Nom :

Interrogation de cours

1) Donner les expressions en coordonnées cartésiennes des opérateurs : gradient et rotationnel.

$$\overrightarrow{grad}(m) = \left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)\overrightarrow{u_x} + \left(\frac{\partial m}{\partial y}\right)\overrightarrow{u_y} + \left(\frac{\partial m}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_z}$$

$$\overrightarrow{rot}(\vec{a}) = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\overrightarrow{u_x} + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\overrightarrow{u_y} + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right)\overrightarrow{u_z}$$

2) Donner les quatre équations de Maxwell dans le vide (nom et formulation).

Le **champ électromagnétique** est caractérisé par un couple de vecteurs noté $\{\vec{E},\vec{B}\}$ où $\vec{E}$ est le vecteur **champ électrique** (V.m^{-1}) et $\vec{B}$ est le vecteur **champ magnétique** (T).
Ce champ électromagnétique créé au point M à l'instant t par la distribution $\{\rho,\vec{j}\}$ où ρ est la densité volumique de charges (C.m^{-3}) et $\vec{j}$ est la densité volumique de courants (A.m^{-2}).
Il est régi par les quatre **équations de Maxwell dans le vide** :

- **Equation de Maxwell-Gauss** (MG) :

$$\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

- **Equation de Maxwell-Ampère** (MA) :

$$\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$$

- **Equation de Maxwell-Thomson** (ou flux) (MT) :

$$\boxed{div\vec{B} = 0}$$

- **Equation de Maxwell-Faraday** (MF) :

$$\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

3) Etablir les lois intégrales correspondant aux équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-Ampère.

L'équation de Maxwell-Gauss exprime la **validité générale du théorème de Gauss** :

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad\Rightarrow\quad \iiint_V div(\vec{E})d\tau = \iiint_V \frac{\rho}{\varepsilon_0}d\tau \quad\Rightarrow\quad \oiint_\Sigma \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

L'équation de Maxwell-Ampère exprime la **forme généralisée du théorème d'Ampère** :

$$\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \overrightarrow{j_D}) \quad\Rightarrow\quad \iint_S \overrightarrow{rot}(\vec{B})\cdot\overrightarrow{dS} = \mu_0\iint_S(\vec{j} + \overrightarrow{j_D}).\overrightarrow{dS} \quad\Rightarrow\quad \oint_\Gamma \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \mu_0\iint_S(\vec{j} + \overrightarrow{j_D}).\overrightarrow{dS}$$

4) Comment se simplifie les équations de Maxwell dans le cadre d'un régime permanent ?

$$(MG)\quad div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$
$$(MA)\quad \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}$$
$$(MT)\quad div\vec{B} = 0$$
$$(MF)\quad \overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{0}$$

5) Etablir les équations de Poisson et de Laplace de l'électrostatique.

En partant (MG), on aboutit à : $div\vec{E} = div\left(-\overrightarrow{grad}V\right) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad\Rightarrow\quad -\Delta V = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Dans une région sans charges :

$$\Delta V = 0$$

Nom :

Interrogation de cours

1) Donner les expressions en coordonnées cartésiennes des opérateurs : divergence et laplacien scalaire.

$$div(\vec{a}) = \left(\frac{\partial a_x}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial a_y}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial a_z}{\partial z}\right)$$

$$\Delta m = \left(\frac{\partial^2 m}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 m}{\partial y^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 m}{\partial z^2}\right)$$

2) Donner les quatre équations de Maxwell dans le vide (nom et formulation).

Le **champ électromagnétique** est caractérisé par un couple de vecteurs noté $\{\vec{E}, \vec{B}\}$ où $\vec{E}$ est le vecteur **champ électrique** (V.m^{-1}) et $\vec{B}$ est le vecteur **champ magnétique** (T).
Ce champ électromagnétique créé au point M à l'instant t par la distribution $\{\rho, \vec{j}\}$ où ρ est la densité volumique de charges (C.m^{-3}) et $\vec{j}$ est la densité volumique de courants (A.m^{-2}).
Il est régi par les quatre **équations de Maxwell dans le vide** :

- **Equation de Maxwell-Gauss** (MG) :

$$\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

- **Equation de Maxwell-Ampère** (MA) :

$$\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

- **Equation de Maxwell-Thomson** (ou flux) (MT) :

$$\boxed{div\vec{B} = 0}$$

- **Equation de Maxwell-Faraday** (MF) :

$$\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

3) Etablir les lois intégrales correspondant aux équations de Maxwell-Thomson et Maxwell-Faraday.

L'équation de Maxwell-Thomson exprime le **caractère conservatif du flux magnétique** en régime variable :

$$div\vec{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \iiint_V div(\vec{B})d\tau = 0 \quad \Rightarrow \quad \oiint_S \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS} = 0$$

Cette équation rend compte du **phénomène d'induction électromagnétique** :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \iint_S \overrightarrow{rot}(\vec{E})\cdot\overrightarrow{dS} = \iint_S\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)\cdot\overrightarrow{dS} \quad \Rightarrow \quad \oint_C \vec{E}\cdot\overrightarrow{dl} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS} \quad \Rightarrow \quad e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

4) Comment se simplifie les équations de Maxwell dans un conducteur et dans le cadre de l'ARQS ?

$$(MG) \quad div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$
$$(MA) \quad \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}$$
$$(MT) \quad div\vec{B} = 0$$
$$(MF) \quad \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

5) Définir l'approximation des régimes quasi stationnaires. On comparera une durée typique d'évolution des sources à une durée de propagation de l'onde électromagnétique.

On appelle ***approximation des régimes quasi-stationnaires*** *(ARQS) l'étude de l'électromagnétisme dans le cas où les temps de propagation sont négligeables devant la période des signaux.*
Si l'on note τ le temps de propagation du signal et T la période, alors l'ARQS est applicable si $\tau \ll T$.