

Equations de Maxwell

Principe de conservation de la charge

La charge électrique est une **grandeur conservative**. Ce principe se traduit par l'équation locale :

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Equations de Maxwell dans le vide

Le **champ électromagnétique** est caractérisé par un couple de vecteurs noté $\{\vec{E}, \vec{B}\}$ où \vec{E} est le vecteur **champ électrique** (V.m^{-1}) et \vec{B} est le vecteur **champ magnétique** (T).

Ce champ électromagnétique créé au point M à l'instant t par la distribution $\{\rho, \vec{j}\}$ est régi par les quatre **équations de Maxwell dans le vide**.

Formes locales	Formes intégrales
Equation de Maxwell-Gauss (MG): $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	Validité générale du théorème de Gauss : $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$
Equation de Maxwell-Ampère (MA): $\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	Forme généralisée du théorème d'Ampère : $\oint_r \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S (\vec{j} + \vec{j}_D) \cdot d\vec{S} \quad \text{avec} \quad \vec{j}_D = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ avec densité de courant de déplacement \vec{j}_D
Equation de Maxwell-Thomson (ou flux) (MT): $\operatorname{div} \vec{B} = 0$	Conservation du flux magnétique : $\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$
Equation de Maxwell-Faraday (MF): $\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	Phénomène d'induction électromagnétique : $e = - \frac{d\Phi}{dt}$

Equations de Maxwell dans une région vide de charges et de courants : $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$

$$\begin{aligned}
 (MG) \quad \operatorname{div} \vec{E} &= 0 & (MA) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\
 (MT) \quad \operatorname{div} \vec{B} &= 0 & (MF) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}
 \end{aligned}$$

Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

Etude de l'électromagnétisme dans le cas où les temps de propagation sont négligeables devant la période des signaux. Si l'on note τ le temps de propagation du signal et T la période, alors l'ARQS est applicable si $\tau \ll T$.

Equations de Maxwell dans un conducteur, dans le cadre de l'ARQS :

Dans les conducteurs : $\|\vec{j}_D\| \ll \|\vec{j}\|$

$$(MA) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Cas particulier des régimes stationnaires (ou permanents) :

$$\begin{aligned}
 (MG) \quad \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & (MA) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} \\
 (MT) \quad \operatorname{div} \vec{B} &= 0 & (MF) \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} &= \vec{0}
 \end{aligned}$$

Equation de Poisson : Equation locale reliant potentiel et densité volumique de charge :

$$\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

Equation de Laplace : dans une région sans charges :

$$\Delta V = 0$$