Nom :

Interrogation de cours

1) Démontrer la relation de la statique des fluides. On considèrera une particule de fluide de volume $dV = rdrd\theta dz$ et l'axe (Oz) ascendant.

Référentiel galiléen

Base cylindrique : axe Oz ascendant

Système **:** particule de fluide de section dS et de hauteur dz, de masse $dm = \mu(M)dSdz$

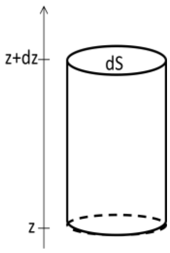
Bilan des forces :

Force de pesanteur : $\overrightarrow{dF_V} = dm\vec{g} = -\mu(M)gdSdz\overrightarrow{u_z}$

Forces de pression:

Celles s'exerçant sur la surface latérale du cylindre se compensent

alors $\overrightarrow{dF_S} = \left(P(x,y,z) - P(x,y,z+dz)\right)dxdy\overrightarrow{u_z}$



Principe fondamental de la dynamique : $\overrightarrow{dF_V} + \overrightarrow{dF_S} = \vec{0}$

Projection sur Oz **:** $\frac{dP}{dz}(z) = -\mu(z)g$

2) En coordonnées cartésiennes, donner l'expression du vecteur position et du vecteur déplacement élémentaire.

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{u_x} + y\overrightarrow{u_y} + z\overrightarrow{u_z} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\mathfrak{R}} \qquad d\overrightarrow{OM} = dx\overrightarrow{u_x} + dy\overrightarrow{u_y} + dz\overrightarrow{u_z} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}_{\mathfrak{R}}$$

3) En coordonnées cylindrique, donner les expressions des différentes surfaces élémentaires et du volume élémentaire.

$$\begin{cases} r = cte & dS = rd\theta dz \\ \theta = cte & dS = drdz \\ z = cte & dS = rdrd\theta \end{cases} \quad et \quad dV = rdrd\theta dz$$

Nom :

Interrogation de cours

1) Démontrer la relation de la statique des fluides. On considèrera une particule de fluide de volume $dV = dxdydz$ et l'axe (Oz) descendant.

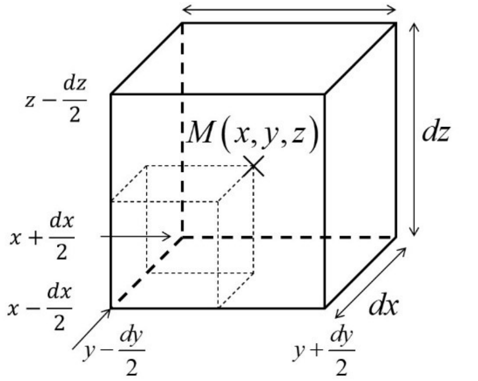
Référentiel galiléen
Base cartésienne : axe Oz descendant
Système **:** particule de fluide centrée sur le point $M(x,y,z)$ de volume élémentaire $dV = dxdydz$ compris entre les coordonnées $x-\frac{dx}{2}$ et $x+\frac{dx}{2}$, $y-\frac{dy}{2}$ et $y+\frac{dy}{2}$, $z-\frac{dz}{2}$ et $z+\frac{dz}{2}$, de masse $dm = \mu(M)dV$

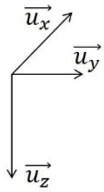
Bilan des forces :

Force de pesanteur : $\overrightarrow{dF_V} = dm\vec{g} = \mu(M)gdV\overrightarrow{u_z}$

Forces de pression:

$$\overrightarrow{dF_S} = \left(P\left(x-\frac{dx}{2},y,z\right) - P\left(x+\frac{dx}{2},y,z\right)\right)dydz\overrightarrow{u_x} + \left(P\left(x,y-\frac{dy}{2},z\right) - P\left(x,y+\frac{dy}{2},z\right)\right)dxdz\overrightarrow{u_y} + \left(P\left(x,y,z-\frac{dz}{2}\right) - P\left(x,y,z+\frac{dz}{2}\right)\right)dxdy\overrightarrow{u_z}$$





Principe fondamental de la dynamique : $\overrightarrow{dF_V} + \overrightarrow{dF_S} = \vec{0}$

Projection sur les axes **:** $\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x}(x,y,z) = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y}(x,y,z) = 0 \\ \frac{dP}{dz}(z) = \mu(z)g \end{cases}$ => la pression est indépendante des coordonnées x et y

2) En coordonnées cylindriques, donner l'expression du vecteur position et du vecteur déplacement élémentaire.

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{u_r} + z\overrightarrow{u_z} = \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ z \end{pmatrix}_{\Re_{cyl}} \quad \text{et} \quad d\overrightarrow{OM} = dr\overrightarrow{u_r} + rd\theta\overrightarrow{u_\theta} + z\overrightarrow{u_z} = \begin{pmatrix} dr \\ rd\theta \\ dz \end{pmatrix}_{\Re_{cyl}}$$

3) En coordonnées cartésiennes, donner les expressions des différentes surfaces élémentaires et du volume élémentaire.

$$\begin{cases} x = cte \quad dS = dydz \\ y = cte \quad dS = dxdz \\ z = cte \quad dS = dxdy \end{cases} \quad et \ \ dV = dxdydz$$