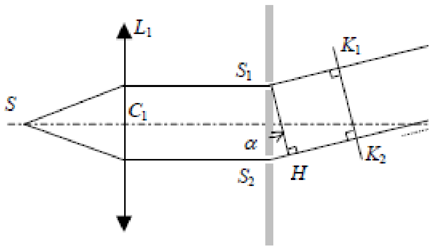
Nom :

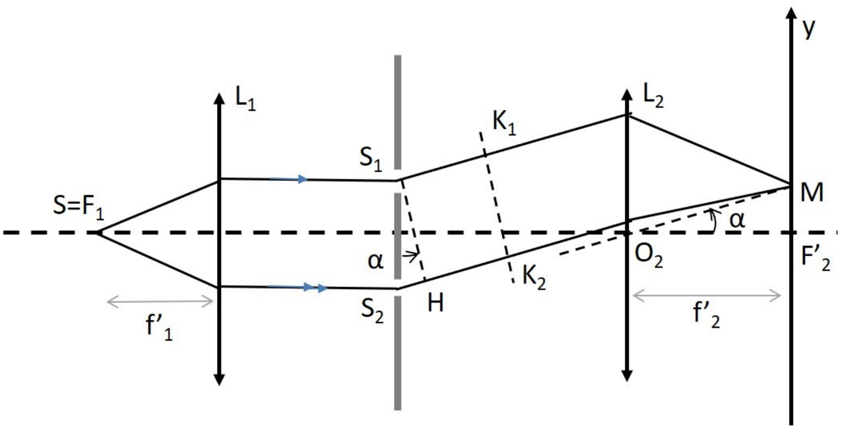
Interrogation de cours

On ajoute une première lentille convergente L_1 au dispositif telle que la source S se trouve en son foyer objet. Alors les trous sont éclairés en lumière parallèle et les rayons émergeant des trous sont aussi parallèles. On parle d'observation à l'infini.
Pour pouvoir se ramener à une distance finie, on place une seconde lentille convergente L_2 telle que l'écran se trouve en son plan focal image.



1) Faire un schéma et prolonger les rayons jusqu'au point M se trouvant sur l'écran.
2) Exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.
3) En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0, en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M.
4) Quelle est la forme de la figure d'interférence observée sur l'écran ?
5) Donner l'expression de l'interfrange.

1)



2)

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M)$$

S_1 et S_2 sont conjugués avec S, on a donc toujours : $(SS_2) = (SS_1)$
Les points K_1 et K_2 sont eux-mêmes conjugués avec M, car ils appartiennent à la même surface d'onde. En particulier, S_1 et H sont conjugués avec M, d'où : $(HM) = (S_1M)$
Alors la différence de marche peut se mettre sous la forme :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) + (HM) - (S_1M) = (S_2H) = nS_2H$$

L'utilisation des lentilles impose d'être dans les conditions de Gauss, les rayons sont donc peut inclinés, et on a :

$$S_2H = a\sin\alpha \approx a\tan\alpha \approx a\frac{MF'_2}{O_2F'_2} \approx a\frac{y}{f'_2}$$

3) $I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi n a y}{\lambda f'_2}\right)\right)$

4) *L'intensité ne dépend que de la seule coordonnée y : les franges d'interférences sont donc des segments de droites parallèles à l'axe des x donc perpendiculaires à S_1S_2.*

5) $i = \frac{\lambda f'_2}{na}$

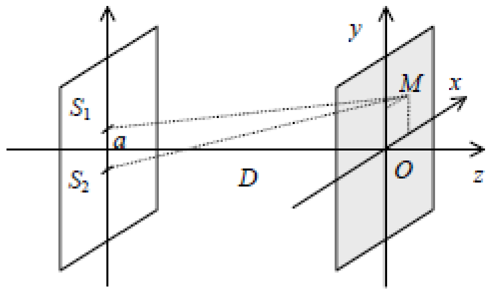
Nom :

Interrogation de cours

La source S éclairant les deux fentes est placée à la même distance de chacune d'elles. On se trouve dans un milieu d'indice n.
Soit a la distance séparant les deux fentes, D la distance à l'écran et λ la longueur d'onde de la source ponctuelle. On pose :

$$D \gg a,\ |x|,\ |y|\ \gg \lambda$$

1) En s'appuyant sur le schéma ci-contre, exprimer la différence de marche δ entre les deux rayons.



2) En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0, en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M.
3) Quelle est la forme de la figure d'interférence observée sur l'écran ?
4) Donner l'expression de l'interfrange et notée i.

1) La différence de marche se met sous la forme :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M) = (S_2M) - (S_1M)$$
$$\delta = n(S_2M - S_1M)$$

On exprime alors $S_2M - S_1M$ au point M, de coordonnées (x, y) situé au voisinage de O sur un écran placé à la distance D du plan des sources S_1 et S_2.

On a alors : $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y}$

$$\overrightarrow{OS_1} = \frac{a}{2}\overrightarrow{e_y} - D\overrightarrow{e_z}$$
$$\overrightarrow{OS_2} = -\frac{a}{2}\overrightarrow{e_y} - D\overrightarrow{e_z}$$

D'où :

$$\begin{cases} \overrightarrow{S_1M} = \overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_x} + \left(y - \frac{a}{2}\right)\overrightarrow{e_y} + D\overrightarrow{e_z} & \Rightarrow \quad S_1M = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \\ \overrightarrow{S_2M} = \overrightarrow{S_2O} + \overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_x} + \left(y + \frac{a}{2}\right)\overrightarrow{e_y} + D\overrightarrow{e_z} & \Rightarrow \quad S_2M = \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \end{cases}$$

En supposant que : $D \gg a,\ |x|,\ |y|\ \gg \lambda$

On peut effectuer un développement limité au second ordre en $\frac{a}{D}, \frac{x}{D}$ *et* $\frac{y}{D}$ *:*

$$S_1M = D\sqrt{1 + \left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{ay}{D^2}} \approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{ay}{D^2}\right)\right)$$
$$S_2M \approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 + \frac{ay}{D^2}\right)\right)$$

Alors, pour la différence de marche, on obtient : $\delta(M) = n(S_2M - S_1M) \approx nD\frac{ay}{D^2} \approx n\frac{ay}{D}$

2) La répartition de l'intensité lumineuse sur l'écran peut alors se mettre sous la forme :

$$I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda_0 D}\right)\right)$$

3) *L'intensité ne dépend que de la seule coordonnée y : les franges d'interférences sont donc des segments de droites parallèles à l'axe des x donc perpendiculaires à S_1S_2.*

4) $i = \frac{\lambda_0 D}{na} \quad \Rightarrow \quad I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi y}{i}\right)\right)$