# Propagation

## Extrait du programme de TSI1

Dans la partie **1** consacrée à la propagation, il est indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale et sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation physique des signaux qui se propagent et leurs représentations spatiales et temporelles, sans qu'aucune référence soit faite ici à une expression mathématique du signal.

| Notions et contenus | Capacités exigibles |
|---|---|
| 1. **Propagation d'un signal** | |
| Exemples de signaux, spectre. | Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.<br>Connaître quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques. |
| Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel. | Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants. |
| Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle. | Etablir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité<br>**Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.** |

## Extrait du programme de TSI2

La partie **5**, articulée autour de la propagation des ondes électromagnétiques, est l'occasion d'illustrer l'efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent.

La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires et de découvrir des savoir-faire spécifiques permettant leur étude. La notion de densité de courant surfacique est introduite mais son calcul ne relève pas du programme.

| Notions et contenus | Capacités exigibles |
|---|---|
| 5. **Propagation** | |
| Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques. | Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension.<br>Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant. |
| Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement. | Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique.<br>Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications. |
| Exemple d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs. | Reconnaître l'expression d'une onde plane polarisée rectilignement.<br>**Mettre en évidence une polarisation rectiligne.** |
| Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire. | Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait.<br>Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies.<br>Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface.<br>Reconnaître et caractériser une onde stationnaire. |
| Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire. | **Mettre en oeuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.** |

## Formation expérimentale

| Nature et méthodes | Capacités exigibles |
|---|---|
| 4. **Électricité** | |
| Onde électromagnétique | Mettre en oeuvre un détecteur dans le domaine des ondes centimétriques. |

# Sommaire

# 1 Equation de propagation du champ électromagnétique

Dans le vide, en absence de charges et courants, on peut simplifier les équations de Maxwell tel que :

**1)** A partir des équations de Maxwell, montrer qu'il est possible de relier les dérivées temporelles du champ électriques à ses dérivées spatiales. On pourra utiliser l'identité vectorielle suivante :

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{a})\right) = \overrightarrow{grad}\left(div(\vec{a})\right) - \vec{\Delta}(\vec{a})$$

**2)** Faire de même pour le champ magnétique.

<u>Propriété</u> :
Dans le vide, dans une région sans charges ni courants, les champs électrique et magnétique satisfont la même équation de propagation ou équation d'onde, appelée **équation de d'Alembert** :

**3)** Montrer que $\mu_0\varepsilon_0$ est homogène à l'inverse d'une vitesse au carré.

<u>Remarque</u> :
La grandeur $\mu_0\varepsilon_0$ est homogène à l'inverse d'une vitesse au carré. On l'appelle la **célérité** de l'onde ou la **vitesse de propagation** de l'onde. Dans le vide, elle est égale à :

L'onde électromagnétique se propage donc dans le vide à la vitesse de la lumière. On retiendra :

<u>Remarque</u> :
Cette équation intervient souvent en physique : en électromagnétisme, en mécanique (cordes vibrantes), en acoustique (ondes sonores), en mécanique des fluides (phénomènes de houle), en électricité (lignes électriques), en thermodynamique (transferts de chaleurs), …

# 2 Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant

## 2.1 Résolution générale d'une équation d'onde scalaire à une dimension

On suppose dans un premier temps que le champ électrique se propage à la vitesse de propagation $v$ et peut se mettre sous la forme suivante : $\vec{E}(M,t) = s(M,t)\vec{u}$

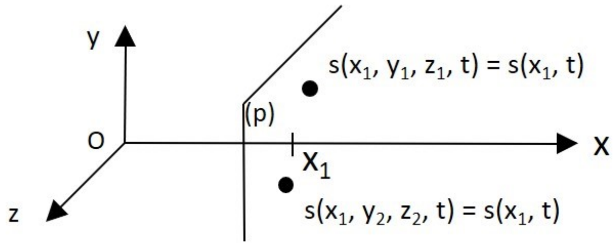
**1)** Ecrire l'équation d'onde à laquelle satisfait $s(M,t)$.

### 2.1.1 Onde plane progressive (OPP)

Définition :
On dit qu'une onde est **plane** si, à chaque instant, la fonction $s(x,y,z,t)$ a la même valeur en tout point d'un plan perpendiculaire à une direction fixe définie par un vecteur unitaire $\vec{n}$ et appelée **direction de propagation**.

Exemple :

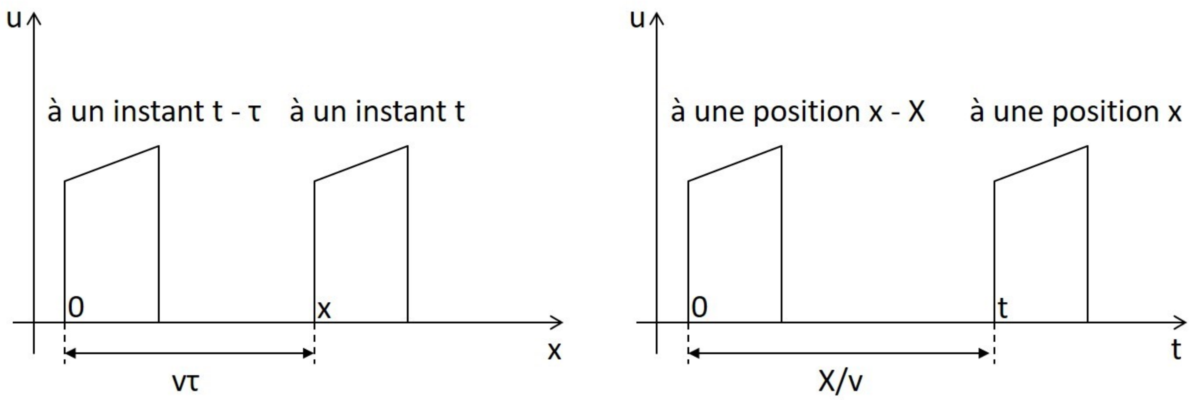
En coordonnées cartésiennes, la fonction $s(x,y,z,t)$ décrit une onde plane si, par exemple, elle se propage selon $x$ et est indépendante de $y$ et $z$. Elle ne dépend donc que d'une coordonnée, $x$ et du temps, $t$ : soit $s(x,t)$




Remarque :
Dans le cas d'une propagation unidimensionnelle, l'onde est forcément plane : cas des ondes étudiées en TSI1.

Définition :
L'onde plane est de plus **progressive** quand le signal se propage dans un sens déterminé.

Exemple :
En coordonnées cartésiennes, l'onde plane précédente est progressive si elle se propage selon les $x$ croissants ou les $x$ décroissants. Supposons qu'elle se propage à la vitesse constante, $v$, selon les $x$ croissants.




La durée de propagation entre 0 et $x$ est de $t_r$ : $s(x,t) = s(0,t-t_r) = s\left(0,t-\frac{x}{v}\right)$

$t_r = \frac{x}{v}$ représente le retard temporel.

Ou bien entre 0 et $t$ , l'onde se propage de $x - X$ à $x$ : $s(x,t) = s(x-X,0) = s(x-vt,0)$

Si le signal se propage suivant les $x$ croissants à la vitesse constante $v$, la variable est $x - vt$ ou $t - \frac{x}{v}$.

Remarque :
Si le signal se propage suivant les $x$ décroissants à la vitesse constante $v$, la variable devient $x + vt$ ou $t + \frac{x}{v}$.

### 2.1.2 Solution de l'équation de propagation

On adoptera donc pour la suite une propagation de l'onde selon $x$, soit la fonction scalaire $s(x,t)$, solution de l'équation de propagation suivante :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$$

**2)** Montrer que les solutions de cette équation d'onde peuvent s'écrire comme la superposition de deux ondes planes progressives tel que :

$$s(x,t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt)$$

Propriété :

Les solutions de l'**équation de propagation unidimensionnelle** selon $x$ peuvent s'écrire comme la superposition de deux **ondes planes progressives** :

## 2.2 Solutions de l'équation de propagation du champ électromagnétique sous forme d'ondes planes progressives

### 2.2.1 Equation de propagation unidimensionnelle

On suppose que nos champs ne dépendent que de la coordonnées cartésiennes, $x$.

**3)** Simplifiez l'expression de l'équation de propagation auxquelles obéissent les champs électriques et magnétiques.

**4)** En déduire l'expression des champs électriques et magnétiques.

**5)** Pour simplifier les calculs futurs de ce cours, on suppose que la propagation se fait selon les $x$ croissants. Simplifier les champs en conséquence.

### 2.2.2 Transversalité des champs

**6)** En partant de l'équation de Maxwell-Gauss, montrer que la composante suivant $\overrightarrow{u_x}$ du champ électrique est forcément nulle.

**7)** Que pouvez-vous alors en conclure pour le champ magnétique ?

Propriété :

Les champs électrique et magnétique n'ont pas de composantes suivant la direction de propagation. Les vecteurs sont perpendiculaires à la direction de propagation, on les qualifie de **transverses**.

Remarque :

On peut donc réécrire les champs sous la forme :

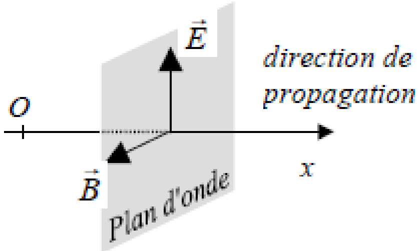
$$\vec{E} = \vec{E}\left(t - \frac{x}{c}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_y\left(t - \frac{x}{c}\right) \\ E_z\left(t - \frac{x}{c}\right) \end{pmatrix} \quad et \quad \vec{B} = \vec{B}\left(t - \frac{x}{c}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ B_y\left(t - \frac{x}{c}\right) \\ B_z\left(t - \frac{x}{c}\right) \end{pmatrix}$$

### 2.2.3 Relation entre les champs

**8)** En partant de l'équation de Maxwell-Faraday, et en développant l'expression du rotationnel dans la base cartésienne, montrer que les champs électriques et magnétiques sont reliés par la relation :

$$\vec{B} = \frac{1}{c}\overrightarrow{u_x} \wedge \vec{E}$$

Propriété :
Pour une onde plane progressive de direction de propagation donnée par le vecteur unitaire $\vec{n}$, les champs électrique et magnétique sont **transverses**. Ils forment avec la direction de propagation un trièdre direct.




## 2.3 Aspect énergétique

### 2.3.1 Densité volumique d'énergie électromagnétique

**9)** D'après la relation précédente, quelle relation lie la norme du champ magnétique à celle du champ électrique ? En déduire une expression simplifiée de la densité volumique d'énergie électromagnétique.

La densité volumique d'énergie électromagnétique est équirépartie entre terme électrique et terme magnétique.

### 2.3.2 Puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charge

La puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charge est nulle car on se trouve dans une région sans charges ni courants.

### 2.3.3 Vecteur de Poynting

**10)** Rappeler l'expression du vecteur de Poynting. La simplifier dans le cas des OPP se propageant selon les $x$ croissants. On pourra utiliser l'identité vectorielle suivante :

$$\vec{a} \wedge \left(\vec{b} \wedge \vec{c}\right) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - \left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right)\vec{c}$$

**11)** Représenter alors les vecteurs champ électrique, magnétique et de Poynting.

**12)** En déduire la puissance rayonnée traversant une surface $S$ perpendiculaire à la direction de propagation.

Propriété :
Le vecteur de Poynting, représentant la densité surfacique de puissance rayonnée, est dirigé dans la direction de propagation de l'onde plane donnée par $\vec{n}$. Ainsi, l'énergie d'une OPP dans le vide se propage à la célérité, $c$.

# 3 Etats de polarisation d'une onde plane progressive (monochromatique)

Dans l'espace vide de charge et de courant, l'onde électromagnétique est transverse. Les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires à la direction de propagation. Ainsi, pour capter une onde (antenne pour une onde radio, capteur lumineux pour une onde lumineuse), le capteur doit être orienté dans le plan d'onde (plan perpendiculaire à la direction de propagation) et de manière à recevoir le maximum d'énergie. L'étude de la polarisation de l'onde devient alors primordiale.

## 3.1 Etats de polarisation

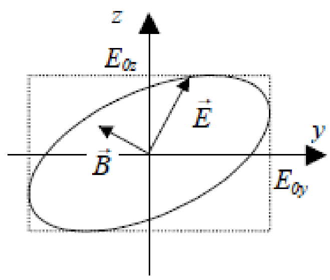
### 3.1.1 Polarisation elliptique

Définition :

La **polarisation** d'une OPPH est définie à partir de son vecteur $\vec{E}$, comme la nature de la courbe décrite par l'extrémité de $\vec{E}$ dans un plan d'onde. Par convention, l'observateur est supposé faire face au champ électromagnétique qui progresse donc vers lui.

On considère toujours une OPP se propageant selon les $x$ croissants. Pour définir sa polarisation, on se place dans le plan $x = 0$ et on observe l'évolution du vecteur $\vec{E}$ dans ce plan. On va supposer ici que l'OPP est monochromatique, donc que sa dépendance au temps est sinusoïdale.

**1)** Réécrire l'expression du champ électrique. On notera $E_{0y}$ l'amplitude et $\varphi_y$ le déphasage de la composante du champ selon $\overrightarrow{u_y}$, respectivement $E_{0z}$ et $\varphi_z$ pour la composante du champ selon $\overrightarrow{u_z}$.




En choisissant convenablement, une origine des temps, on peut se ramener à l'expression suivante :

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 \\ E_y = E_{0y}\,cos(\omega t) \\ E_z = E_{0z}\,cos(\omega t - \varphi) \end{cases} \qquad avec \quad \varphi = \varphi_y - \varphi_z$$

On reconnait la représentation paramétrique d'une ellipse qui donne l'état de polarisation le plus général d'une OPPM.

Remarque :

Même principe que le mode XY d'un oscilloscope

### 3.1.2 Polarisation circulaire

**2)** Dans quelle cas l'ellipse précédente, peut-elle devenir un cercle ?

### 3.1.3 Polarisation rectiligne

**3)** Dans quelle cas l'ellipse précédente, peut-elle devenir une droite ?

**4)** Représenter le vecteur champ électrique dans le plan $x = 0$, si la polarisation est rectiligne selon Oy.

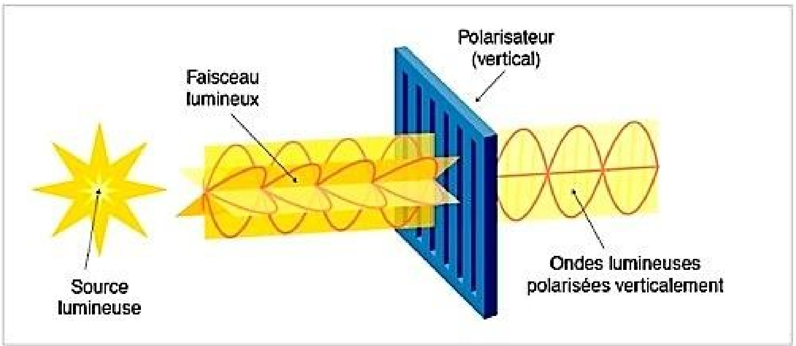
## 3.2 Mise en évidence d'une polarisation rectiligne

L'onde électromagnétique étudiée est l'onde lumineuse. On utilise une source monochromatique (laser ou lumière blanche + filtre). L'onde obtenue n'a aucune raison d'être polarisée. Nous allons donc essayer de produire une polarisation rectiligne et de la mettre en évidence.

### 3.2.1 Production de la polarisation rectiligne

On utilise un polariseur. C'est un système optique possédant deux directions privilégiées. L'une d'entre elles, appelée axe de transmission, est telle que le polariseur transmet la composante du champ électrique incident parallèle à l'axe de transmission. La seconde perpendiculaire à la première et est appelée axe d'extinction, le polariseur arrête la composante du champ électrique parallèle à cette direction.

On place donc ce polariseur devant la source de lumière. La lumière sortant du polariseur sera polarisée rectilignement parallèlement à la direction de l'axe de transmission.




### 3.2.2 Mise en évidence de la polarisation rectiligne

On place maintenant un autre polariseur à la suite du premier. Ce second polariseur sera nommé analyseur. Les axes de transmissions respectifs des deux polariseurs forment entre eux un angle $\alpha$. Si l'on nomme $\overrightarrow{n_1}$ la direction de polarisation du champ électrique $\overrightarrow{E_1}$ après le premier polariseur et $\overrightarrow{n_2}$ la direction de polarisation du champ électrique $\overrightarrow{E_2}$ après l'analyseur, alors :

$\overrightarrow{E_1} = E_1\overrightarrow{u_1} \quad et \quad \overrightarrow{E_2} = E_2\overrightarrow{u_2} = E_1 \cos\alpha\, \overrightarrow{u_2}$

Ainsi, si $\alpha = \frac{\pi}{2}$ le champ électrique à la sortie de l'analyseur est nul.

On peut ainsi mettre en évidence de manière très simple une polarisation rectiligne.

# 4 Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement

L'OPPM est un modèle. Il est très intéressant car toute onde plane peut être exprimée comme la somme d'OPPM. Une onde plane progressive monochromatique représente donc la composante élémentaire d'un paquet d'ondes.

## 4.1 Retour sur l'équation d'onde scalaire

### 4.1.1 Solution unidimensionnelle

Soit l'équation d'onde suivante vérifiée par la fonction $s(x,t)$ : $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$

Les solutions s'écrivent sous la forme d'OPP telles que : $s(x,t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right)$

On suppose que la propagation se fait selon les $x$ croissants, ce qui donne : $s(x,t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right)$

**1)** L'onde plane progressive monochromatique associée s'écrit sous la forme :

$$s(x,t) = s_m \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right) = s_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0\right)$$

Expliquer la forme précédente. Que représentent $s_m$, $\omega$ et $\varphi_0$ ?

**2)** On pose : $\vec{k} = \frac{\omega}{v}\vec{n} = k\vec{n}$ le **vecteur d'onde** (en rad.m$^{-1}$) où le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur unitaire selon la direction de propagation. Donner alors son expression dans notre exemple. Montrer que l'on peut aussi écrire $k$ en fonction de la **longueur d'onde** (en m), $\lambda$, sous la forme : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Que représente la longueur d'onde ?

**3)** Réécrire $s(x,t)$ en fonction de $k$. Commenter.

### 4.1.2 Solution 3D

Soit l'équation d'onde suivante vérifiée par la fonction $s(x,y,z,t)$ : $\Delta s - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$

L'OPPM solution s'écrira par analogie sous la forme suivante : $s(x,y,z,t) = s_m \cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0\right)$

où $\vec{k} = k\vec{n}$ représente le vecteur d'onde dirigé selon la direction de propagation donnée par le vecteur unitaire $\vec{n}$

où $\vec{r}$ représente le vecteur position tel que : $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{u_x} + y\overrightarrow{u_y} + z\overrightarrow{u_z}$ en coordonnées cartésiennes.

**4)** Montrer que l'on retrouve bien l'expression de la question 3 dans le cas d'une propagation unidimensionnelle selon $x$.

<u>Définition</u> :

Une onde plane progressive est dite **monochromatique** si c'est une fonction sinusoïdale de fréquence $f$ (ou pulsation $\omega$). Une OPPM se propageant à la vitesse $v$ selon la direction donnée par un vecteur unitaire $\vec{n}$ s'écrit sous la forme :

$$s(x,y,z,t) = s_m \cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0\right)$$

Elle est caractérisée par : - sa **pulsation**, $\omega$, ou sa **fréquence**, $f$, ou sa période temporelle, $T$ :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- son **vecteur d'onde**, $\vec{k}$, ou sa **longueur d'onde**, $\lambda$ :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n} = \frac{\omega}{v}\vec{n}$$

Elle présente une **double-périodicité** temporelle de période $T$ et spatiale de période $\lambda$.

Ces deux périodes sont reliées par la relation :

$$\lambda = vT$$

### 4.1.3 Notation complexe

L'écriture complexe peut être très utile lors de l'utilisation de fonctions sinusoïdales. Ainsi, on peut écrire la solution complexe sous la forme : $\underline{s}(x,y,z,t) = \underline{S}(x,y,z)e^{j\omega t} \quad avec \quad \underline{S}(x,y,z) = s_m e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}}e^{j\varphi_0}$

$$s(x,y,z,t) = \Re\left[\underline{s}(x,y,z,t)\right]$$

## 4.2 Application au champ électromagnétique

### 4.2.1 Propagation unidimensionnelle

**5)** En supposant toujours une propagation unidimensionnelle selon les $x$ croissants, réécrire les expressions des vecteurs champ électrique et magnétique de la partie 2.

**6)** On suppose de plus que le champ électrique est polarisé rectilignement suivant $Oy$. Quelle composante du champ électrique est donc nulle ? Montrer alors que le champ magnétique peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{B} = B_{0z}\cos(\omega t - kx + \varphi'_{0z})\overrightarrow{u_z}$$

On exprimera $B_{0z}$ et $\varphi'_{0z}$ en fonction de $E_{0y}$, $c$ et $\varphi_{0y}$.

### 4.2.2 Propagation 3D

Les champs se mettent alors sous la forme :

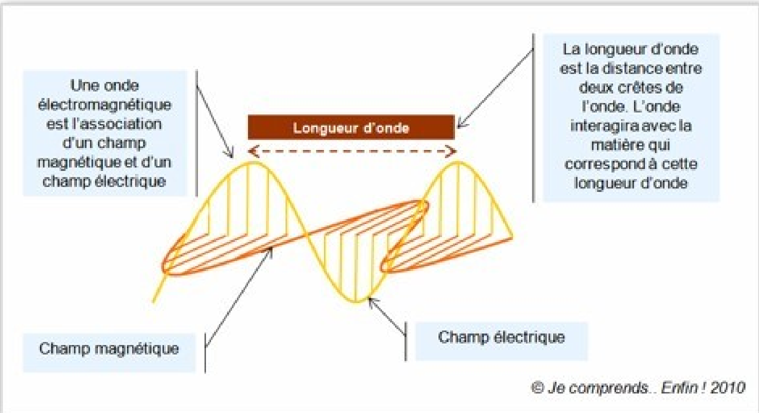
$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_{0x}) \\ E_{0y}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_{0y}) \\ E_{0z}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_{0z}) \end{pmatrix} \quad et \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} B_{0x}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi'_{0x}) \\ B_{0y}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi'_{0y}) \\ B_{0z}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi'_{0z}) \end{pmatrix}$$

**7)** Simplifier l'expression du champ électrique dans le cas où il est polarisé rectilignement selon Oy.

**8)** Montrer alors que $\vec{B} = \frac{1}{\omega}\vec{k}\wedge\vec{E}$. En déduire l'expression du champ magnétique associé.

Propriété :
Pour une onde plane progressive monochromatique de direction de propagation donnée par le vecteur unitaire $\vec{n}$, les champs électrique et magnétique sont **transverses**. Ils forment avec le vecteur d'onde un trièdre direct.

$$\boxed{\vec{B} = \frac{1}{\omega}\vec{k}\wedge\vec{E}}$$




Propriété :
Dans le vide, dans une région sans charges ni courants, le modèle de l'OPPM conduit à la **relation de dispersion** :

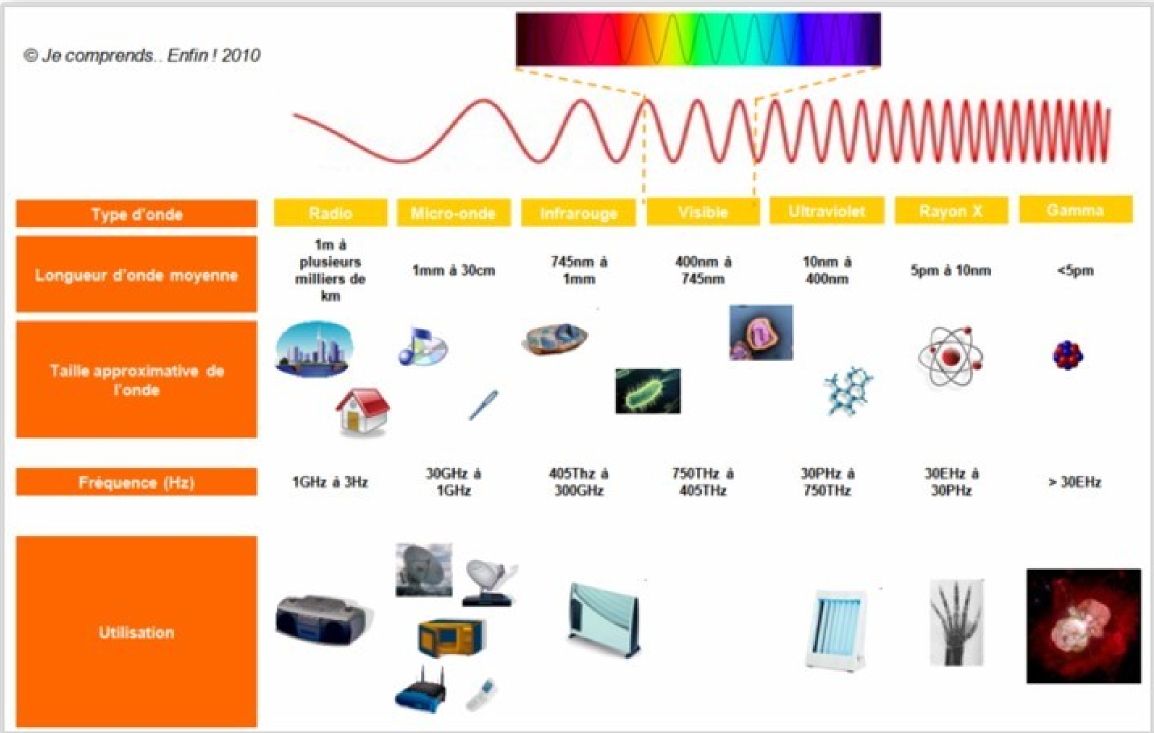
$$\boxed{k = \frac{\omega}{c}}$$

### 4.2.3 Notation complexe

Pour une OPPM, le champ électromagnétique peut s'écrire à l'aide de la notation complexe tel que :

$$\vec{E} = \underline{\overrightarrow{E_0}}e^{j(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} \quad avec \quad \underline{\overrightarrow{E_0}} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{j\varphi_{0x}} \\ E_{0y}e^{j\varphi_{0y}} \\ E_{0z}e^{j\varphi_{0z}} \end{pmatrix} \quad et \quad \vec{B} = \underline{\overrightarrow{B_0}}e^{j(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} \quad avec \quad \underline{\overrightarrow{B_0}} = \begin{pmatrix} B_{0x}e^{j\varphi'_{0x}} \\ B_{0y}e^{j\varphi'_{0y}} \\ B_{0z}e^{j\varphi'_{0z}} \end{pmatrix}$$

Quelques valeurs de fréquence et de longueur d'onde pour les ondes électromagnétiques :




## 4.3 Aspect énergétique

On se propose de regarder comme évoluent les considérations énergétiques pour une OPPM se propageant selon les $x$ croissants et polarisée selon Oy : $\begin{cases} \vec{E} = E_{0y}\,cos(\omega t - kx + \varphi_{0y})\,\overrightarrow{u_y} \\ \vec{B} = \frac{E_{0y}}{c}\,cos(\omega t - kx + \varphi_{0y})\,\overrightarrow{u_z} \end{cases}$

Il est nécessaire de se placer en réels pour effectuer cette étude car elle fait intervenir les carrés des champs. Prendre la partie réelle d'un carré n'est pas la même chose que prendre le carré de la partie réelle d'un nombre complexe.

### 4.3.1 Densité volumique d'énergie électromagnétique

**9)** Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie transportée par le onde plane progressive électromagnétique. Les détecteurs sont le plus souvent sensibles à la valeur moyenne de l'énergie. Que vaut sa valeur moyenne $\langle u \rangle$ ? Commenter.

### 4.3.2 Vecteur de Poynting

**10)** A partir de la définition du vecteur de Poynting, donner son expression pour l'OPPM considérée. Que vaut sa valeur moyenne $\langle \vec{\Pi} \rangle$ ?

Remarque :

On définit l'intensité $I$ de l'onde ($W.m^{-2}$) par la moyenne de la composante du vecteur de Poynting selon la direction de propagation : $I = \frac{c\varepsilon_0 E_{0y}^2}{2}$

# 5 Réflexion sous incidence normale d'une OPPM polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait

## 5.1 Hypothèses

### 5.1.1 Modèle du conducteur parfait

**1)** Rappeler la loi d'Ohm locale, ses conditions d'applications et tous les termes entrant dans sa composition.

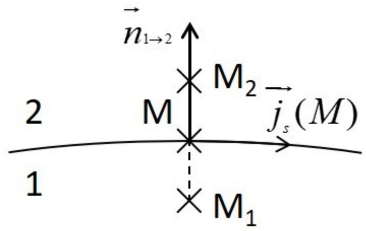
Définition :
Dans un conducteur parfait, la conductivité est très grande et on la considère infinie :

$$\gamma \to +\infty \quad \Rightarrow \quad \vec{E} \to \vec{0}, \quad \rho \to 0, \quad \vec{B} \to \vec{0}, \quad \vec{j} = \vec{0}$$

**2)** Démontrer les conséquences d'une conductivité infinie $\left(\vec{E} \to \vec{0}, \quad \rho \to 0, \quad \vec{B} \to \vec{0}, \quad \vec{j} = \vec{0}\right)$. Que peut-on dire des pertes par effet Joule ?

### 5.1.2 Relation de passage entre deux milieux

On considère une interface entre deux demi-espaces indicés 1 et 2 et l'on note $\vec{n}_{1\to 2}$ la normale en un point $M$ de cette surface, orientée du milieu 1 vers le milieu 2. On définit deux points $M_1$ et $M_2$ dans chaque demi-espace au voisinage du point $M$.




Soit $\sigma(M)$ la densité surfacique de charge au point $M$, la relation suivante résume la relation de passage du champ électrique à la traversée de la surface : $\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\varepsilon_0}\vec{n}_{1\to 2}$

Soit $\vec{J_S}(M)$ la densité surfacique de courants (A.m$^{-1}$) au point $M$, la relation suivante résume la relation de passage du champ magnétique à la traversée de la surface : $\vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1) = \mu_0 \vec{J_S}(M) \wedge \vec{n}_{1\to 2}$

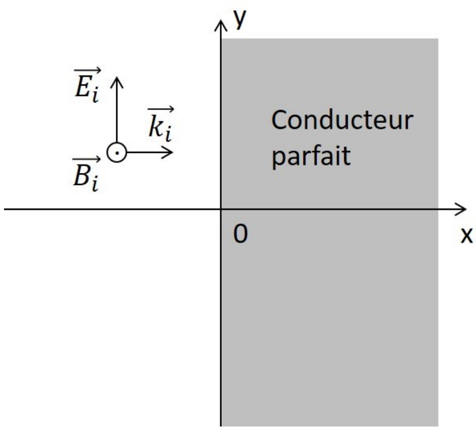
**3)** Que peut-on dire de la composante tangentielle du champ électrique et de la composante normale du champ magnétique au niveau d'un plan chargé ? Donner un exemple tiré du cours d'électrostatique où cette discontinuité avait déjà pu être observée.

### 5.1.3 Onde incidente

Soit une onde électromagnétique incidente polarisée rectilignement selon $Oy$ se propageant dans le vide dans une région sans charges ni courants selon l'axe $Ox$ croissant dans le demi-espace $x < 0$. En $x = 0$, dans le plan $Oyz$, se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle.
Le champ électrique incident peut s'écrire :

$$\vec{E_i} = E_{0i}\, cos(\omega t - k_i x)\, \vec{u_y}$$

**4)** Donner l'expression du champ magnétique incident.




## 5.2 Réflexion sur un conducteur parfait

**5)** En utilisant la relation de passage pour le champ électrique en $x = 0$, montrer que la charge en surface du conducteur parfait est forcément nulle. Montrer ensuite qu'il faut qu'il existe une onde réfléchie se propageant à la même vitesse que l'onde incidente mais selon les x décroissants.

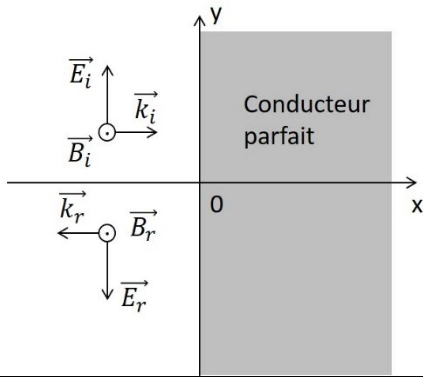
**6)** On pose l'expression suivante du champ électrique réfléchi :

$$\vec{E_r} = E_{0r}\, cos(\omega t - k_r x)\, \vec{u_y}$$

A l'aide de la relation de passage pour le champ électrique en $x = 0$, donner l'expression du vecteur d'onde réfléchi $\overrightarrow{k_r}$ en fonction du vecteur d'onde incident $\overrightarrow{k_\iota}$, puis l'expression de l'amplitude du champ électrique réfléchi $E_{0r}$ en fonction de l'amplitude du champ électrique incident $E_{0i}$. On suppose que la réflexion ne change pas la polarisation de l'onde.

**7)** Donner l'expression du champ magnétique réfléchi.

Propriété :
La réflexion d'une onde électromagnétique sous incidence normale sur un conducteur parfait est une **réflexion totale** avec un déphasage de $\pi$ du champ électrique et un déphasage nul pour le champ magnétique. Il n'y a pas de charges surfaciques.




## 5.3 Superposition des ondes

**8)** Donner l'expression du champ électrique total dans le vide. On pourra utiliser l'identité suivante :

$$cos(p) - cos(q) = -2\,sin\left(\frac{p+q}{2}\right)sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Propriété :
La superposition des ondes incidentes et réfléchies sur un conducteur parfait donne naissance à une onde dont les dépendances spatiale et temporelle sont séparées : l'onde résultante est une **onde stationnaire**. L'onde ne se propage plus. Elle oscille sur place.

**9)** Donner l'expression du champ magnétique total dans le vide. Comparer son expression à celle du champ électrique total. On pourra utiliser l'identité suivante : $cos(p) + cos(q) = 2\,cos\left(\frac{p+q}{2}\right)cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

**10)** Représenter les champs électriques et magnétiques totaux dans l'espace en un temps $t_0$ fixé.

**11)** Trouver la position $x_n$ des nœuds de vibration du champ électrique, positions pour lesquelles le champ électrique total est nul. Quelle est la distance entre 2 nœuds successifs ?

**12)** Trouver la position $x_v$ des ventres de vibration du champ électrique, positions pour lesquelles le champ électrique total est maximal. Quelle est la distance entre 2 ventres successifs ? Quelle est la distance entre un nœud et un ventre successif ?

**13)** Que peut-on dire de la position relative des nœuds et ventres de vibration du champ magnétique totale ?

## 5.4 Aspect énergétique

**14)** Donner l'expression des vecteurs de Poynting associés à l'onde incidente $\overrightarrow{\Pi_\iota}$ et à l'onde réfléchie $\overrightarrow{\Pi_r}$. Donner leur valeur moyenne.

**15)** Donner l'expression du vecteur de Poynting $\overrightarrow{\Pi_{total}}$ associé à l'onde résultant de la superposition des champs incidents et réfléchis. Donner sa valeur moyenne. Pouvait-on prévoir ce résultat ?

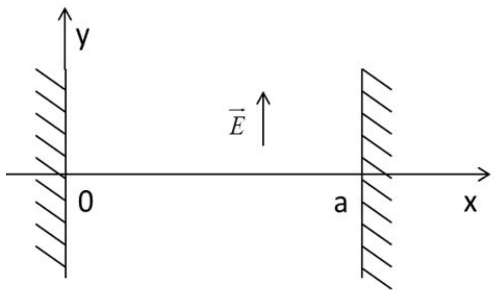
**16)** En utilisant la relation de passage pour le champ magnétique en $x = 0$, montrer que la réflexion de l'onde sur le conducteur parfait donne naissance à un courant surfacique $\overrightarrow{J_s}$ dont on donnera l'expression.

**17)** Expliquer alors pourquoi le champ réfléchi possède la même pulsation que le champ incident.

# 6 Applications aux cavités à une dimension

## 6.1 Position du problème

On considère une cavité vide taillée à l'intérieur d'un conducteur parfait entre les abscisses $x = 0$ et $x = a$. Un émetteur engendre en continu une onde électromagnétique arrivant en incidence normale sur la face $x = a$. L'onde est alors réfléchie ; elle se propage en sens inverse jusqu'à rencontrer l'autre face $x = 0$. Elle est à nouveau réfléchie et le processus se répète indéfiniment. On comprend alors que l'onde résultante possède une structure stationnaire, vu la superposition d'ondes progressives de sens de propagation opposés et de même amplitude.




## 6.2 Mode d'onde stationnaire

On suppose ici que le champ électrique est polarisé selon $Oy$ et d'amplitude $E_0$, alors :

$$\vec{E} = 2E_0\,sin(\omega t)\,sin(kx)\,\overrightarrow{u_y}$$

**1)** Montrer que cette expression vérifie la relation de passage pour le champ électrique en $x = 0$.

**2)** En utilisant la relation de passage pour le champ électrique en $x = a$, montrer que seules certaines longueurs d'ondes $\lambda_p$ peuvent subsister dans la cavité. On donnera leur expression en fonction de $a$. Commenter.

**3)** Donner alors l'expression des fréquences et pulsations associées à ces longueurs d'onde et remplacer dans l'expression du champ électrique.

**4)** En un temps $t_0$ fixé à $t_0 = 0$, tracer l'amplitude du champ électrique en fonction de $x$, pour des valeurs de $p \in [1; 3]$. L'entier $p$ est appelé mode propre de l'onde stationnaire.

**5)** Que se passe-t-il si l'émetteur engendre une onde de longueur d'onde différente des $\lambda_p$ dans la cavité ?

# 7 Approche documentaire (à rendre en DM pour le 08/02/2021)

En relation avec le cours sur les ondes, décrire le fonctionnement d'un oscillateur optique (laser) en termes de système bouclé auto-oscillant. Relier les fréquences des modes possibles à la taille de la cavité.

## 7.1 Documents à votre disposition

Document 1 : Le laser : principe de fonctionnement, article extrait des Reflets de la physique n_21 (Octobre 2010), p.12-16

Document 2 : vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=KxkuqxKH_Tw

Document 3 : Cours d'électronique : Oscillateur TP2

Document 4 : Cours d'électromagnétisme : Propagation partie 6

## 7.2 Questions

**1)** Etablir les analogies entre l'oscillateur optique qu'est le laser et l'oscillateur quasi-sinusoïdal qu'est le pont de Wien en remplissant le tableau ci-dessous. Représenter le Laser comme un système bouclé à l'aide d'un schéma-bloc.

| Laser | Oscillateur à pont de Wien |
|---|---|
| Onde optique | |
| Milieu amplificateur | |
| Pompage optique | |
| Cavité optique | |
| Emission spontanée | |
| Saturation du milieu amplificateur | |

**2)** Décrire le phénomène physique qui permet l'amplification de la lumière dans un laser.

**3)** Expliquer le double intérêt de la cavité optique.

**4)** En considérant l'onde optique se propageant dans la cavité laser comme une onde électromagnétique stationnaire, vérifier alors que la condition de résonnance (et dans le cas d'une cavité de type Fabry-Pérot) est bien : $2L = p\lambda$.

**5)** Exprimer alors les fréquences $\nu_p$ des modes longitudinaux qui peuvent exister dans la cavité en fonction de la longueur L de celle-ci puis retrouver l'écart en $\Delta\nu = \frac{c}{2L}$ entre deux modes voisins.

**6)** Expliquer la figure 2 page 16 du document par analogie avec l'oscillateur quasi-sinusoïdal. Donner la condition de démarrage des oscillations.

**7)** Pour un Laser Hélium-Néon, quelle est la longueur d'onde de l'onde générée ? Donner la fréquence correspondante. Quelle est la taille minimale de la cavité optique nécessaire ?

**8)** Citer quelques applications du laser.

# 8 Questions de cours

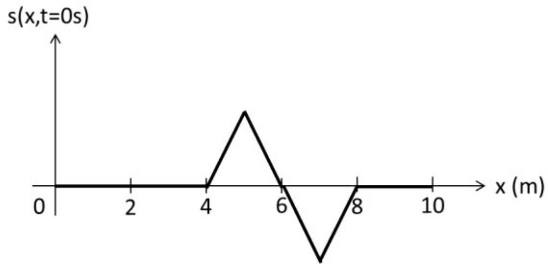
1) Donner l'équation de propagation pour le champ électrique et la démontrer dans un espace vide de charges et de courants.
2) On suppose que l'équation de propagation est vérifiée par une fonction scalaire $u(x,t)$. Donner l'équation de propagation simplifiée. Quelle est la solution générale d'une telle équation ? On donnera la définition de l'onde obtenue et on précisera bien chacun des termes entrant dans sa composition.
3) Démontrer que les champs électriques et magnétiques sont forcément transverses, terme que l'on définira. Quelle relation permet de relier les champs électriques, magnétiques et la direction de propagation ?
4) Donner les expressions de la densité volumique d'énergie électromagnétique, de la puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charge et du vecteur de Poynting pour une onde électromagnétique se propageant dans le vide sans charge ni courant. Commenter.
5) On suppose que l'équation de propagation est vérifiée par une fonction scalaire $u(x,y,z,t)$. Cette fonction représente une onde plane progressive monochromatique. Sous quelle forme peut-elle s'écrire ? Définir toutes les caractéristiques de cette onde.
6) Quelle relation permet de relier les champs électriques, magnétiques et le vecteur d'onde pour une onde plane progressive monochromatique ? Donner la relation de dispersion.
7) Expliquer ce qu'est la polarisation d'une onde. Donner certains cas particuliers. Comment mettre en évidence une polarisation rectiligne ?
8) Qu'appelle-t-on conducteur parfait ? Quelles en sont les conséquences ?
9) Soit une onde électromagnétique incidente polarisée rectilignement selon Oy se propageant dans le vide dans une région sans charges ni courants selon l'axe Ox croissant dans le demi-espace x < 0. En x = 0, dans le plan Oyz, se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle. Donner l'expression de l'onde incidente (champ E et B).
10) En utilisant le fait que la composante tangentielle du champ électrique est continue à la traversée d'une interface, donner l'expression de l'onde réfléchie (champ E et B).
11) Retrouver l'expression de l'onde résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies. Commenter.

# 9 Questions à choix multiples

En ligne sur Moodle

# 10 Exercices d'applications directes du cours

## 10.1 Onde progressive




On considère l'onde $s(x, t = 0)$ représentée ci-contre se propageant à la célérité $c = 2m.s^{-1}$ dans le sens des $x$ croissants.

1) Représenter la forme de l'onde à l'instant $t = 1s$.

2) Un récepteur est placé à l'abscisse $x_0 = 8m$. Tracer l'évolution temporelle du signal reçu par ce récepteur.

## 10.2 Onde plane progressive monochromatique et notation complexe

On considère une onde électromagnétique polarisée selon $Oy$. Le champ électrique possède donc une seule composante selon $\overrightarrow{u_y}$. On utilise la notation complexe. On peut donc écrire le champ électrique sous la forme :

$\underline{\vec{E}} = \overrightarrow{\underline{E_0}} e^{j(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} \quad avec \quad \overrightarrow{\underline{E_0}} = E_{0y} e^{j\varphi_{0y}} \overrightarrow{u_y} = \underline{E_0}\overrightarrow{u_y}$ où $\underline{E_0}$ représente l'amplitude complexe du champ électrique.

1) Il est possible de simplifier l'écriture des équations de Maxwell en utilisant la notation complexe. Montrer que :

$$\begin{bmatrix} (MG) & div\vec{E} = 0 \\ (MA) & \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ (MT) & div\vec{B} = 0 \\ (MF) & \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} (MG) & \vec{k}\cdot\underline{\vec{E}} = 0 \\ (MA) & \vec{k}\wedge\underline{\vec{B}} = -\dfrac{\omega}{c^2}\underline{\vec{E}} \\ (MT) & \vec{k}\cdot\underline{\vec{B}} = 0 \\ (MF) & \vec{k}\wedge\underline{\vec{E}} = \omega\underline{\vec{B}} \end{bmatrix}$$

2) Retrouver à partir de ces équations que le champ électromagnétique est transverse et forme un trièdre direct avec la direction de propagation.

3) L'équation de propagation peut aussi se simplifier en utilisant la notation complexe. En déduire la relation de dispersion : $k = \frac{\omega}{c}$.

4) Donner l'expression de $\overrightarrow{\underline{B_0}} = \underline{B_{0,x}}\overrightarrow{u_x} + \underline{B_{0,z}}\overrightarrow{u_z}$ où $\underline{B_{0,x}}$ et $\underline{B_{0,z}}$ représentent respectivement les amplitudes complexes du champ magnétique selon $Ox$ et $Oz$.

## 10.3 Champ électromagnétique

On considère le champ électrique, régnant dans une partie de l'espace vide de charge et de courant :

$$\vec{E}(M,t) = E_0\, cos(\omega t + kz)\,\overrightarrow{u_x} + E_0\, sin(\omega t + kz)\,\overrightarrow{u_y} \quad avec \quad k = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\omega$$

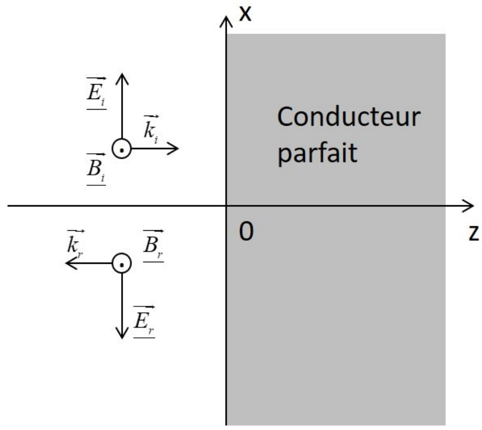
1) Vérifier la compatibilité de cette expression avec l'équation de propagation.

2) Que peut-on dire de sa polarisation ? de sa direction de propagation ?

3) Déterminer le champ magnétique associé.

4) Déterminer le vecteur de Poynting de ce champ électromagnétique.

## 10.4 Réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait




Soit une onde électromagnétique plane progressive monochromatique polarisée (OPPM) rectilignement selon $Ox$ se propageant dans le vide, dans une région sans charges ni courants, selon l'axe $Oz$ croissant dans le demi-espace $z < 0$. En $z = 0$, dans le plan $Oxy$, se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle.

1) Proposer une expression du champ électrique incident $\overrightarrow{E_i}$ se propageant dans le demi-espace $z < 0$.

2) Pour une OPPM, il est possible d'utiliser la notation complexe telle que : $\overrightarrow{E_i} = \Re\left(\underline{\overrightarrow{E_i}}\right)$. Proposer une expression du champ électrique incident complexe $\underline{\overrightarrow{E_i}}$.

3) Donner l'expression du champ magnétique incident complexe $\underline{\overrightarrow{B_i}}$.

4) On pose l'expression suivante du champ électrique réfléchi complexe :

$$\underline{\overrightarrow{E_r}} = E_{0r} e^{j(\omega t + kz)} \overrightarrow{u_x}$$

Expliquer la forme du champ électrique réfléchi fournie. A l'aide de la relation de passage pour le champ électrique en $z = 0$, donner l'expression de l'amplitude du champ électrique réfléchi $E_{0r}$ en fonction de l'amplitude du champ électrique incident $E_{0i}$. On suppose que la réflexion ne change pas la polarisation de l'onde.

5) Donner l'expression du champ magnétique réfléchi complexe $\underline{\overrightarrow{B_r}}$.

6) Donner l'expression du champ électrique complexe total dans le vide $\underline{\overrightarrow{E_{vide}}}$ résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies. En déduire l'expression du champ électrique réel $\overrightarrow{E_{vide}}$.

7) Faire de même pour le champ magnétique.

# 11 Exercices type oral

## 11.1 Superposition des deux ondes planes progressives monochromatiques

On s'intéresse à la superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques de même amplitude $E_0$, de même pulsation $\omega$ et se propageant respectivement selon les vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$. On pose pour $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ :

$$\overrightarrow{u_1} = \sin\alpha\,\overrightarrow{u_x} + \cos\alpha\,\overrightarrow{u_z}$$
$$\overrightarrow{u_2} = -\sin\alpha\,\overrightarrow{u_x} + \cos\alpha\,\overrightarrow{u_z}$$

1) Quelles sont les normes des deux vecteurs d'onde $\|\overrightarrow{k_1}\|$ et $\|\overrightarrow{k_2}\|$ ? En déduire l'expression de $\overrightarrow{k_1}$ et $\overrightarrow{k_2}$ en fonction de $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$, respectivement.

2) Sachant que les deux champs électriques $\overrightarrow{E_1}$ (se propageant selon $\overrightarrow{u_1}$) et $\overrightarrow{E_2}$ (se propageant selon $\overrightarrow{u_2}$) sont parallèles à $\overrightarrow{u_y}$ et de déphasage nul à l'origine du repère, donner leur expression sous forme complexe.

3) En déduire l'expression du champ électrique total. Décrire l'onde obtenue. Est-elle plane ? Est-elle progressive ?

4) Donner la forme du champ magnétique. Commentaires.

5) En déduire le vecteur de Poynting moyen. Pouvait-on deviner sa direction ?

## 11.2 Cavité résonante

On s'intéresse à une cavité contenue entre deux plans parallèles infinis, taillée dans un conducteur parfait entre z = 0 et z = a. On s'intéresse à un champ électromagnétique, qui est la superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques polarisées rectilignement suivant Ox et de sens de propagation opposés $\pm u_z$, de normes respectives $E_1$ et $E_2$.

1) Donner l'expression du champ électrique complexe résultant de la superposition, puis la forme exacte du champ électrique dans la cavité en utilisant les conditions aux limites.

2) Montrer que seules certaines longueurs d'onde discrètes $\lambda_n$ peuvent exister dans la cavité. Quelles sont les fréquences $f_n$ associées ?

3) Comment appeler ce phénomène ? Donner une analogie en électrocinétique. Que se passe-t-il si on essaie de créer un champ électromagnétique de fréquence différente de $f_n$ ?

4) Tracer sur un même graphe l'allure, à un instant donné, du champ électrique pour les trois plus basses fréquences. Combien de nœuds et de ventres possède le mode numéro n ?

5) En admettant que, dans le domaine de l'acoustique, un tube soit régi par les mêmes équations qu'une cavité résonante, identifier les tubes d'une flûte de Pan produisant les sons aigus et ceux produisant les sons graves. On supposera que le mode fondamental n = 1 est prédominant.

# 12 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 01/02/2021)

## 12.1 Propagation d'ondes

*Problème adapté de CCP TSI 2010*

Dans tout le problème, la permittivité électrique de l'air est égale à celle du vide, notée $\varepsilon_0$. De même, la perméabilité magnétique de l'air est égale à celle du vide, notée $\mu_0$.

On considère un champ électromagnétique $(\vec{E},\vec{B})$ où $\vec{E}$ désigne le champ électrique et $\vec{B}$ le champ magnétique.

**1)** Ecrire les quatre équations de Maxwell en présence de charges et de courants en précisant bien la signification de tous les termes intervenant dans ces équations.

Que deviennent ces équations dans le vide ?

**2)** Déterminer les équations de propagation des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans une région sans charges ni courants.

**3)** Montrer qu'une onde électromagnétique dont les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont donnés par les expressions ci-dessous satisfait aux équations de propagation précédentes à condition que c soit lié à $\varepsilon_0$ et $\mu_0$ par une relation que l'on démontrera :

$$\begin{cases}\vec{E}(x,t) = \overrightarrow{E_0}\cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right)\\ \vec{B}(x,t) = \overrightarrow{B_0}\cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right)\end{cases}$$ où $\overrightarrow{E_0}$ et $\overrightarrow{B_0}$ sont des vecteurs constants

Quelle est la signification physique de c ?

**4)** Soit une onde plane progressive monochromatique, de pulsation $\omega$ et de vecteur d'onde $\vec{k}$ se propageant dans le vide. Son champ électrique $\vec{E}$ et son champ magnétique $\vec{B}$ en un point M de l'espace repéré par le vecteur $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases}\vec{E} = \overrightarrow{E_0}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})\\ \vec{B} = \overrightarrow{B_0}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})\end{cases}$$ où $\overrightarrow{E_0}$ et $\overrightarrow{B_0}$ sont des vecteurs constants

En utilisant les équations de Maxwell, démontrer que :

- le champ électrique $\vec{E}$ est perpendiculaire à la direction de propagation donnée par le vecteur d'onde $\vec{k}$,
- le champ magnétique $\vec{B}$ est perpendiculaire à la direction de propagation donnée par le vecteur d'onde $\vec{k}$,
- le champ électrique $\vec{E}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ sont perpendiculaires entre eux,
- les normes du champ électrique et du champ magnétique sont telles que : $\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$

On pourra éventuellement, pour simplifier les notations lors des calculs, décomposer les vecteurs $\overrightarrow{E_0}$, $\overrightarrow{B_0}$ et $\vec{k}$ sur les trois axes d'un repère orthonormé (Oxyz) : $\overrightarrow{E_0}\left|\begin{matrix}E_{0x}\\E_{0y}\\E_{0z}\end{matrix}\right.\quad \overrightarrow{B_0}\left|\begin{matrix}B_{0x}\\B_{0y}\\B_{0z}\end{matrix}\right.\quad \vec{k}\left|\begin{matrix}k_x\\k_y\\k_z\end{matrix}\right.$

**5)** Donner l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à une onde électromagnétique $(\vec{E},\vec{B})$.

Quelle est la signification physique de ce vecteur ? Quelle est l'unité du système international qui lui correspond ?

**6)** Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ relatif à une onde plane progressive monochromatique du type de l'onde décrite précédemment dans la question 3. On donnera l'expression de $\vec{\Pi}$ en fonction de c, $\varepsilon_0$, d'un vecteur unitaire que l'on précisera et de E (norme du vecteur champ électrique).

## 12.2 Oscillateur à réaction

# IV Oscillateurs

On s'intéresse ici aux dispositifs résonateurs ou oscillateurs : ils sont capables de générer des oscillations à une fréquence qui leur est propre.

***IV.A* –** Dans le circuit électrique d'oscillation est ajouté une « contre-réaction » ; on va s'intéresser, dans un premier temps, au rôle de la contre-réaction. Le circuit étudié est représenté figure 8.

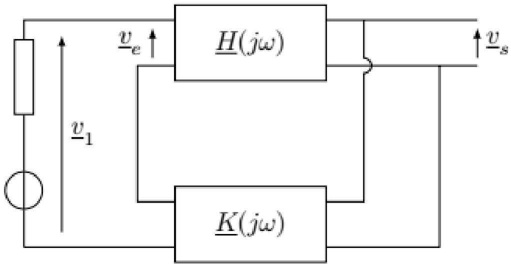



**Figure 8**

Le schéma du circuit peut prendre la forme de deux quadripôles de fonctions de transfert respectives $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ (définies comme le rapport des amplitudes complexes de la tension de sortie sur la tension d'entrée).

Donner les relations faisant intervenir les fonctions de transfert :

**Q 28.** entre $\underline{v}_s$ et $\underline{v}_e$ ;

**Q 29.** entre $\underline{v}_s$, $\underline{v}_e$ et $\underline{v}_1$.

**Q 30.** En déduire la fonction de transfert globale du montage $\underline{A}(j\omega) = \underline{v}_s/\underline{v}_1$ en fonction de $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$.

À fréquence non nulle, l'ensemble représenté peut constituer un oscillateur si la tension de sortie est non nulle alors que la tension d'entrée est nulle. En effet, le montage est alors capable de générer seul des oscillations.

**Q 31.** Donner une relation vérifiée par $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ qui permette d'avoir un oscillateur.

En déduire deux relations :

**Q 32.** entre les gains $|\underline{H}(j\omega)|$ et $|\underline{K}(j\omega)|$ notée relation (R1) ;

**Q 33.** entre les phases $\arg(\underline{H}(j\omega))$ et $\arg(\underline{K}(j\omega))$ notée relation (R2).

***IV.B* –** Dans cette sous-partie, on étudie le filtre de Wien, dont on va voir après qu'il peut servir dans un montage oscillateur.

Le filtre est constitué de deux condensateurs identiques de capacité $C$ et de deux conducteurs ohmiques identiques de résistance $R$. Le circuit correspondant est représenté sur la figure 9.

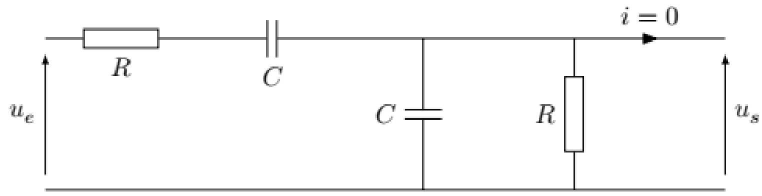



**Figure 9**

**Q 34.** Déterminer la fonction de transfert $\underline{K}(j\omega) = \underline{u}_s/\underline{u}_e$ de ce filtre.

**Q 35.** Représenter l'allure du gain $|\underline{K}(j\omega)|$ de ce filtre en fonction de $\omega$.

**Q 36.** Donner l'expression de la pulsation de résonance en fonction de $R$ et de $C$. Que vaut $|\underline{K}(j\omega)|$ à la résonance ?

***IV.C –*** Le filtre de Wien est inséré dans le montage de la figure 10 ; on supposera que l'amplificateur linéaire intégré est idéal et fonctionne en régime linéaire.

On choisit de se placer à la pulsation $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$. Les notations employées ici sont volontairement similaires à celles de la figure 8.

**Q 37.** Exprimer, uniquement en fonction de $R$, l'impédance complexe de la branche où $R$ et $C$ sont en série.

**Q 38.** Même question pour $R$ et $C$ en parallèle.

**Q 39.** Que vaut le rapport $\left|\dfrac{\underline{v}}{\underline{v}_s}\right|$ ? Commenter par rapport à l'étude faite en IV.B.

**Q 40.** Exprimer la différence de potentiel $\underline{v}$ en fonction de $\underline{v}_e$, $\underline{v}_s$, $R_1$ et $R_2$.

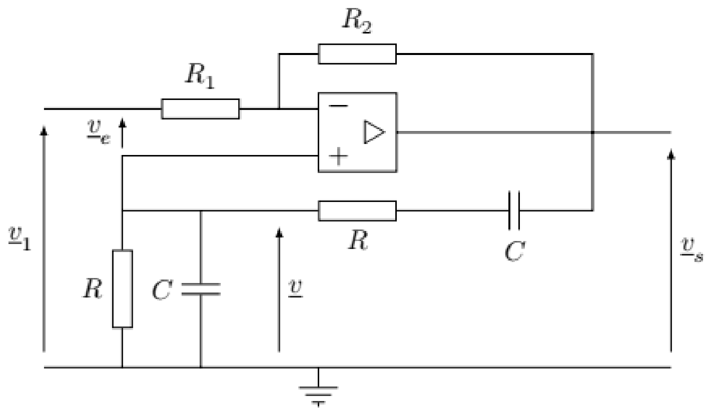



**Figure 10**

**Q 41.** Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega_0)$.

**Q 42.** Proposer des valeurs de $R_1$ et de $R_2$ permettant à ce montage de fonctionner comme oscillateur.