Transfert d'énergie par conduction thermique

Extrait du programme

La partie 7 aborde l'étude de la conduction thermique dans les solides. On se limite à l'étude de problèmes unidimensionnels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
7. Transfert d'énergie par conduction thermique	
Densité de flux thermique.	Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une interface.
Loi de Fourier.	Lier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique dans le domaine de l'habitat.
Bilan enthalpique.	Établir une relation différentielle entre la température et le vecteur densité de flux thermique.
Équation de la chaleur sans terme source.	Établir l'équation de la diffusion thermique. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Lier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion au coefficient de diffusion par une analyse dimensionnelle.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire.	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie lors d'un bilan thermique.
Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.

Formation expérimentale

Nature et méthodes	Capacités exigibles
4. Thermodynamique	
Conduction thermique.	Mettre en oeuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique le protocole étant donné.

Sommaire

- 6 Les différents modes de transferts thermiques**
 - 6.1 Conduction thermique**
 - 6.2 Convection thermique**
 - 6.3 Rayonnement thermique**
- 7 Densité de flux thermique**
- 8 Loi de Fourier**
- 9 Équation de la chaleur**
 - 9.1 Bilan enthalpique**
 - 9.2 Equation de la chaleur sans terme source**
 - 9.3 Irréversibilité du phénomène**
 - 9.4 Résolution dans le cas du régime stationnaire**
 - 9.5 Résistance thermique**
- 10 Transfert conducto-convectif : loi de Newton**
- 11 TP : Mesure de conductivités thermiques**
- 12 Questions de cours**
- 13 Questions à choix multiples**
- 14 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 23/11/2020)**
- 15 Exercices type oral**
 - 15.1 Contacts thermiques**
 - 15.2 Bilan entropique macroscopique**
 - 15.3 Simple et double vitrage**
 - 15.4 Chauffage d'une pièce**
 - 15.5 Isolant**
 - 15.6 Ailette de refroidissement**

Liens utiles pour revoir le cours

Les transferts thermiques (Partie 1) : https://www.youtube.com/watch?v=cHljISVSR_E

Les transferts thermiques (Partie 2) : <https://www.youtube.com/watch?v=10YeVC5uqBQ>

Les transferts thermiques (Partie 3) : <https://www.youtube.com/watch?v=LCwHaAjseIA>

Loi de Fourier et résistance thermique : https://www.youtube.com/watch?v=dzP67v0B_0

Equation de la chaleur : <https://www.youtube.com/watch?v=EzAlbIWb0jg>

1 Les différents modes de transferts thermiques

1.1 Conduction thermique

Expérience :

Description :

Observation :

Conclusions :

-

-

-

Phénomène physique :

-

-

-

-

1.2 Convection thermique

Expérience :

Description :

Observation :

Conclusions :

Phénomène physique :

-

-

-

-

1.3 Rayonnement thermique

Phénomène physique :

Exemple :

2 Densité de flux thermique

Système d'étude :

Définition :

On appelle **flux thermique** $\Phi(x, t)$ ou puissance thermique (en W) la quantité d'énergie élémentaire $\delta Q(x, t)$, aussi appelée transfert thermique, qui traverse la surface Σ par unité de temps :

Définition :

On peut modéliser le phénomène de conduction thermique par un vecteur, $\vec{j}_{th} = j_{th}(x, t)\vec{u}_x$ appelé **vecteur densité de flux thermique** (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$), dont la direction est celle du déplacement de proche en proche de l'énergie thermique et dont la norme est d'autant plus grande que la quantité d'énergie déplacée est grande. On le relie au flux thermique traversant Σ pendant dt par :

Remarques :

- sens du vecteur $\vec{j}_{th}$:

- si propagation non unidimensionnelle :

Analogie :

- En mécanique des fluides :

- En électromagnétisme :

3 Loi de Fourier

Etablie par Fourier en 1822.

Loi phénoménologique valable pour certains matériaux mais qui n'est pas universelle.

Loi de Fourier (cas unidimensionnel) :

Elle lie la température à l'intérieur du solide $T(x, t)$ et la densité de flux thermique à l'aide d'un coefficient de proportionnalité λ appelé **conductivité thermique** ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$), par :

Remarques :

- Signe de la conductivité :

- Orientation du vecteur densité de flux thermique :

Cas tridimensionnel :

Loi de Fourier :

Dans le cas où le problème n'est plus unidimensionnel, on écrira cette relation à l'aide de l'opérateur différentiel gradient :

Remarques :

- gradient en coordonnées cartésiennes par : $\overrightarrow{\text{grad}}(T) = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \vec{u}_x + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) \vec{u}_y + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) \vec{u}_z$

- signification physique :

- Lien avec la conduction de chaleur :

Analogie :

- En électromagnétisme :

Exemples de conductivité thermique :

Matériau	Conductivité thermique en $W.m^{-1}.K^{-1}$
Métal bon conducteur (Ag, Cu)	400
Béton	1
Verre	0,8
Laine de Verre (isolant pour l'habitation)	0,04
Air (P et T usuelles)	0,03
Polystyrène expansé	0,004

4 Équation de la chaleur

4.1 Bilan enthalpique

Hypothèses :

<p><i>Système</i> : solide homogène de forme cylindrique <i>Propriétés</i> : (supposées constantes) - masse volumique μ - conductivité thermique λ - capacité thermique massique c - pression extérieure P <i>Modèle unidimensionnel</i> : $T(x, t)$</p>	
---	--

Sur un volume compris entre les abscisses x et $x + dx$ de section Σ :
Le système reçoit l'énergie thermique suivante :

La puissance thermique apportée sert à chauffer le solide tel que :

Or, la pression étant constante, sans travail supplémentaire, on a :

Soit :

On trouve donc une **équation différentielle** liant la température dans le solide au vecteur densité de flux thermique :

4.2 Equation de la chaleur sans terme source

Hypothèse supplémentaire : transfert thermique par conduction uniquement

Loi de Fourier :

Equation de la chaleur ou équation de la diffusion thermique :

Remarque : coefficient de diffusion

Ordres de grandeur :

Matériau	Coefficient de diffusion en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
Cuivre	117.10^{-6}
Acier	10.10^{-6}
Bois	$0,16.10^{-6}$
Laine de verre	$1,42.10^{-6}$

4.3 Irréversibilité du phénomène

La conduction thermique cause toujours le transfert d'énergie thermique **des zones de températures élevées vers les zones de températures plus basses**. Le phénomène de conduction thermique est donc **irréversible**.

Propriété :

Un phénomène de diffusion thermique est **irréversible**. Il s'accompagne de production d'entropie.

4.4 Résolution dans le cas du régime stationnaire

Hypothèse supplémentaire : régime stationnaire

Simplification de l'équation de la chaleur :

Système :

- Tige cylindrique de section Σ , de longueur L et ses extrémités sont aux températures T_1 et T_2 ($T_1 > T_2$)
- Aucun échange thermique entre la tige et le milieu extérieur par la surface latérale du cylindre

Résolution de l'équation de la chaleur :

Conditions aux limites :

Solution :

Retour sur le vecteur densité de flux thermique :

Retour sur le flux thermique :

4.5 Résistance thermique

A partir du flux thermique en régime stationnaire :

Définition :

En régime stationnaire, on définit la résistance thermique R_{th} (en $K.W^{-1}$) de la tige comme :

Remarque : Attention au sens du flux thermique

Analogie : avec la loi d'Ohm

- Association série

- Association parallèle

Récapitulatif :

Electrique	Thermique
Potentiel V	Température T
Courant I	Flux thermique Φ
Conductivité électrique σ	Conductivité thermique λ
Loi d'Ohm locale $\vec{j} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}}V$ ou $\vec{j} = \sigma \vec{E}$	Loi de Fourier $\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}T$

5 Transfert conducto-convectif : loi de Newton

Position du problème :

Solide étudié en contact avec un milieu extérieur fluide de température T_0 , supposée constante suffisamment loin de la paroi entre le solide et le fluide, qui peut être animé de mouvements de convection.

Problème unidimensionnel selon Ox

Etude des échanges thermiques (par convection) au sein d'une couche limite, proche de la paroi du solide, au sein de laquelle la température peut varier.

Loi de Newton :

La densité de flux thermique sortant (algébriquement) à travers la surface du solide en contact avec le fluide est proportionnelle à l'écart entre la température T_s de la surface du solide et le température T_0 du fluide :

$$j_N = h(T_s - T_0)$$

Remarques :

h : **coefficient de transfert thermique de surface** en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

Flux thermique :

Ordres de grandeur :

Entre un gaz et une paroi solide : $h \approx 10 W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

Entre un liquide et un solide : $h > 100 W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

Dans le cas d'une convection forcée, le coefficient de transfert est plus élevé.

Résistance thermique : en régime stationnaire

Lien avec le flux thermique :

Exemple pour le problème posé précédemment :

6 TP : Mesure de conductivités thermiques

6.1 Matériel à disposition

Appareil de conduction thermique Didalab
Barres métalliques (Cuivre, Aluminium)

Ordinateur portable
Boitier ITAC
Manuel utilisateur

Câble USB
Câble HDMI
Câble alimentation 12 V

6.2 Installation et présentation du matériel

L'appareil de conduction thermique permet d'observer le phénomène de conduction thermique selon la longueur d'une barre de métal (Cuivre, Aluminium) en relevant la température en 8 points (capteurs) de cette dernière répartis comme suit (Figure 1). La propagation de la chaleur peut ici être considérée comme unidimensionnelle, l'appareil permettant de parfaitement calorifuger la barre latéralement.

Figure 1

Le matériel est normalement prêt à être utilisé sur vos tables. Pour plus de précisions, vous pouvez consulter les pages 6, 7, 8 du manuel utilisateur. Il suffit maintenant d'allumer les ordinateurs et de brancher le câble USB. Lancer le logiciel Conductoo. La notice du logiciel se trouve aux pages 12, 13, 14 du manuel utilisateur.

6.3 Lancement de l'acquisition

On essaie dans un premier temps de mesurer la conductivité thermique du cuivre. Pour cela, la barre de cuivre a été insérée dans l'appareil au contact des capteurs thermiques.

6.3.1 Uniformisation des capteurs

Avant de lancer la chauffe, faites une acquisition simple (Figure 2). La température par chaque capteur s'affiche. Les capteurs peuvent ne pas tous afficher la même température.

Dans le menu « Paramètre », cliquez sur « Uniformity ». Tous les capteurs affichent alors la même température.

6.3.2 Mesure

Dans le menu « paramètre », cliquez sur « Acquisition » puis réglez la durée de l'acquisition à 1500s et le pas entre chaque point à 1s (Figure 3).

Figure 2

Figure 3

Lancer l'acquisition en continu et démarrez consécutivement la chauffe (Figure 2) et le ventilateur de l'appareil (bouton On/Off sur le côté).

Tout au long de la mesure on peut observer l'évolution de la température sur chaque capteur (Figure 4) .

Figure 4

6.4 Exploitation des mesures

On rappelle l'équation de la chaleur dans le cas d'une propagation unidimensionnelle selon x par conduction thermique : $D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ avec $D = \frac{\lambda}{\rho c}$

Le coefficient de diffusion permet de relier temps τ et longueur caractéristique L du phénomène de diffusion.

1) Donner la relation entre D , τ et L . Sachant que la longueur de la barre de cuivre est de $L = 19,5\text{cm}$, évaluer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire pour la barre de cuivre. Conclure sur la durée d'acquisition choisie.

6.4.1 Etude du régime permanent

2) En régime permanent (ou encore stationnaire), comment varie la température en fonction de la position x ? Quelle devrait être alors l'allure de la courbe représentant la température des 8 capteurs en fonction de leur position respective sur la barre de métal ?

3) Le programme indique une puissance de chauffe au niveau de la résistance thermique de $\Phi = 12\text{W}$. En s'appuyant sur la valeur théorique de la conductivité thermique du cuivre et sachant que la surface de la barre vaut $S = 2\text{cm}^2$, quel devrait être la pente de la droite précédente ?

4) A son extrémité droite, la barre est couplée thermiquement à l'extérieur grâce à un échangeur constitué d'un radiateur à ailettes et d'un ventilateur extracteur de chaleur. Ceci permet de maintenir constante la température à cette extrémité (température proche de la température ambiante). Le couplage thermique réalisé par cet échangeur est évalué par le coefficient de transfert conducto-convectif h' , d'après la loi de Newton : $\Phi(x = L) = h' S [T(x = L) - T_{ext}]$

En déduire une méthode possible de mesure de h' .

5) Lorsque l'acquisition est finie, il est possible d'exploiter les mesures effectuées en exportant le fichier de mesure sous un tableur (type excel). Pour cela, aller dans le menu « File », puis « Export » et « Text file ». Ouvrir ensuite Excel et copier-coller le contenu du fichier texte dans une feuille de calcul. Il faudra probablement convertir les données (Données -> Convertir -> Délimité -> Point-virgule). Vous aurez alors dans les deux premières colonnes le temps (en seconde), puis la température relevée par les 8 capteurs de C_1 à C_8 .

Tracer alors la température (on ne prendra pas en compte le capteur C_1) en fonction de la position en régime permanent et faire une régression linéaire. Comparer le coefficient directeur obtenu à la valeur trouvée en question 3. Commenter.

6) En déduire une valeur de la conductivité thermique du cuivre λ . Comparer à la théorie.

7) Donner une valeur du coefficient de transfert conducto-convectif h' .

6.4.2 Etude en régime transitoire

Il est aussi possible de résoudre numériquement l'équation de la chaleur, en approchant les dérivées partielles par des différences finies. En effet, le relevé de température que nous avons effectué n'est pas continu. Il est discret aussi bien dans l'espace ($p = \Delta x = 15\text{mm}$) que dans le temps ($\Delta t = 1\text{s}$).

Rappelons ici le développement de Taylor de la fonction $T(x)$:

$$T(x + p) = T(x) + p \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{p^2}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + O(p^3)$$

8) Montrer que l'on peut approximer les dérivées partielles par les expressions suivantes :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T(x + p, t) + T(x - p, t) - 2T(x, t)}{p^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(x, t + \Delta t) - T(x, t - \Delta t)}{2\Delta t}$$

9) Comment peut-on alors retrouver la valeur de la conductivité thermique en utilisant le fichier excel précédemment créé ?

10) Déterminer alors la valeur de la conductivité thermique en prenant $\Delta x = 30\text{mm}$ et $\Delta t = 10\text{s}$.

Données :

- masse volumique du cuivre : $\mu = 8,9 \cdot 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- capacité thermique massique du cuivre : $c = 385 \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$
- conductivité thermique du cuivre : $\lambda = 389 \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

7 Questions de cours

- 1) Décrire les trois modes de transfert thermique.
- 2) Définir les notions de flux thermique, vecteur densité de flux thermique.
- 3) Donner la loi de Fourier (en 3D) et sa simplification pour une propagation unidimensionnelle. Définir les termes rentrant dans son expression.
- 4) Démontrer l'équation de la chaleur en faisant un bilan enthalpique sur une épaisseur dx de matériau de conductivité λ .
- 5) Comment appelle-t-on le coefficient entrant en compte dans l'équation de la chaleur ? Donner son expression. Quelle est sa signification physique ?
- 6) Résoudre l'équation de la chaleur dans le cas du régime stationnaire.
On prendra le cas d'une tige pour rester avec un problème unidimensionnel. On suppose donc de plus qu'il n'y a aucun échange thermique entre la tige et le milieu extérieur par la surface latérale du cylindre (isolation thermique). Cette tige est cylindrique de section S , de longueur L et ses extrémités sont aux températures T_1 et T_2 ($T_1 > T_2$). Donner l'expression de la température, densité de flux thermique et flux thermique. Commenter.
- 7) Définir la notion de résistance thermique. Donner l'analogie avec l'électricité.
- 8) On donne la loi de Newton : $j_N = h(T_S - T_0)$. Expliquer les différents termes entrant dans son expression. Définir une résistance thermique pour ce type de transfert thermique.

8 Questions à choix multiples

En ligne sur la plateforme Moodle accessible via Atrium : section « Thermo / Transfert d'énergie.... / Test ».

9 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 23/11/2020)

9.1 CCINP TSI 2020

L'eau liquide d'un grand lac est à la température de congélation $T_E = 0\text{ °C}$. L'air au-dessus du lac est à la température $T_A = -10\text{ °C}$. Ces deux températures sont supposées constantes. À l'instant initial, l'eau est liquide puis le lac se couvre progressivement d'une couche de glace (**figure 7**).

Figure 7 - Formation d'une couche de glace à la surface d'un lac

Figure 8 - Simulation graphique représentant l'épaisseur de la couche de glace L en fonction du temps t pour différentes températures T_A de l'air

On suppose que la température $T(x, t)$ ne dépend que du temps et d'une seule coordonnée d'espace, que la glace est un milieu isotrope et que la pression est constante.

L'épaisseur de la couche de glace à l'instant t est notée $L(t)$. À l'instant $t = 0$, $L(0) = 0$.

Le transfert thermique de la glace vers l'air est modélisé par la loi de Newton : $\varphi = h(T_0(t) - T_A)$ avec φ le flux thermique surfacique, $T_0(t) = T(0, t)$ la température de la glace en $x = 0$ et h le coefficient de transfert en $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$. Le référentiel choisi est associé à l'interface entre l'air et la glace.

La masse volumique de la glace, supposée incompressible et indilatable, est notée ρ ; la conductivité thermique de la glace est notée λ et la capacité calorifique massique de la glace est notée c . Ces grandeurs associées à la glace sont supposées indépendantes de la température et de la pression.

Q34. Citer trois modes de transfert thermique.

Q35. En utilisant la loi de Fourier, donner l'expression du vecteur densité de flux thermique noté $\vec{J}_{th}$ à l'intérieur de la glace.

Q36. À l'aide d'un bilan thermique local à une dimension sur un parallélépipède de surface S et d'épaisseur dx , établir une relation différentielle entre la température et la norme du vecteur densité de flux thermique au sein de la glace.

Q37. En déduire l'équation de la diffusion thermique :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Q38. En se plaçant dans le cadre de l'approximation quasi stationnaire, montrer que pour

$$0 \leq x \leq L(t) :$$

$$T(x, t) = T_0(t) + (T_E - T_0(t)) \frac{x}{L(t)}. \quad (5)$$

Q39. Déduire de la continuité du flux thermique en $x = 0$ l'expression de $L(t)$ en fonction de $T_0(t)$:

$$L(t) = \frac{\lambda(T_E - T_0(t))}{h(T_0(t) - T_A)}. \quad (6)$$

Q40. On admet que l'épaisseur de la couche de glace en fonction du temps est représentée par la simulation graphique en **figure 8**. Au bout de 20 heures, les joueurs de hockey peuvent-ils considérer que la glace est suffisamment solide pour pouvoir jouer dessus ?

Q41. En utilisant la **figure 8**, commenter puis expliquer l'évolution de la vitesse de formation de la glace pour une même température de l'air T_A , puis pour différentes températures de l'air T_A .

Q42. De quelle autre grandeur, encore non citée jusqu'à présent, a-t-on eu besoin pour résoudre numériquement le problème et proposer la simulation en **figure 8** ? Donner sa définition et préciser l'unité.

10 Exercices type oral

10.1 Contacts thermiques

Lorsqu'on touche deux objets à la même température, l'un en bois et l'autre en métal, celui en métal semble plus froid que celui en bois, malgré leurs températures identiques. L'objet de ce problème est d'étudier ce phénomène.

On étudie la conduction thermique suivant $\vec{u}_x$ entre deux solides 1 et 2, de même section S , portés aux températures extrémales T_1 et T_2 . On note T_0 la température de la jonction.

1) Etablir, en régime permanent, l'expression de la température $T(x)$, $x \in [-l_1, 0]$ et $[0, l_2]$ en fonction de $T_1, T_2, \lambda_1, \lambda_2, l_1, l_2$. On exprimera T_0 en fonction des données précédentes.

2) Calculer numériquement T_0 pour un contact 1/2 métal/peau puis bois/peau (on prendra $l_1 = l_2$) où $T_1 = 20^\circ\text{C}$, $T_2 = 37^\circ\text{C}$. Conclure quant à la sensation de froid.

On pose R_{th1} et R_{th2} les résistances thermiques relatives aux solides 1 et 2.

3) Comment exprimer ces résistances en fonction de $l_1, l_2, \lambda_1, \lambda_2$ et S , la surface en contact des deux solides ?

4) Etablir la valeur de la température T_0 de la jonction en fonction de T_1, T_2, R_{th1} et R_{th2} .

5) Envisager et commenter les cas $R_{th1} \gg R_{th2}$ et $R_{th1} = R_{th2}$.

6) Comparer avec les résultats de la question 1.

Données :

	métal	corps humain	bois
$\lambda(W.m^{-1}.K^{-1})$	350	$6,0.10^{-1}$	$7,5.10^{-1}$

10.2 Bilan entropique macroscopique

Les extrémités d'un cylindre C de section S , de longueur l , de conductivité thermique λ , sont portées aux températures $T(0) = T_1$ et $T(l) = T_2$. Les parois du cylindre sont parfaitement calorifugées. L'étude a lieu en régime permanent indépendant du temps. Toutes les réponses sont attendues en fonction de T_1, T_2, λ, S et l .

1) $\vec{j}_{th} = j_{th}\vec{u}_x$ avec $j_{th} > 0$: quelle est l'inégalité entre T_1 et T_2 ?

2) Quel est le flux thermique Φ traversant une section droite de C ?

3) Quelle est la variation d'entropie dS de C pendant la durée dt ?

4) Quelle est l'entropie δS_{ech} échangée par C avec les sources extérieures à T_1 et T_2 pendant dt ?

5) Quelle est l'entropie $\delta S_{créé}$ dans C pendant dt ? Conclure.

10.3 Simple et double vitrage

On considère une pièce à la température $T_i = 20^\circ\text{C}$. La température extérieure est $T_e = 5^\circ\text{C}$. On étudie les transferts thermiques avec l'extérieur à travers une vitre en verre de conductivité thermique $\lambda = 1,15W.m^{-1}.K^{-1}$, de largeur 60 cm, de hauteur 60 cm et d'épaisseur 3mm. On suppose qu'il n'y a pas de flux sortant à travers les autres parois de la pièce. On se place en régime stationnaire.

1) Définir et calculer la résistance thermique de la vitre. En déduire le flux thermique sortant à travers le simple vitrage.

2) On remplace le simple vitrage par un double vitrage constitué d'une vitre de 3 mm d'épaisseur, d'une couche d'air de conductivité thermique $\lambda_{air} = 0,025W.m^{-1}.K^{-1}$, d'épaisseur 10 mm et d'une autre vitre identique à la première. Donner le schéma thermique équivalent. Calculer le flux thermique sortant à travers le double vitrage et les différentes températures dans le double vitrage. Interpréter.

10.4 Chauffage d'une pièce

On souhaite maintenir constante la température d'une pièce à $T_i = 20^\circ\text{C}$. La résistance thermique des 4 murs et du sol est $R_{th1} = 10,0.10^{-3}K.W^{-1}$. La résistance thermique du plafond et des tuiles est $R_{th2} = 2,0.10^{-3}K.W^{-1}$. La température de l'extérieur est $T_e = 10^\circ\text{C}$. On se place en régime stationnaire.

1) Calculer la puissance thermique P à apporter à la pièce pour maintenant constante la température.

2) On améliore l'isolation thermique en rajoutant une plaque de matériau isolant entre le plafond et les tuiles. Calculer la résistance thermique de ce matériau afin de réaliser une économie de 50% sur la puissance thermique.

10.5 Isolant

Une couche d'isolant d'épaisseur $d = 10\text{cm}$ et de conductivité thermique $\lambda = 0,04\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ a une face maintenue à la température $T_1 = 100^\circ\text{C}$. L'autre face est refroidie par convection par un courant d'air à $T_0 = 25^\circ\text{C}$ qui doit maintenir sa température à la valeur de $T_S = 30^\circ\text{C}$ (en régime permanent).

Calculer quelle doit être la valeur du coefficient h défini dans la loi de Newton : $j_N = h(T_S - T_0)$. On résoudra d'abord le problème sans faire appel à la notion de résistances thermiques, puis en les utilisant. Quel paramètre peut-on adapter simplement pour obtenir cette valeur ?

10.6 Ailette de refroidissement

On considère une barre de cuivre cylindrique de rayon $a = 5\text{mm}$, de longueur L . En $x = 0$, la barre de cuivre est en contact avec un milieu à la température $T_0 = 330\text{K}$. Tout le reste de la tige est en contact avec l'air ambiant de température uniforme $T_e = 300\text{K}$. On appelle $\lambda = 400\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ la conductivité thermique du cuivre et $h = 12\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ le coefficient de transfert conducto-convectif entre la barre de cuivre et l'air. On se place en régime stationnaire. On pose $\delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$. On considère que la longueur de la tige est quasi-infinie.

On rappelle la loi de Newton :

La densité de flux thermique sortant à travers la surface d'un solide en contact avec un fluide est proportionnelle à l'écart entre la température T_S de la surface du solide et le température T_0 du fluide : $j_N = h(T_S - T_0)$

- 1) Faire un schéma en explicitant le bilan de puissance en régime stationnaire.
- 2) Déterminer le profil de température $T(x)$ en tout point de la barre de cuivre.