

Concours Blanc 1

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION : - La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

Puiser dans la mer Rouge pour sauver la mer Morte

Située entre la Jordanie, Israël et la Palestine, la mer Morte, la mer la plus salée au monde, est menacée de disparition : elle a perdu un tiers de sa surface depuis 1960 et continue de baisser de plus d'un mètre par an. En cause, les exploitations intensives de potasse, qui accélèrent son évaporation, mais surtout la diminution du débit du fleuve Jourdain, de plus en plus exploité par les deux pays qu'il borde, Jordanie et Israël.

Un désastre pour la mer Morte et ses riverains jordaniens, israéliens et palestiniens.

Pour contrer cette baisse de niveau, les deux pays, Jordanie et Israël, se sont entendus sur un projet qui consiste à pomper de l'eau dans la mer Rouge pour la reverser dans la mer Morte (Document 1).

À l'heure actuelle, le niveau de l'eau de la mer Morte baisse d'un mètre environ chaque année et sa surface depuis 1960 est passée de 950 km² à 637 km². Si rien n'est fait pour y remédier, la mer la plus salée du monde, située à 423 m en dessous du niveau de la mer Rouge, disparaîtra d'ici à 2050 (Figure 1).

Le projet d'un canal mer Morte/mer Rouge, connu sous le nom de « canal de la Paix », prévoit de pomper de l'eau dans la mer Rouge à la hauteur du port jordanien d'Akaba, pour la reverser grâce à un pipeline dans la mer Morte. L'eau prélevée dans le golfe d'Aqaba ira d'abord dans une usine de désalinisation pour obtenir une eau potable qui fait cruellement défaut dans la région. Puis les saumures issues du dessalement seront transférées dans le pipeline, en passant par une centrale hydroélectrique afin de fournir de l'électricité à la Jordanie, à Israël et à l'Autorité palestinienne.

Source : www.solidariteetprogres.fr

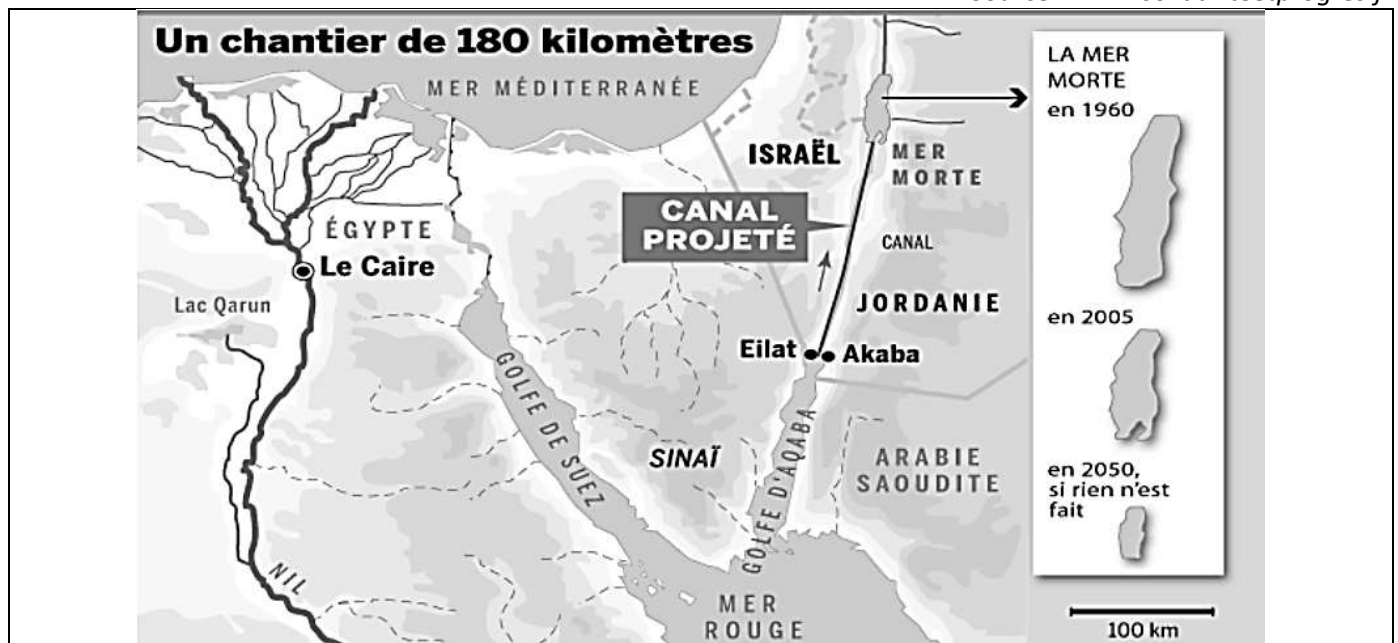


Figure 1/ Projet de canal mer Rouge / mer Morte

Document 1. Le canal de la paix

Le pipeline (Figure 2) serait alimenté par les saumures (eaux salées) produites par une usine de dessalement d'eau de mer installée sur les rives de la Mer Rouge.

On note respectivement Z_{mor} et Z_{rou} les cotes de la sortie et de l'entrée du pipeline transportant la saumure.

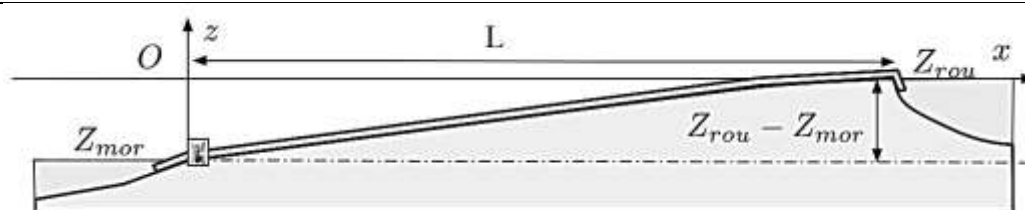


Figure 2. Modélisation du pipeline

I) Evaporation de l'eau de la mer Morte

La pluviométrie autour de la Mer Morte est en moyenne de $h_p = 60 \text{ mm.an}^{-1}$ (moins du dixième de la valeur à Paris par exemple).

Le débit volumique moyen du Jourdain est de $D_{V,Jou} = 16 \text{ m}^3.s^{-1}$.

On supposera que la diminution du niveau d'eau de la mer Morte est essentiellement due à l'évaporation.

- 1) D'après le Document 1, estimer le volume d'eau perdu par la mer Morte en une année à l'heure actuelle.
- 2) Réaliser un bilan volumique en tenant compte de la pluviométrie, de l'apport du Jourdain et du phénomène d'évaporation, puis en déduire une estimation de la hauteur d'eau évaporée par an à la surface de la mer morte.
- 3) Quelle serait la baisse annuelle de niveau qui serait observée en cas d'exploitation totale du Jourdain, c'est-à-dire son assèchement complet. Commenter la valeur obtenue.



Figure 3. Jourdain ou Jordan River

Aides aux calculs :

$1,6 \times 3,600 \times 2,4 \times 3,65 = 50,5$	$1,6 \times 3,600 = 5,76$
$6,0 \times 6,37 = 38,2$	$\frac{5,05}{6,37} = 7,93.10^{-1}$
$\frac{1,18}{6,37} = 1,85.10^{-1}$	$\frac{1,14}{6,37} = 1,79.10^{-1}$

II) Analyse de l'écoulement dans le pipeline

Lors du transvasement de l'eau de la mer Rouge vers la mer Morte, la saumure va circuler dans le pipeline.

On suppose cet écoulement stationnaire et incompressible.

Soient P_1 et P_2 les pressions respectivement en amont et en aval de la canalisation que l'on suppose pour cette partie quasi-horizontale (Figure 4).

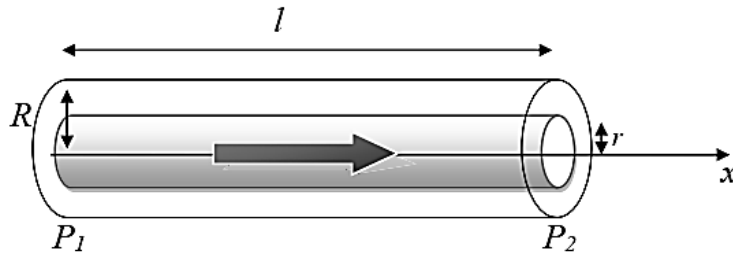


Figure 4. Canalisation et circulation de la saumure

On se place dans le cadre d'un écoulement de type Poiseuille cylindrique laminaire pour lequel le champ des vitesses s'écrit en coordonnées cylindriques (r, θ, z) :

$$\vec{v}(M) = v(r)\vec{u}_x$$

On négligera pour cette partie l'influence de la pesanteur devant les forces de pression et de viscosité.

Données pour les parties II et III :

masse volumique de la saumure	$\rho = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
viscosité de la saumure	$\eta = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Pl}$
longueur de la conduite	$l = 200 \text{ km}$
section uniforme de diamètre	$d = 3,0 \text{ m}$
accélération de la pesanteur	$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
masse volumique de l'air à la surface de la mer	$\rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

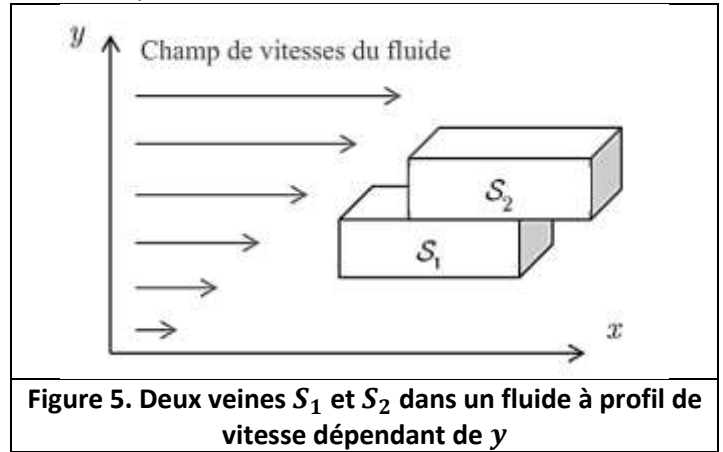
Aides aux calculs pour les parties II et III :

$\frac{8 \times 1,1 \times 2}{\pi \times 1,5^4} = 1,1$	$\frac{\pi \times 1,5^4}{8 \times 1,1 \times 2} = 0,90$	$6,4 \times 3,0 = 19$
$1,2 \times 9,8 \times 4,23 = 50$	$1,1 \times 9,8 \times 4,23 = 46$	$7,9 \times 3,0 = 24$
$\frac{5,0}{1,1} = 4,5$	$\frac{5,0}{0,9} = 5,6$	$\frac{4,5}{\pi \times 1,5^2} = 0,64$
$\frac{1,1}{5,0} = 0,22$	$\frac{0,9}{5,0} = 0,18$	$\frac{5,6}{\pi \times 1,5^2} = 0,79$
$\sqrt{\frac{3 \times 4,6}{1,1 \times 1,5}} = 2,9$	$\sqrt{\frac{1,1 \times 1,5}{3 \times 4,6}} = 0,35$	$2,9 \times \pi \times 1,5^2 = 20$
$0,35 \times \pi \times 1,5^2 = 2,5$	$2,0 \times 3,600 \times 2,4 \times 3,65 = 63$	$2,5 \times 3,600 \times 2,4 \times 3,65 = 79$
$9,9 \times 3,600 \times 2,4 \times 3,65 = 312$	$\frac{3,25}{6,37} = 0,51$	

On rappelle que pour un fluide newtonien de viscosité η décrit par un écoulement unidirectionnel, la force exercée par la veine S_1 sur la veine S_2 (Figure 5) s'écrit :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} S \vec{u}_x$$

S étant la surface de contact entre les deux veines.



On choisit comme système d'étude un cylindre de rayon r et de longueur l comme représenté en gris sur la Figure 4.

- 4) Justifier que l'accélération d'une particule de fluide est nulle.
- 5) Faire un bilan des forces sur le système étudié en Figure 4.
- 6) A l'aide du principe fondamental de la dynamique, montrer que le champ de vitesse s'écrit dans la canalisation :

$$\vec{v}(M) = \frac{R^2 - r^2}{4\eta l} (P_1 - P_2) \vec{u}_x$$

- 7) Montrer que le débit volumique D_V à travers une section droite de la canalisation s'écrit selon la loi de Hagen-Poiseuille :

$$D_V = \frac{\pi R^4}{8\eta l} (P_1 - P_2)$$

On rappelle que lorsque la vitesse n'est pas uniforme sur une section, le débit volumique s'exprime : $D_V = \iint_S \vec{v} \cdot \vec{dS}$

- 8) Par analogie avec une loi similaire en électrocinétique, dont on rappellera le nom, définir une résistance hydraulique R_{hyd} et donner son expression en fonction de η , l et R . Commenter sa dépendance avec le rayon de la conduite.
- 9) En déduire l'expression de la vitesse moyenne V_{moy} dans une section de la conduite, supposée alors uniforme sur la section, encore appelée vitesse débitante.
- 10) Application numérique : calculer R_{hyd} pour le pipeline.

A l'aide du Document 1, estimer la valeur de la chute de pression $P_1 - P_2$ entre l'entrée et la sortie du pipeline (on admettra pour simplifier que la chute de pression dans l'air est de l'ordre de la chute de pression que l'on obtiendrait en hydrostatique sur la même hauteur).

En déduire une valeur numérique de $D_{V,1}$, puis de V_{moy} .

- 11) Calculer la valeur du nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho V_{moy} d}{\eta}$ pour la saumure s'écoulant dans le pipeline. Quel est le type d'écoulement dans la conduite ? La loi de Hagen-Poiseuille était-elle vraiment applicable ?

III) Bilan énergétique

III.1) Fluide parfait

Pour corriger l'étude précédente, on doit se placer dans le cas plus général d'écoulement unidimensionnel et stationnaire dans le pipeline (Figure 6). On réalise pour cela une étude énergétique de celui-ci.

Cet écoulement peut recevoir théoriquement depuis l'extérieur :

- un travail massique indiqué w_i autre que celui des forces de pression,
- un transfert thermique massique q .

Une particule fluide située au point M de l'écoulement est caractérisée par :

- son énergie cinétique massique e_c ,
- son énergie potentielle massique e_p ,
- son enthalpie massique h .

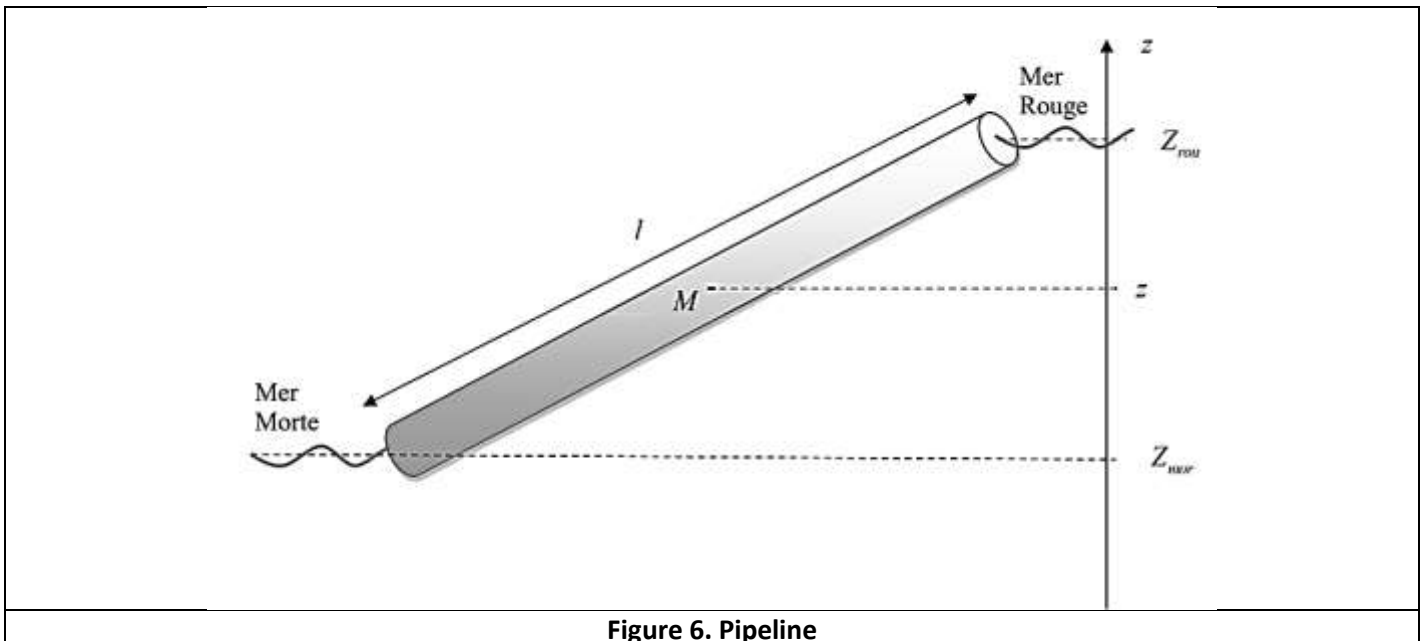


Figure 6. Pipeline

- 12)** À l'aide d'un schéma, définir un système ouvert et un système fermé pour cet écoulement. Établir l'expression du premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_i + q$$

On suppose pour la question suivante que :

- la canalisation est calorifugée,
- le fluide ne reçoit aucun travail indiqué (aucune turbine ni pompe dans la canalisation),
- le fluide est incompressible et parfait, c'est-à-dire non visqueux, l'écoulement adiabatique et réversible,
- la seule force agissant sur le fluide est la force de pesanteur.

- 13)** Montrer que la relation précédente peut s'écrire :

$$\Delta p + \frac{1}{2} \rho \Delta(v^2) + \rho g \Delta z = 0$$

Avec p la pression, v la vitesse et z l'altitude d'un point M du fluide.

Comment se nomme la relation précédente ?

Elle peut aussi s'écrire : $\Delta P_{tot} = 0$ avec $P_{tot} = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z$ la pression dite totale.

- 14)** Interpréter P_{tot} en termes énergétiques. Quelle conclusion peut-on tirer d'une étude expérimentale où l'on trouverait $\Delta P_{tot} \neq 0$?

III.2) Fluide Newtonien

Par la suite, on se place dans ce dernier cas. Le relation $\Delta P_{tot} = 0$ n'est donc plus valable.

- 15) À l'aide du Document 1 et de la Figure 2, déterminer la valeur numérique de ΔP_{tot} le long du pipeline en négligeant les variations de vitesse et de pression entre entrée et sortie. Commenter la valeur obtenue. A quoi cela peut être dû ? Comment peut-on alors appeler ΔP_{tot} dans une conduite de section constante ?

L'écart à la loi de Bernoulli est essentiellement lié à la rugosité du matériau constituant la conduite créant dans celle-ci un écoulement très turbulent. Pour caractériser un tel écoulement, on utilise le graphe de la Figure 7 qui traduit l'évolution de ΔP_{tot} en fonction du nombre de Reynolds et ce pour différentes valeurs de la rugosité du matériau utilisé.

Afin de normaliser les grandeurs entre elles, on utilise leurs équivalents adimensionnés suivants :

- le coefficient de friction $f = \frac{2d}{\rho V^2 l} |\Delta P_{tot}|$
- la rugosité relative ε/d

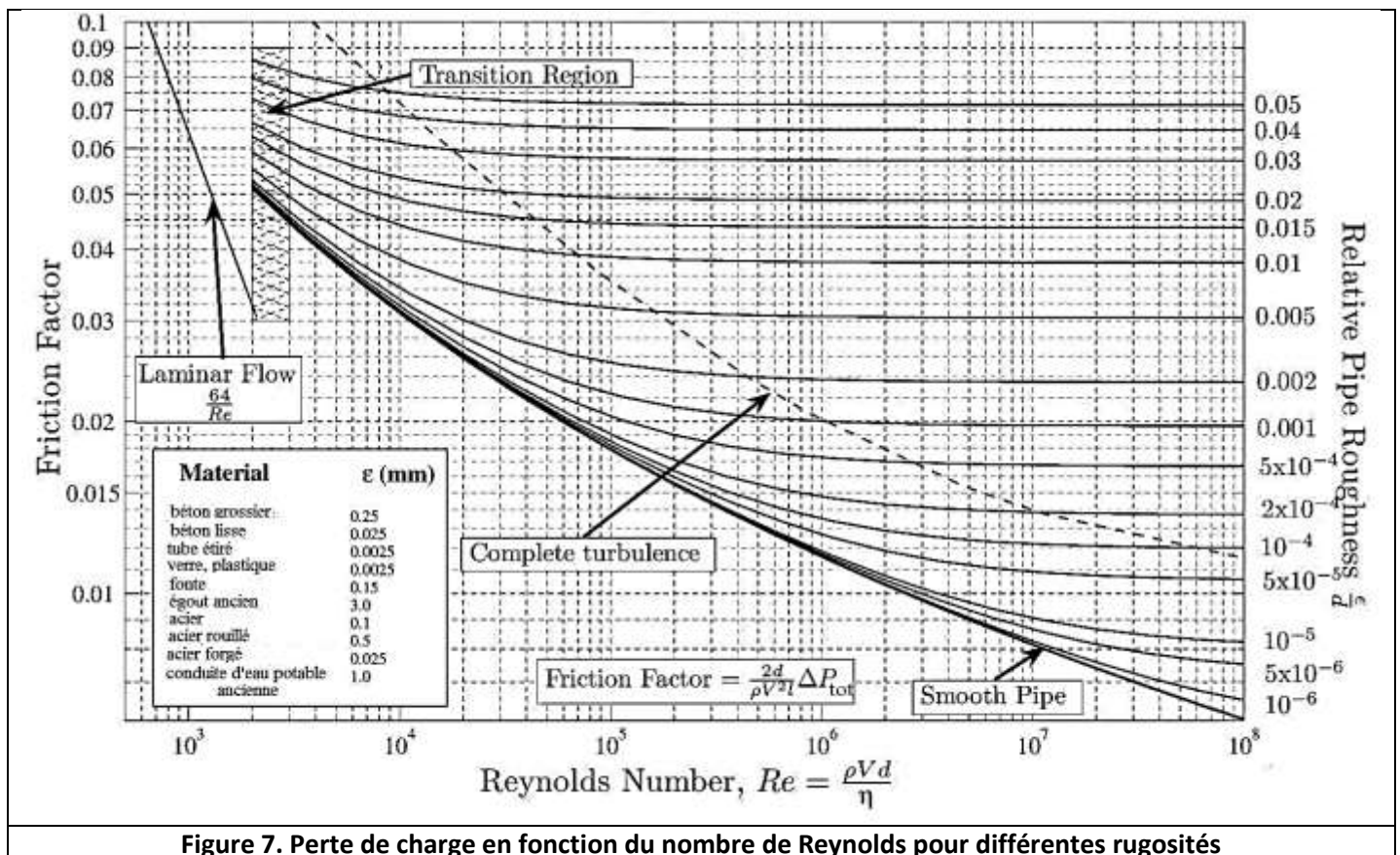


Figure 7. Perte de charge en fonction du nombre de Reynolds pour différentes rugosités

Le pipeline est réalisé avec un matériau de type {conduite d'eau potable}.

- 16) En calculant la rugosité relative du matériau utilisé, déduire du diagramme de la Figure 7 la valeur du coefficient de friction pour notre écoulement dont le nombre de Reynolds est supérieur à $2 \cdot 10^7$.
- 17) En déduire la nouvelle valeur de la vitesse débitante V , puis du débit dans la canalisation $D_{V,2}$.
- 18) De combien varierait chaque année le niveau de la mer Morte avec ce pipeline dans les conditions actuelles d'utilisation des eaux du Jourdain ? On pourra s'aider d'un bilan volumique comme dans la question 2.

III.3) Centrale hydroélectrique

Sur les berges de la Mer Morte, il est prévu d'alimenter une centrale hydroélectrique avec les eaux arrivant du pipeline.

La turbine (Figure 8) délivre une puissance : $P_i = \rho g D_V \left(\Delta Z_{tu} - K \frac{V^2}{2g} \right)$

où $\Delta Z_{tu} = Z_E - Z_S$ est la différence d'altitude entre entrée et sortie de turbine (aussi appelée hauteur manométrique), K un coefficient de perte dépendant des turbines, V la vitesse débitante et D_V le débit volumique dans le pipeline.

Pour la turbine considérée, $K = 400$.

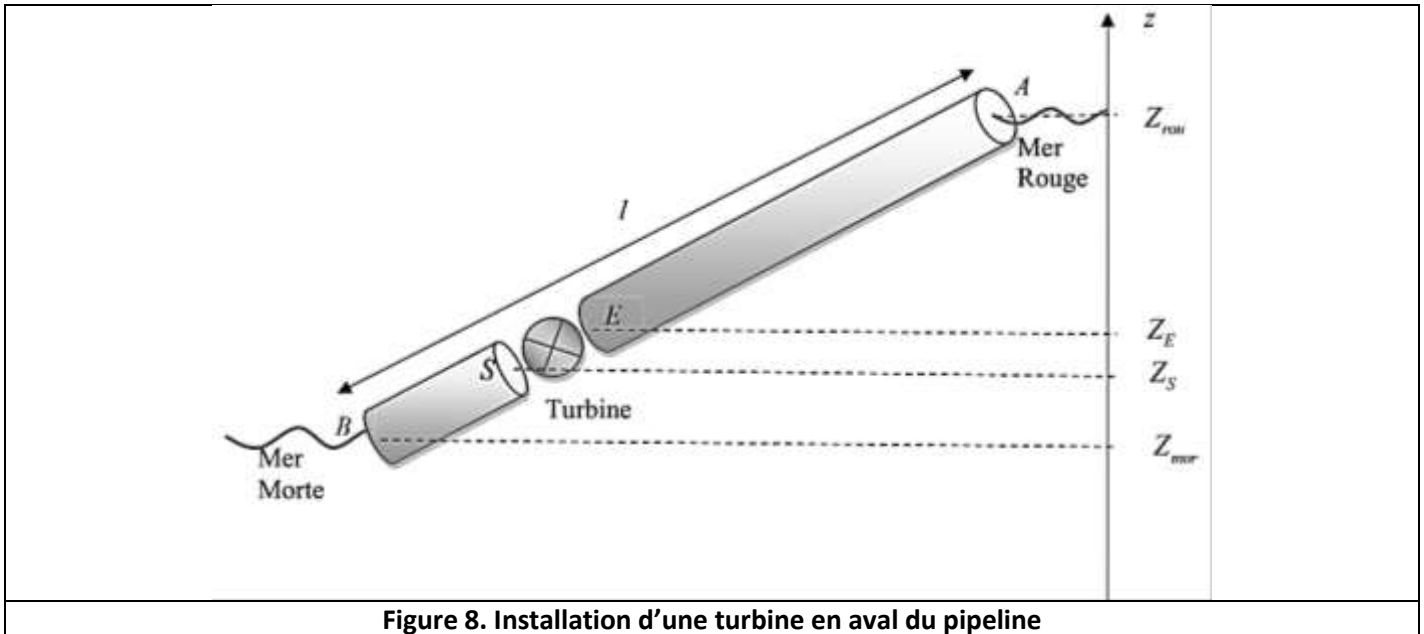


Figure 8. Installation d'une turbine en aval du pipeline

On introduit les points suivants :

- A entrée de la canalisation au niveau de la mer Rouge,
- E entrée de la turbine,
- S sortie de la turbine,
- B sortie de la canalisation au niveau de la mer Morte.

19) À l'aide de la définition de la pression totale P_{tot} en question 14, déterminer l'expression de $P_{tot}(E) - P_{tot}(S)$ en fonction de ΔZ_{tu} , puis en fonction de P_i , D_V , K , ρ et d le diamètre de la canalisation. On négligera les variations de pressions et de vitesses lorsque le fluide traverse la turbine.

20) En supposant que le coefficient de friction garde la même valeur que celle déterminée dans la question 16, déterminer aussi les expressions de :

- $P_{tot}(A) - P_{tot}(E)$
- $P_{tot}(S) - P_{tot}(B)$

21) Montrer alors que la puissance utile de la turbine s'écrit finalement :

$$P_i = D_V \left[\rho g (Z_{rou} - Z_{mor}) - \frac{\rho}{2S^2} D_V^2 \left(K + f \frac{l}{d} \right) \right]$$

Cette formule nous permet de calculer la valeur du débit volumique qui permettrait d'obtenir la puissance utile maximale récupérée par la turbine, soit : $D_{V,3} = 9,9 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. La puissance récupérée est alors de : $P_i = 30 \text{ MW}$.

22) Quelle serait alors l'évolution annuelle de hauteur du niveau de la Mer Morte ? Commenter ce résultat.

IV) Désalinisation de l'eau de mer

Avant d'être envoyée dans le canal l'eau de la mer Rouge est désalinisée pour récupérer de l'eau potable.

Aides aux calculs :

$$\frac{2,5 \times 1,1}{5} = 0,55$$

$$5,5 \times 3,55 = 19,5$$

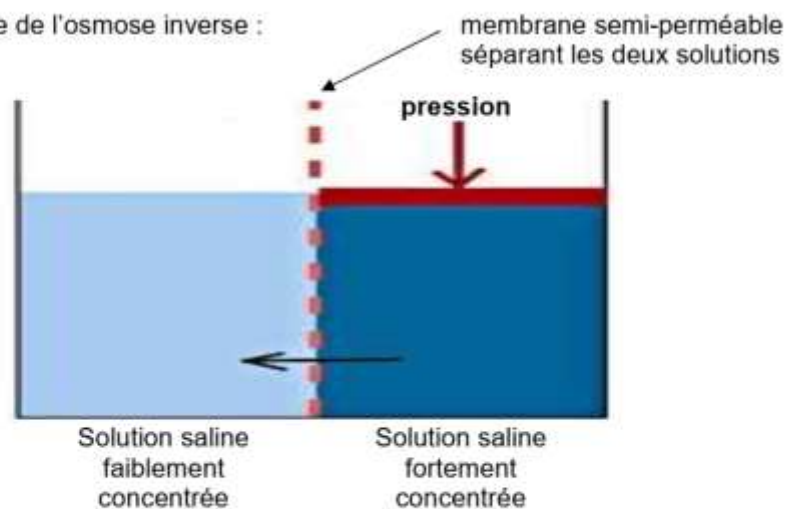
$$1,8050 \times 19,5 = 3,52$$

IV.1) Osmose inverse

L'osmose inverse est une technologie de séparation utilisée dans le procédé industriel de dessalement de l'eau de mer. Lorsque l'on applique une pression suffisante sur la solution la plus concentrée, le flux d'eau est alors dirigé en sens inverse, c'est à dire de la solution la plus concentrée vers la solution la moins concentrée.

On appelle saumure la solution concentrée en composés ioniques obtenue à la fin du processus de dessalement, majoritairement du chlorure de sodium.

Schéma de principe de l'osmose inverse :



D'après le site www.polymem.fr

Document 2. Principe de l'osmose inverse

- 23) Expliquer en quoi la technique de dessalement de l'eau de mer par osmose inverse est génératrice de saumures.

IV.2) Mesure de la salinité de l'eau de mer

La salinité 1902, symbole S , était exprimée en g/kg d'eau de mer ou ‰. La détermination directe de la salinité est une opération trop délicate et trop lente pour pouvoir être utilisée dans des mesures de routine. Dans la pratique océanographique, la salinité a été déduite, jusqu'en 1961, de la chlorinité puis progressivement à partir de cette date, elle a été déduite des mesures de conductivité électrique.

La chlorinité est la masse en grammes des halogènes contenus dans un kilogramme d'eau de mer, les ions bromure et iodure étant remplacés par leur équivalent en ions chlorure.

Actuellement, on utilise la relation suivante entre salinité (symbole S) et chlorinité (symbole Cl) :

$$S\text{‰} = 0,030 + 1,8050 \times Cl\text{‰}$$

Document 3. Définition de la salinité

On détermine la chlorinité de l'eau de mer par la méthode de Mohr.

Le titrage (document 4) des ions chlorure Cl^- se fait par précipitation avec les ions argent (I) Ag^+ en présence d'ions chromate CrO_4^{2-} . A l'équivalence, tous les ions chlorure ont été consommés, les ions argent agissent alors avec les ions chromate et on constate l'apparition d'un précipité rouge brique de chromate d'argent Ag_2CrO_4 . Tous les ions halogénure présents dans l'eau de mer réagissent de la même façon. On mesure bien par cette méthode la chlorinité. L'étude sera faite en ne considérant que l'ion chlorure.

On dispose de 100 mL d'eau de mer (solution S_0) de concentration C_0 en ions chlorure. Compte tenu de la forte teneur en ions chlorure dans l'eau de mer, cette solution est diluée dix fois, on obtient la solution S_1 . On appellera C_1 la concentration en ions chlorure dans cette solution.

On prélève $V_1 = 5,0\text{ mL}$ de la solution S_1 , on les place dans un bécher et on y ajoute 0,50 mL de solution de chromate de potassium ($2K^+, CrO_4^{2-}$) de concentration $C = 0,050\text{ mol.L}^{-1}$. On appelle S_2 , la solution ainsi obtenue d'un volume de 5,5 mL.

On ajoute alors, à la burette, une solution de nitrate d'argent (Ag^+, NO_3^-) de concentration $C_{Ag} = 0,025\text{ mol.L}^{-1}$. Le précipité rouge brique de chromate d'argent apparaît pour un volume versé $V_{Ag,E} = 11,0\text{ mL}$ de nitrate d'argent.

Document 4. Protocole du dosage

24) Écrire l'équation de la réaction de titrage.

25) Quelle réaction se produit à partir de l'équivalence et permet donc de la repérer.

26) Quelle est la concentration des ions chlorure dans la solution S_1 ? dans la solution S_0 ?

27) En déduire la chlorinité puis la salinité de l'échantillon d'eau de mer (on considérera pour simplifier que l'eau de mer a une densité de 1,00).

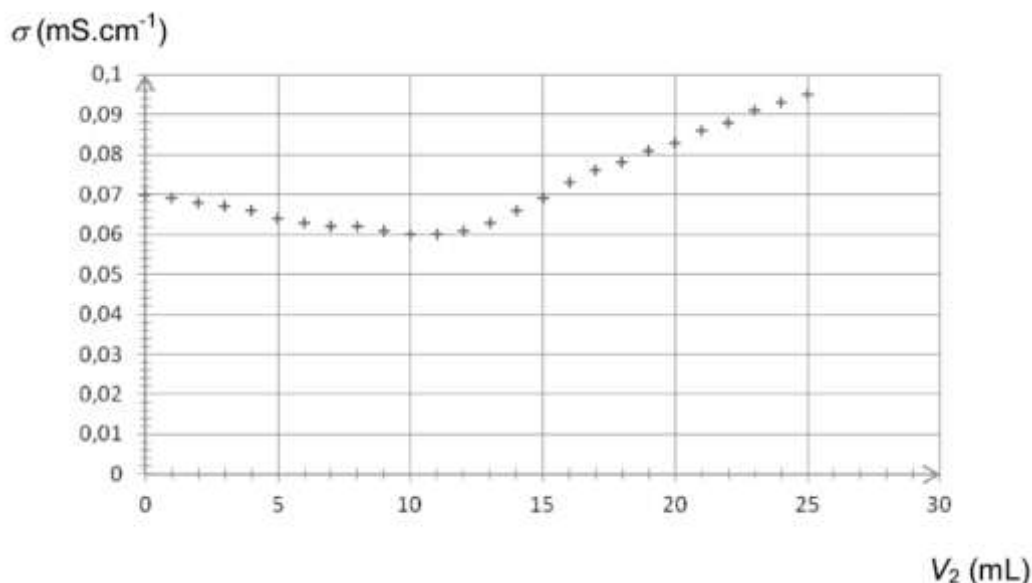


Figure 9. Evolution de la conductivité au cours du dosage en fonction du volume de nitrate d'argent ajouté.

Le même dosage peut être suivi par conductimétrie. On obtient alors la courbe en Figure 9.

- 28) Pourquoi ce dosage peut-il être suivi par conductimétrie ?
- 29) Expliquer l'évolution de la conductivité observée en Figure 9.
- 30) Comment retrouve-t-on le volume équivalent ?

IV.3) Etude cristallographique du sel

Le chlore a pour symbole $^{35}_{17}\text{Cl}$.

- 31) Donner la composition d'un atome de cet élément.
- 32) En citant les règles qui permettent de l'obtenir, donner la configuration électronique du chlore dans son état fondamental.
- 33) En déduire la formule de l'ion monoatomique le plus stable de cet élément. Justifier.

Le sel ou encore chlorure de sodium cristallise sous la forme d'un réseau cubique faces centrées où la maille des ions chlorure est décalée d'une demi-arête par rapport aux ions sodium.

- 34) Représenter une maille de ce cristal. On appellera a son paramètre de maille. Déterminer le nombre d'ions chlorure et d'ions sodium dans une maille.
- 35) En déduire la formule chimique de ce cristal. De l'électroneutralité du cristal, déduire la charge de l'ion sodium. A quelle famille de la classification périodique l'élément sodium appartient-il ?
- 36) Un logiciel de simulation nous permet de déterminer le paramètre $a = 564\text{pm}$ de la maille. A partir de cette unique donnée est-il possible de déterminer le rayon r_{Cl} de l'ion chlorure et le rayon r_{Na} de l'ion sodium ? Justifier.

Prévisions météorologiques

Le cycle de l'eau est essentiel à l'homme, il est donc important de pouvoir prévoir le temps. C'est l'objet de ce problème qui s'appuiera sur l'étude de l'atmosphère.

Le référentiel terrestre est supposé galiléen. Le champ de pesanteur terrestre y est supposé uniforme : $\vec{g} = -g\vec{u}_z$ où le vecteur unitaire $\vec{u}_z$ est orienté selon la verticale ascendante. L'altitude $z = 0$ correspond à la surface des mers et océans.

L'air et la vapeur d'eau sont assimilés à des gaz parfaits. On note c_p la capacité thermique massique de l'air à pression constante. On note μ la masse volumique de l'air.

Données	
Accélération de la pesanteur	$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
Constante des gaz parfait	$R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
Masse molaire de l'hélium	$M(\text{He}) = 4 \text{ g.mol}^{-1}$
Masse molaire de l'azote	$M(\text{N}) = 14 \text{ g.mol}^{-1}$
Masse molaire de l'oxygène	$M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$
Masse molaire de l'air	$M_a = 28,8 \text{ g.mol}^{-1}$
Rapport des capacités thermiques massiques de l'air	$\gamma = 1,40$
Enthalpie massique de vaporisation de l'eau (supposée indépendante de la température)	$l_{vap} = 2,25 \times 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$
Pression de l'air à $z = 0$	$P_0 = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$
Température de l'air à $z = 0$	$T_0 = 300 \text{ K}$
Masse volumique du mercure dans les conditions standard	$\mu_{Hg} = 1,35.10^4 \text{ kg.m}^{-3}$

Aides aux calculs :		
$\frac{8,31 \times 3,00}{2,88 \times 9,81} = 0,882$	$\frac{2,88 \times 9,81}{8,31 \times 3,00} = 1,13$	$8,82 \times \ln 2 = 6,12$
$1,13 \times \ln 2 = 0,783$	$3,3 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{3,7}} \right) = 0,56$	$\frac{3,3}{8,82} = 0,37$

I) Atmosphère en équilibre

I.1) Atmosphère isotherme

On s'intéresse à l'équilibre hydrostatique de l'air dans l'atmosphère terrestre. On adopte dans un premier temps un modèle isotherme, de température uniforme T_0 .

- 37) En considérant les deux principaux constituants de l'air, justifier la valeur de M_a .
- 38) Donner l'équation d'état du gaz parfait. Préciser, pour chacune des grandeurs utilisées dans cette équation, l'unité qui lui correspond dans le système international.
- 39) Exprimer la masse volumique de l'air μ en fonction de sa pression P , la constante des gaz parfaits R , sa température T_0 et sa masse molaire M_a .
- 40) Écrire l'équilibre d'un volume infinitésimal d'atmosphère situé entre les altitudes z et $z + dz$. En déduire la relation de statique des fluides donnée par : $\frac{dP}{dz} = -\mu g$
- 41) En déduire $P(z)$. Définir une longueur caractéristique H des variations de la pression et la calculer à 300 K. Donner aussi l'expression de $\mu(z)$.
- 42) A quelle altitude $z_{50\%}^{iso}$ la pression est-elle égale à $P_0/2$?

I.2) Atmosphère réelle

Les données transmises par un ballon-sonde au cours de la traversée de la troposphère et de la basse stratosphère permettent de tracer les profils réels de température et de pression y régnant. Les résultats expérimentaux sont rassemblés sur le Figure 10 ci-après.

- 43) Quelle différence essentielle y-a-t-il entre la stratosphère et la troposphère ?
- 44) Que pensez-vous du modèle vu en I.1 de l'atmosphère isotherme pour décrire la troposphère ? On comparera les profils réels de température et de pression avec les résultats du modèle (Figure 11).

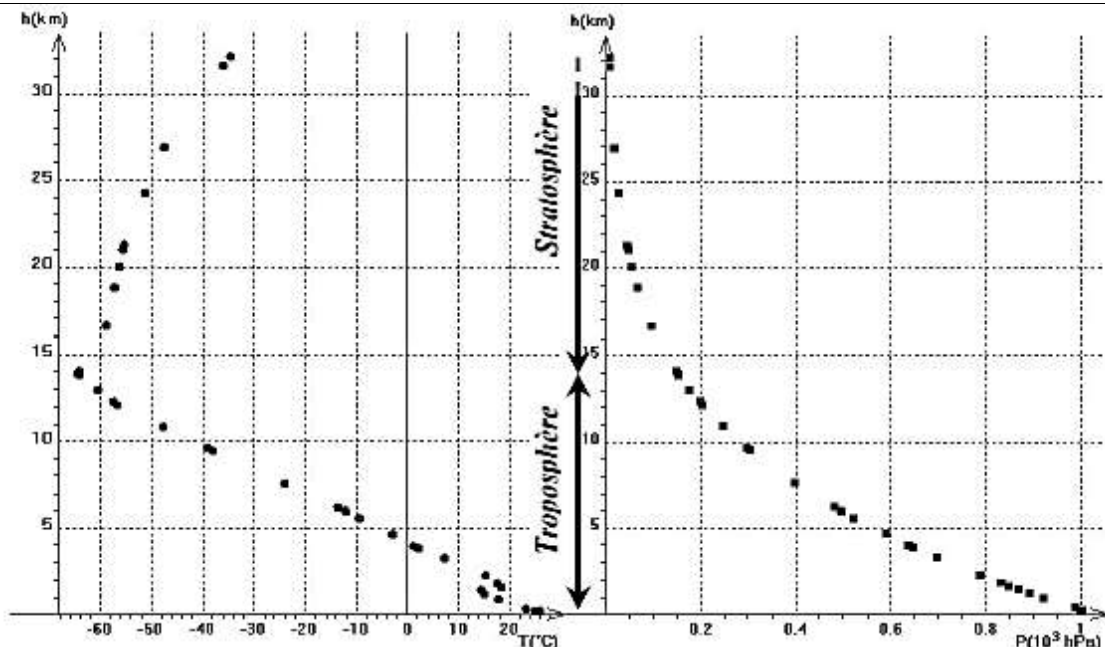


Figure 10. Relevés de température et de pression dans la troposphère et la stratosphère

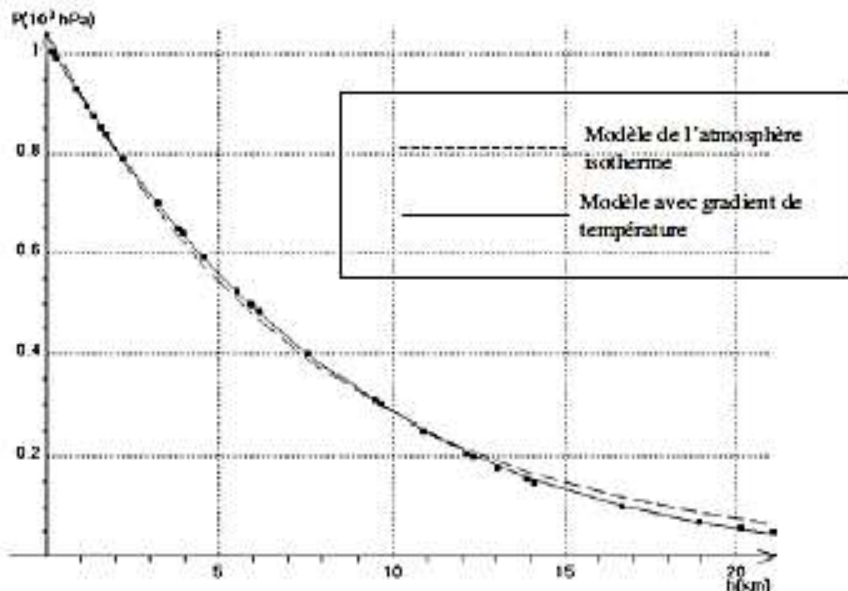


Figure 11. Profil de pression dans la troposphère ; en pointillés, modèle de l'atmosphère isotherme ; en trait plein, modèle avec gradient de température

I.3) Atmosphère en équilibre polytropique

Le modèle d'atmosphère isotherme précédent n'est pas réaliste ; aussi, s'intéresse-t-on à l'équilibre polytropique : l'expérience montre que, jusqu'à une altitude d'environ 10 km, la température de l'air vérifie une loi linéaire du type $T = T_0(1 - \alpha z)$ où $\alpha = \frac{1}{z_0}$ est une constante positive. Cette approximation linéaire est le développement au premier ordre en $\frac{z}{z_0}$ d'une expression plus précise. $z_0 \approx 33 \text{ km}$ justifie ce développement dans les dix premiers kilomètres de l'atmosphère.

- 45)** Montrer que l'on peut écrire $P(z) = P_0(1 - \alpha z)^\beta$ et $\mu(z) = \mu_0(1 - \alpha z)^{\beta-1}$ où l'on donnera l'expression de β en fonction de H et de z_0 .
- 46)** A quelle altitude $z_{50\%}^{pol}$ la pression est-elle égale à $P_0/2$? Comparer à la valeur obtenue à la question 6. Ce résultat était-il prévisible ?
- 47)** Un bulletin météorologique fournit les données représentées graphiquement sur les Figures 12, 13 et 14. La pression est donnée en hPa, la température en K, la masse volumique en kg.m^{-3} et l'altitude en km. Un ajustement aux moindres carrés de ces données permet d'obtenir les relations

$$T = 288,14 - 6,94z \quad \text{et} \quad P = 1,01\left(\frac{T}{288,08}\right)^{5,26}$$

Ceci est-il compatible avec le modèle polytropique ?

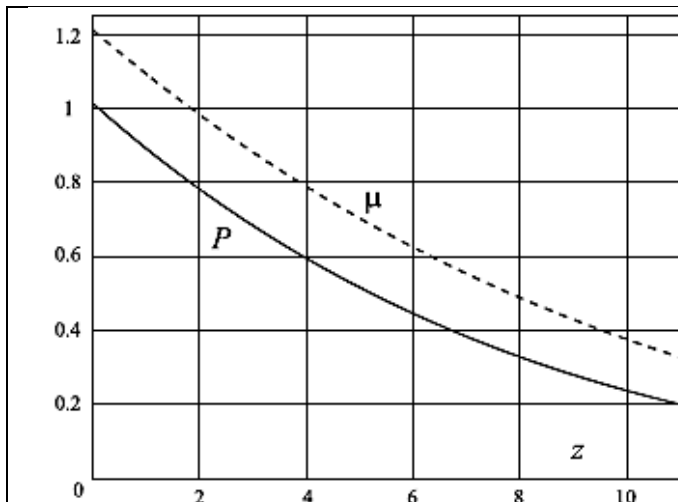


Figure 12

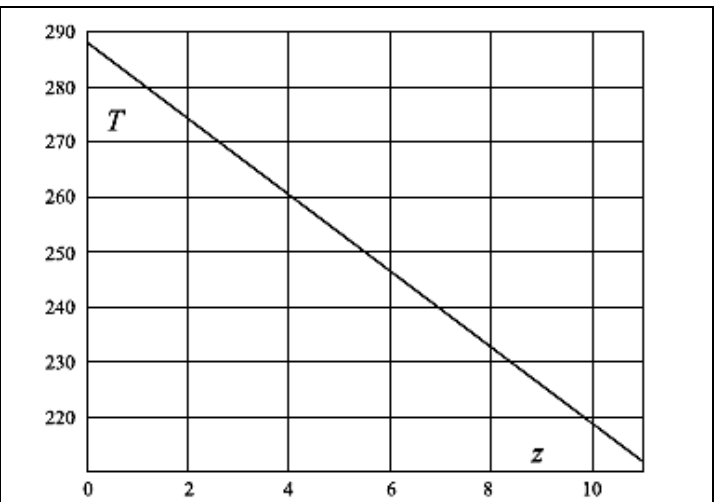


Figure 13

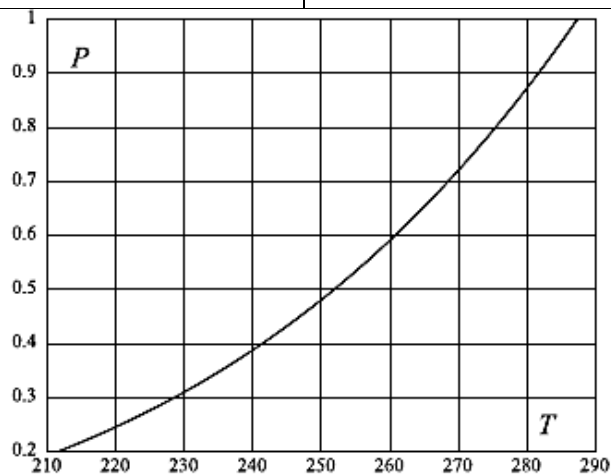


Figure 14

II) Pression et prévision météorologique

II.1) Définitions

- 48) Donner la relation de Mayer qui relie les capacités thermiques C_V et C_P , la constante des gaz parfaits R et la quantité de matière n .
Déduire de la relation de Mayer la relation entre C_V , R , n et γ d'une part, et entre C_P , R , n et γ d'autre part.
- 49) Énoncer le second principe de la thermodynamique. On donnera le nom des grandeurs utilisées, ainsi que leur unité.
- 50) Redémontrer l'expression de la première identité thermodynamique.
- 51) Rappeler l'expression différentielle de la variation d'entropie dS de n moles d'un gaz parfait au cours d'une transformation quelconque en fonction de la température T , du volume V , de n , R et γ .
Que devient cette expression si l'on utilise les variables T et P ?

II.2) Transformations de l'air atmosphérique

On se situe en un point du globe à altitude nulle. En fonction du moment de la journée, la température de l'air varie.

- 52) On suppose que l'air subit une transformation isobare. Que peut-on dire de la variation de la masse volumique de l'air ? Commenter.

On suppose maintenant et pour les questions suivantes que l'air subit une transformation adiabatique.

- 53) Si de plus cette transformation est réversible, que peut-on dire de la variation d'entropie au cours de la transformation ? Trouver alors une relation reliant température T et pression P de l'air en fonction du coefficient γ . Expliquer alors que la température diminue quand l'altitude augmente.

II.3) Influence de la vapeur d'eau

Bien que présente en faible quantité dans l'air atmosphérique, la vapeur d'eau est un gaz jouant plusieurs rôles fondamentaux dans le fonctionnement de l'atmosphère. En sa présence, la pression P_h de l'air dit "humide" est égale à la pression P de l'air sans vapeur d'eau (appelé "air sec"), augmentée d'une valeur P_e appelée pression partielle de vapeur d'eau telle que $P_h = P + P_e$. Faible devant P , cette pression partielle ne peut dépasser une valeur maximale appelée pression de vapeur saturante P_{sat} qui n'est fonction que de la température T .

- 54) Citer les différents états sous lesquels peut se trouver l'eau dans l'atmosphère. Tracer le diagramme (P_e, T) de l'eau.
- 55) Pourquoi dit-on que P_{sat} ne dépend que de la température ? Comment varie la valeur de P_{sat} avec la température ?
- 56) Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron de l'eau. Indiquer la position du point critique C, les domaines liquide (L), liquide + vapeur (L+V), et vapeur (V). Représenter, sur le diagramme précédent l'allure de trois isothermes : l'isotherme critique T_C , puis deux isothermes T_1 et T_2 tels que $T_1 < T_2 < T_C$.
- 57) Dans le domaine de la vapeur sèche du diagramme de Clapeyron, que peut-on dire de la pente d'une transformation adiabatique par rapport à une isotherme ? On justifiera la réponse apportée.

II.4) Pression atmosphérique et temps associé

La pression atmosphérique n'est pas constante au cours du temps. Les variations horizontales de pression atmosphérique engendrent les vents, l'air s'écoulant d'une zone de haute pression vers une zone de basse pression. En météorologie, on appelle dépression un centre de basse pression et anticyclone un centre de haute pression. La Figure 15 montre les variations de la pression atmosphérique au-dessus de la France le 4 Octobre 2021 à 20h.

58) Expliquer la formation des nuages en vous aidant du document 2 et des questions précédentes.

59) Quel temps faisait-il le 4 Octobre 2021 à Nice ? Expliquez votre réponse.

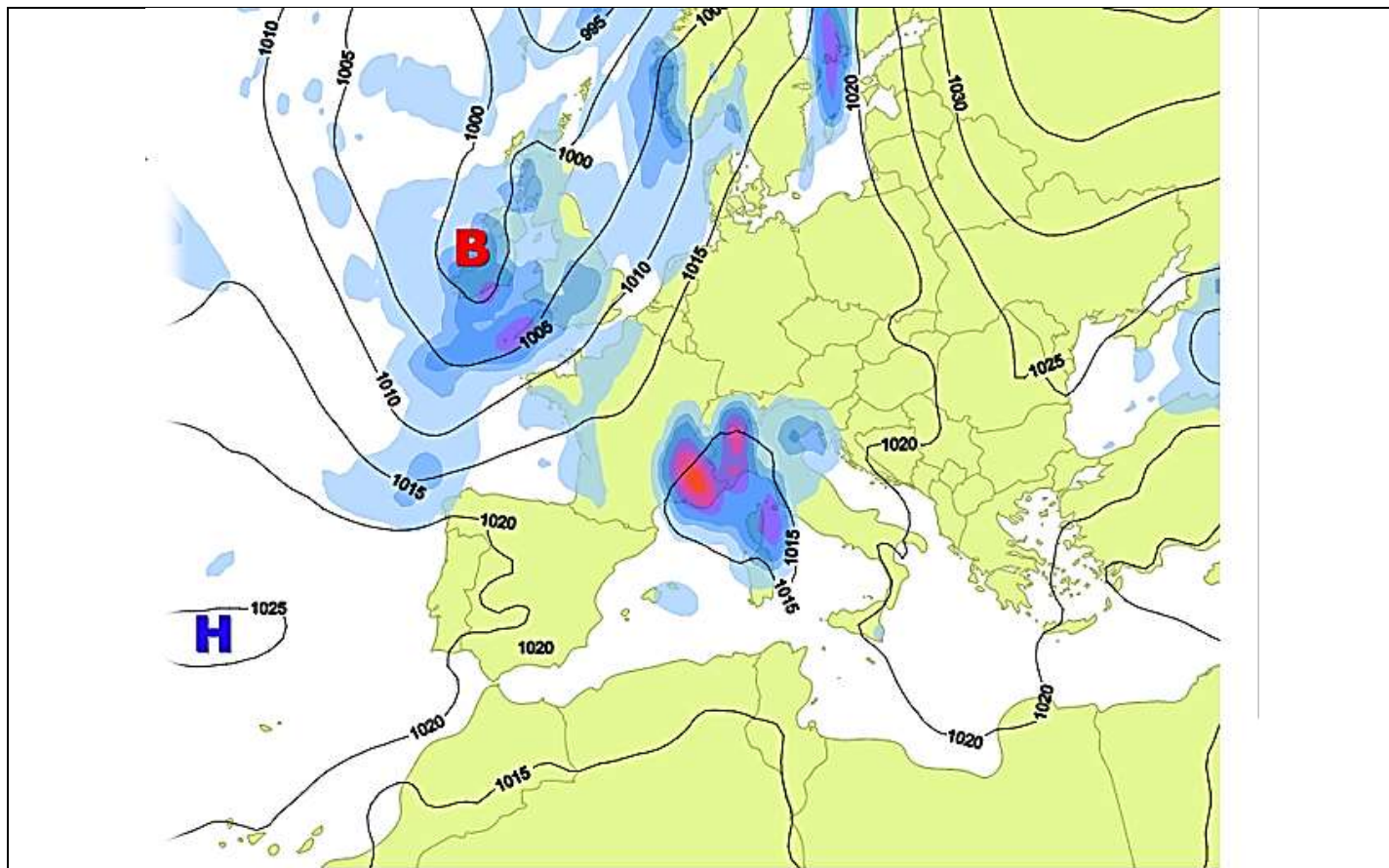


Figure 15. Pression atmosphérique en France le 4 Octobre 2021 à 20 h (<http://www.meteorama.fr/>)

[...] Les dépressions apportent généralement du mauvais temps et des ciels couverts ainsi que tous les phénomènes météorologiques qui y sont relatifs comme les averses, les orages, les ouragans ou les tempêtes car le mouvement vertical de l'air y est vers le haut (ascendance) suite à une convergence des vents près du sol et d'une divergence en altitude. Ce processus diminue la température de l'air, parce qu'il subit une détente adiabatique, et il arrive un point où celle-ci atteint la valeur de saturation par rapport à l'humidité contenue dans la parcelle d'air. Il y a à partir de ce niveau condensation d'une partie de plus en plus grande de la vapeur d'eau dans la parcelle qui forme un nuage. Si le mouvement vertical se poursuit, les gouttelettes de nuages formeront des gouttes de pluie ou des flocons, selon la température ambiante. [...]

Document 2. Extrait de « Dépression », Wikipédia