (état 1), puis est comprimée de façon isentropique (adiabatique réversible) à la pression qui règne dans le générateur de vapeur (GV). En entrant dans le GV, l'eau se trouve sous forme de liquide comprimé à la pression  $P_2$  (état 2). Elle en ressort sous forme de vapeur (état 3) à la même pression  $P_2$  puis pénètre dans la turbine où elle se détend de façon isentropique (adiabatique réversible) en entraînant l'arbre de l'alternateur. A la sortie de la turbine (état 4), l'eau est diphasée. Ce mélange liquide-vapeur est alors liquéfié à pression constante dans le condenseur et en sort dans l'état 1.

**3.1/** Les quatre composants de ce cycle (dit cycle de Rankine), soit la pompe, le GV, la turbine et le condenseur, fonctionnent avec un écoulement en régime permanent.

L'objectif des questions qui suivent est d'établir l'expression du premier principe dans ce cas. Pour cela, on considère un composant (C) et on définit le système fermé  $\Sigma_f$  de la façon suivante (figure 5) :

- à l'instant  $t$ ,  $\Sigma_f$  est constitué du fluide contenu dans (C) et de la masse  $dm_e$  de fluide entrant dans (C) entre  $t$  et  $t + dt$
- à l'instant  $t + dt$ ,  $\Sigma_f$  est constitué du fluide contenu dans (C) et de la masse  $dm_s$  de fluide sortant de (C) entre  $t$  et  $t + dt$ .



Figure 5 : système fermé  $\Sigma_f$



Justifier très précisément l'égalité  $dm_e = dm_s$ . On notera  $dm$  cette quantité.

Établir l'écriture suivante du premier principe :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = q + w_i$$

A utiliser en question 3.6

Dans cette formule, la notation  $\Delta$  désigne la variation de la grandeur physique entre l'entrée et la sortie du composant,  $q$  représente le transfert thermique massique reçu par le fluide dans ce composant et  $w_i$  le travail massique indiqué reçu par le fluide de la part des parties mobiles du composant. Les grandeurs  $h$ ,  $e_c$  et  $e_p$  sont respectivement l'enthalpie massique, l'énergie cinétique massique et l'énergie potentielle massique du fluide.

Dans la suite, on négligera les variations de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle. De plus, le travail massique indiqué n'intervient ni dans le GV ni dans le condenseur et les évolutions au sein de la pompe et de la turbine sont adiabatiques.

**3.2/** On utilise le diagramme entropique de l'eau dans lequel la température est placée en ordonnée et l'entropie massique en abscisse (figure 6).

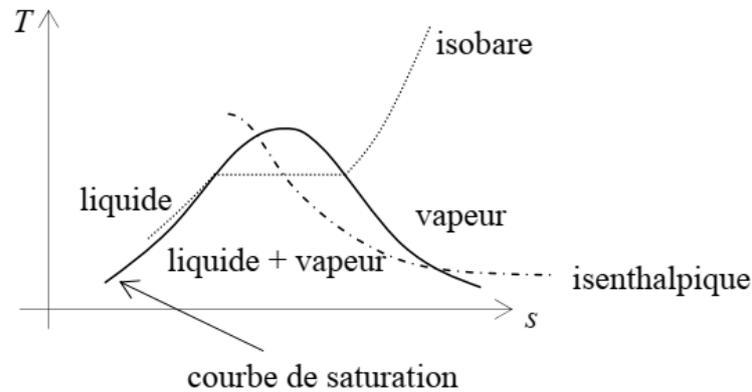


Figure 6 : diagramme entropique

Dans ce diagramme, quelle est l'allure de la courbe représentative d'une évolution isentropique ?

**3.3/** On donne  $P_2 = 50 \cdot 10^5$  Pa,  $P_1 = 10^5$  Pa et  $T_3 = 773$  K ( $500$  °C). Les points 1 et 2 figurent déjà sur le diagramme  $(T, s)$  de l'eau fourni dans le document réponse 1. Sur ce même diagramme placer les points 3 et 4 correspondant aux états 3 et 4 du fluide ainsi que le cycle de Rankine décrit par le fluide. On rappelle que le document réponse 1 doit être joint à la copie.

**3.4/** A l'aide du diagramme  $(T, s)$  fourni dans le document réponse 1, donner les valeurs numériques de  $T_1$ ,  $h_3$ ,  $h_4$ ,  $s_4$ ,  $s_v(T_1)$  entropie massique de la vapeur juste saturante à  $T_1$ , et  $s_l(T_1)$  entropie massique du liquide juste saturé à  $T_1$ .

**3.5/** Dédurre de la question précédente la valeur numérique du titre en vapeur  $x_4$  à la sortie de la turbine. On exprimera pour cela  $s_4$  en fonction de  $x_4$ ,  $s_v(T_1)$  et  $s_l(T_1)$ .

**3.6/** On donne  $h_1 = 440$  kJ.kg<sup>-1</sup> et  $h_2 = 475$  kJ.kg<sup>-1</sup>. A l'aide de la question **3.1.2/**, déterminer les expressions et les valeurs numériques de  $q_{cond}$  et  $q_{GV}$ , les transferts thermiques massiques reçus par le fluide, respectivement dans le condenseur et dans le GV. Déterminer également les expressions et les valeurs numériques des travaux massiques indiqués dans la pompe et la turbine, respectivement  $w_{pompe}$  et  $w_{turb}$ .

**3.7/** Une fraction du travail produit par la turbine sert à entraîner la pompe. En déduire le travail massique indiqué  $w_{alt}$  récupérable au niveau de l'alternateur. Donner sa valeur numérique.

**3.8/** Définir et calculer numériquement le rendement du cycle de Rankine  $\eta$ .

#### 4/ Moteur Stirling

Le moteur Stirling a été développé au XIX<sup>e</sup> siècle et a rapidement été délaissé au profit des moteurs à combustion interne (à essence et diesel) ; il pourrait cependant connaître un essor significatif dans le futur compte-tenu, entre autres, des avantages qu'il présente en matière de protection de l'environnement. Par exemple, le sous-marin civil SAGA développé dans les années 80 et destiné à l'industrie pétrolière offshore est équipé d'un moteur Stirling.

La structure du moteur est représentée sur la figure 7.

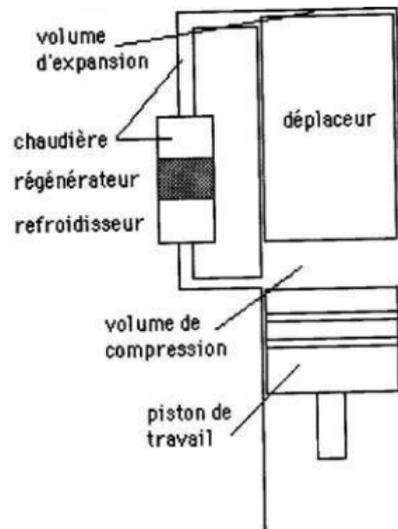


Figure 7 : schéma d'un moteur Stirling

Dans une enceinte principale, peuvent se mouvoir d'une part un piston de travail et d'autre part un déplaceur, dont le rôle est de transvaser le fluide de travail depuis le volume de compression (zone froide) vers le volume d'expansion (zone chaude) et réciproquement ; lors du transvasement, le fluide parcourt dans un sens ou dans l'autre la chaudière à la température  $T_3$ , le régénérateur et le refroidisseur à la température  $T_1$ .

Le fluide de travail décrit le cycle constitué des 4 phases suivantes (figure 8) :

- pendant la phase de compression 1 - 2, le déplaceur se trouve en position haute et le fluide, entièrement situé dans la zone froide, est comprimé par le piston de travail dans sa course vers le haut.

- Au point 2, le piston est au point mort haut et le déplaceur est ramené en position basse, ce qui a pour effet de transvaser le fluide comprimé, qui passe pendant la phase 2 - 3 de la zone froide vers la zone chaude, commençant par se réchauffer dans le régénérateur puis recevant un transfert thermique de la chaudière.

- Pendant la phase de détente 3 - 4, le fluide se détend dans le volume d'expansion où il continue d'être chauffé par les tubes de la chaudière. Cette détente a pour effet de repousser le déplaceur et le piston de travail vers le bas.

- Pendant la phase 4 - 1, après que le piston ait atteint le point mort bas, le déplaceur est ramené en position haute, ce qui a pour effet de transvaser le fluide de la zone chaude (volume d'expansion) vers la zone froide (volume de compression). Au cours de ce transfert, le fluide commence par céder un transfert thermique au régénérateur, puis il est refroidi par le refroidisseur.

En pratique, le régénérateur est un échangeur de chaleur : il reçoit un transfert thermique du gaz chaud dans un sens de circulation, qu'il restitue dans l'autre sens, lorsque le gaz est froid.

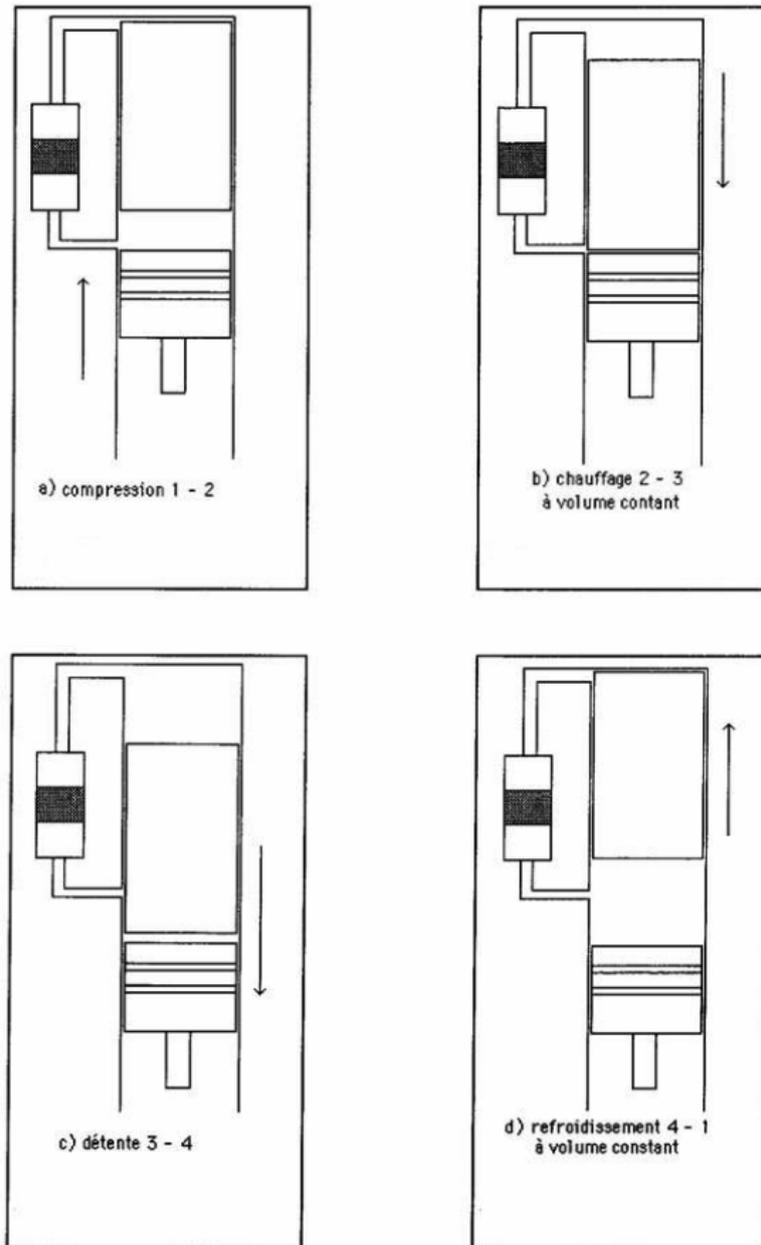


Figure 8 : cycle du moteur Stirling

Nous étudierons le cycle de Stirling idéal ; au cours de celui-ci,  $n$  mol de gaz parfait de rapport

$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$  subissent les évolutions suivantes :

- compression 1 - 2 isotherme réversible à la température  $T_1 = 300$  K,
- échauffement 2 - 3 isochore jusqu'à l'état 3 de température  $T_3 = 600$  K,
- détente 3 - 4 isotherme réversible à la température  $T_3$ ,
- refroidissement 4 - 1 isochore jusqu'à l'état 1.

Il n'y a pas de travail autre que celui des forces de pression. On rappelle que  $C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$ .

4.1/ Représenter l'allure du cycle dans le diagramme  $(P, V)$ . Comment peut-on savoir, sans calcul, si le cycle proposé est celui d'un moteur ou d'un récepteur ?

**4.2/** Exprimer le travail reçu par le fluide au cours de la compression  $W_{12}$  en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $T_1$  et du rapport de compression  $\rho = \frac{V_1}{V_2}$ . En déduire le transfert thermique  $Q_{12}$  reçu par le fluide au cours de cette compression en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $T_1$  et  $\rho$ . Préciser les signes de  $W_{12}$  et  $Q_{12}$ .

**4.3/** Exprimer le transfert thermique  $Q_{23}$  reçu par le fluide au cours de l'échauffement en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $T_1$ ,  $T_3$  et  $\gamma$ . Préciser son signe.

**4.4/** Exprimer le travail reçu par le fluide au cours de la détente  $W_{34}$  en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $T_3$  et  $\rho$ . En déduire le transfert thermique  $Q_{34}$  reçu par le fluide au cours de cette détente en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $T_3$  et  $\rho$ . Préciser les signes de  $W_{34}$  et  $Q_{34}$ .

**4.5/** Exprimer le transfert thermique  $Q_{41}$  reçu par le fluide au cours du refroidissement en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $T_1$ ,  $T_3$  et  $\gamma$ . Préciser son signe.

**4.6/** Le régénérateur étant idéal, on a  $Q_{23} + Q_{41} = 0$ . Quelle est alors, sur le plan énergétique, la grandeur coûteuse (pour l'utilisateur) de ce système sur un cycle ?

La grandeur énergétique utile est le travail fourni par le fluide sur le cycle. En déduire l'expression du rendement  $\eta'$  en fonction de  $T_1$  et  $T_3$ . Commenter puis faire l'application numérique.

## 11 Exercices type oral

### 11.1 Mélange eau-glace

On mélange sous  $P=1\text{bar}$  une masse  $m_1$  d'eau liquide à  $T_1=300\text{K}$  et une masse  $m_2$  de glace à  $T_2=270\text{K}$ . La température de changement d'état sous cette pression est  $T_f=273\text{K}$ , avec une enthalpie de fusion  $l_f=334\text{kJ.kg}^{-1}$ . Les capacités thermiques massiques de l'eau liquide et de la glace sont respectivement  $c_1=4,2.10^3\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et  $c_2=2,1.10^3\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

On suppose que le récipient dans lequel évolue le système est calorifugé : on considère la transformation adiabatique et isobare.

- 1) A partir de quelle valeur du rapport  $m_1/m_2$ , l'eau est-elle intégralement liquide dans l'état final à la température  $T_f$  ?
- 2) Même question pour un état solide.
- 3) Entre les deux valeurs trouvées précédemment, quel est l'état du système à l'équilibre ?

### 11.2 Détermination de l'état du fluide

A la sortie d'une turbine, sous  $P=20\text{bar}$ , un fluide a été récupéré. L'équilibre liquide-vapeur a lieu à  $T_e$ . Son enthalpie massique est notée  $h$ . Les tables de vapeur fournissent les renseignements suivants :

Pression	Température	Enthalpie massique du liquide saturant	Enthalpie massique de la vapeur saturante sèche
$P=20\text{bar}$	$T_e=485\text{K}$	$h_l(T_e)=909\text{kJ.kg}^{-1}$	$h_v(T_e)=2801\text{kJ.kg}^{-1}$

Déterminer l'état du fluide si  $h=2000\text{kJ.kg}^{-1}$ . Quelle est alors la température ?

### 11.3 Détermination de l'état d'une vapeur

On considère un extrait d'une table thermodynamique d'un fluide très utilisé dans les installations domestiques.

Pression	Température	Enthalpie massique du liquide saturant	Enthalpie massique de la vapeur saturante sèche
$5\text{bar}$	$T_1=273\text{K}$	$h_l(T_1)=200\text{kJ.kg}^{-1}$	$h_v(T_1)=405\text{kJ.kg}^{-1}$
$13\text{bar}$	$T_2=307\text{K}$	$h_l(T_2)=242\text{kJ.kg}^{-1}$	$h_v(T_2)=416\text{kJ.kg}^{-1}$

- 1) Quelles sont l'enthalpie et l'entropie massiques de vaporisation de ce fluide à  $0^\circ\text{C}$  ?
- 2) Préciser la température et l'enthalpie massique d'un mélange liquide-vapeur de titre massique égal à 30%, sous une pression de 13 bar.
- 3) Une évolution isenthalpique fait passer une quantité fixée de fluide, de la pression 13 bar à la pression 5 bar. L'état initial est liquide saturant. Déterminer la température et la composition du fluide après évolution.
- 4) Lorsque les pressions dans l'état initial et dans l'état final sont les mêmes que précédemment, mais à partir d'un état initial de vapeur saturante sèche, l'état final est-il un mélange liquide-vapeur ? Peut-on en préciser la température à l'aide des données fournies ?

### 11.4 Machine à vapeur : cycle de Rankine

Dans une machine à vapeur, l'eau décrit un cycle de Rankine :

- AB : l'eau liquide ( $P_1, T_1$ ) à saturation est comprimée de façon isentropique dans une pompe jusqu'à la pression  $P_2$  de la chaudière. Cette transformation se fait pratiquement sans variation de volume. On raisonne sur l'unité de masse.
- BD et DE : l'eau liquide est injectée dans la chaudière, s'y réchauffe jusqu'à  $T_2$  (BD) et s'y vaporise (DE) à la pression  $P_2$ .
- EF : la vapeur est admise dans le cylindre ( $T_2, P_2$ ) et on effectue une détente isentropique jusqu'à la température initiale  $T_1$  : on obtient un mélange liquide-vapeur de titre massique  $x$  en vapeur.

- FA : le piston par son retour chasse le mélange dans le condenseur où il se liquéfie totalement.

1) Donner l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron en faisant figurer les deux isothermes  $T_1$  et  $T_2$ . On justifiera que la température de B est très voisine de celle de A.

2) Exprimer le rendement de ce moteur thermique uniquement en termes enthalpiques :  $\rho = f(H_A, H_B, H_E, H_F)$ .

3) Donner l'allure du cycle en diagramme entropique (T,s) fourni (page suivante).

4) A partir de données expérimentales, calculer le rendement du cycle.

Données :

$P(\text{bar})$	$T(^{\circ}\text{C})$	Liquide		Vapeur	
		$s_l (\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	$h_l (\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	$s_v (\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	$h_v (\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$
$P_1 = 0,2$	$T_1 = 60$	0,83	251	7,9	2608
$P_2 = 12$	$T_2 = 188$	2,2	798	6,52	2783

## 11.5 Machine à vapeur

Dans un cycle de machine à vapeur, la phase motrice est une détente de la vapeur d'eau dans un cylindre fermé par un piston mobile.

Cette détente est suffisamment rapide pour que les transferts thermiques puissent être négligés. On supposera également cette détente réversible.

Cette détente a lieu à partir de vapeur saturante sèche à  $T_1 = 485\text{K}$  et on obtient un mélange liquide-vapeur à  $T_2 = 373\text{K}$ . les enthalpies de vaporisations sont  $l_1 = 1892 \text{ kJ/kg}$  à  $T_1$  et  $l_2 = 2258 \text{ kJ/kg}$  à  $T_2$ . On donne la capacité thermique de l'eau liquide :  $c = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ .

Calculer le titre en vapeur final. On pourra s'aider d'une représentation de la détente dans un diagramme entropique.

## 11.6 Extrait Centrale TSI 2016

En régime permanent d'écoulement, le fluide R134a subit les transformations suivantes (on peut se reporter à la figure 5)

- $1 \rightarrow 2$  : le fluide à l'état gazeux sous la pression  $P_b$  est comprimé dans un compresseur à piston. Il ressort à la pression  $P_h$ . On considère que cette compression est isentropique ;
- $2 \rightarrow 3$  : le gaz se refroidit de façon isobare jusqu'au condenseur (seau de droite contenant une masse d'eau  $m_e$ ). On parle de désurchauffe. Au point 3 le gaz est assimilé à de la vapeur saturante sèche ;
- $3 \rightarrow 3'$  : le gaz se condense au contact thermique de l'eau du condenseur (seau de droite) jusqu'au liquide saturé ;
- $3' \rightarrow 4$  : dans le tuyau de cuivre, le liquide se refroidit de façon isobare jusqu'au détendeur. On parle de sous-refroidissement ;
- $4 \rightarrow 5$  : le liquide subit une détente dans le détendeur ; il commence à se vaporiser ; la pression de sortie est  $P_b$  (manomètre de gauche). Cette détente peut être considérée comme adiabatique ;
- $5 \rightarrow 6$  : le fluide poursuit sa vaporisation à la pression  $P_h$  notamment dans le serpentin évaporateur baignant dans de l'eau (seau de gauche contenant une masse d'eau  $m_e$ ) ;
- $6 \rightarrow 1$  : dans le tuyau de cuivre, le gaz se réchauffe de façon isobare jusqu'à l'entrée du compresseur. On parle de surchauffe. Elle permet de s'assurer qu'aucune goutte de liquide ne pénètre dans le compresseur.

On obtient le tableau 2.

	1	2	3	3'	4	5	6
$P$ (bar)	2,9	6,8	6,8	6,8	6,8	2,9	2,9
$\theta$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	12	44	26	26	19	0	0
$T$ (K)	285	317	299	299	292	273	273
$x$	vapeur sèche	vapeur sèche	1	0	Liquide	$x_5$	1
$v$ ( $\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}$ )	0,073	0,033	0,030	$8,3 \times 10^{-4}$	$8,1 \times 10^{-4}$	0,012	0,070
$h$ ( $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ )	408	430	412	233	226	$h_5$	396
$s$ ( $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ )	1,76	$s_2$	1,72	1,13	1,09	1,08	1,72

Tableau 2

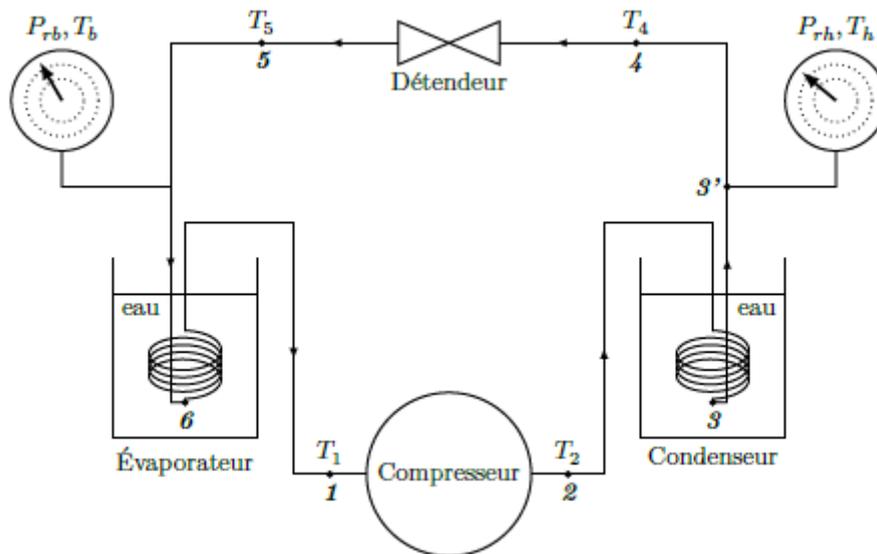


Figure 5 Schéma d'ensemble de la pompe à chaleur

### II.B – Diagramme enthalpique

On considère le diagramme enthalpique (ou diagramme des frigoristes) fourni sur le document réponse. Sur ce diagramme, on peut identifier la courbe de saturation composée de la courbe d'ébullition (liquide saturé,  $x = 0$ , courbe de gauche) et de la courbe de rosée (vapeur saturante sèche,  $x = 1$ , courbe de droite). On peut également identifier les isotitres, les isothermes, les isentropiques et les isochores.

II.B.1) Commenter l'allure des isothermes dans chaque domaine (vapeur sèche, état diphasé, phase liquide).

II.B.2) Placer les points 1, 2, 3, 3', 4, 5 et 6 sur le diagramme des frigoristes et tracer le cycle parcouru par le fluide.

II.B.3)

a) Lors du changement d'état  $A \rightarrow B$  d'un corps pur à la température  $T$ , quelle relation a-t-on entre  $\Delta s_{AB}(T)$  et  $\Delta h_{AB}(T)$  ?

b) Vérifier numériquement cette relation pour  $T = 299 \text{ K}$ .

c) Déterminer graphiquement la valeur de l'enthalpie massique de vaporisation du fluide R134a pour  $T = 273 \text{ K}$ . Commenter l'ordre de grandeur en comparant à des ordres de grandeur connus.

II.B.4) Déterminer la valeur de la fraction massique  $x = m_g/m$  au point 5.

Annexe 1. Diagramme enthalpique du R134A (A rendre avec la copie)





Diagramme T- S de l'eau

