

CONCOURS BLANC COMMUN

CALCULATRICE INTERDITE

On notera son nom en haut de chaque page et chaque page doit être numérotée.

- Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la **rédaction**.
- La **présentation**, la **lisibilité**, l'**orthographe**, la **qualité de la rédaction**, la **clarté** et la **précision des raisonnements** entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les **résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte**.
- Toute application numérique ne comportant **pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points**.
- Le candidat prendra soin de **bien numéroté les questions**.
- Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION :

- La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleu foncé. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites. Sont interdits également : les stylos-plume, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos « friction »

Le sujet est long et formé de trois problèmes indépendants.

Chaque problème est lui-même composé de différentes sous-parties indépendantes.

Vous pouvez traiter le sujet dans l'ordre de votre choix, en prenant soin de noter précisément le numéro de la question traitée.

Il faut changer de feuille de composition lorsque le sujet vous y invite.

Copie N°1	Copie N°2	Copie N°3
Questions 1 à 19	Questions 20 à 39	Questions 40 à 53

Aide aux calculs			
Partie I			
$1,2 \times 4,6 = 5,5$	$\frac{1}{1,2 \times 4,6} = 0,18$	$1,8 \times 1,4 = 2,5$	
$\frac{0,25}{1,38} = 0,18$	$\frac{0,2}{1,38} = 0,14$	$\frac{2,5}{3,2} = 0,8$	
Partie II			
$\frac{51,3}{342} = 0,150$	$\frac{10}{9} = 1,1$	$\frac{7,5 \times 2,3}{4,18} = 4,1$	
Partie III			
Gradient en coordonnées cylindriques :			
$\overrightarrow{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \overrightarrow{u_r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \overrightarrow{u_\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \overrightarrow{u_z}$			
$\sqrt{\frac{100}{\pi}} = 5,6$			

« S'il vous plaît... dessine-moi un mouton ! »

Le sujet s'intéresse à un mammifère particulier, le mouton, un des tous premiers domestiqués par l'homme, entre le 11^{ème} et le 9^{ème} siècle avant J.-C. en Mésopotamie. C'est un animal clé dans l'histoire de l'agriculture. On appelle bélier le mâle adulte, brebis la femelle adulte, agneau le jeune mâle et agnelle la jeune femelle.

I. La température du mouton

Exposition à de basses températures

Les moutons sont naturellement adaptés pour supporter de très basses températures mais leur résistance au froid dépend de plusieurs facteurs : la race, l'âge, l'état du pelage... Un mouton qui a une épaisse toison et qui est protégé de l'humidité pourra supporter des températures qui descendent en dessous de -15°C , un mouton tondus doit être protégé du froid. [...] Le plus important est qu'ils ne soient pas mouillés jusqu'à la peau. La laine de certaines races peut repousser l'humidité plusieurs jours ; mais pour d'autres, à la laine très fine, le pelage est moins protecteur. Leur fine couche de laine et de graisse ne les protège que très peu.

Exposition à de hautes températures

Les moutons supportent mieux le froid que les températures élevées. Ils peuvent mourir d'un coup de chaleur. Ce risque est beaucoup plus élevé chez les moutons qui ne sont pas tondus, car la laine empêche la sueur de s'évaporer. C'est une des raisons pour lesquelles il faut tondre les moutons au printemps.

Données

Cas de la brebis non tondue	Confort sans adaptation ou adaptation facile	Adaptation difficile	Adaptation très difficile	Inadaptation pouvant entraîner la mort
Température extérieure	de -8°C à 25°C	de -15°C à -8°C et de 25°C à 35°C	de -30°C à -15°C et de 35°C à 40°C	en dessous de -30°C et au-dessus de 40°C

La température d'un mouton en bonne santé se situe entre $38,5^{\circ}\text{C}$ et $39,5^{\circ}\text{C}$.

Sa longueur moyenne s'étend de 1 m à 1,50 m.

La tonte a lieu 1 à 2 fois par an produisant 2 à 8 kg de laine par an.

Document 1. (vigifermes.org, pour le bien-être de l'animal et de l'éleveur, consulté en 2018)

Nous allons essayer de construire un modèle thermodynamique pour expliquer les phénomènes thermiques mis en jeu entre la brebis et l'extérieur.

I.A. Propriétés de la toison de laine

La laine est une fibre aux propriétés uniques, protégeant du chaud comme du froid, difficilement inflammable (s'enflamme à 600°C), [...]. La fibre de laine est à croissance continue avec de grandes écailles qui en font le tour. Les écailles se recouvrent peu et sont très saillantes. La section est circulaire. Sa substance est de la kératine [...] hydrophile pour la vapeur d'eau mais hydrophobe pour l'eau liquide. L'adsorption d'eau (désorption d'eau) s'accompagne d'une production (dégagement) de chaleur par la fibre. Les fils de laine ont un diamètre qui varie de $20\text{ }\mu\text{m}$ pour les moutons Mérinos à $40\text{ }\mu\text{m}$ pour les races écossaises.

Une toison de laine va être caractérisée par une valeur de conductivité thermique λ_{laine} supposée homogène et une valeur de capacité thermique massique c_{laine} . On considèrera par la suite une laine « moyenne » caractérisée par une conductivité thermique $\lambda_{\text{laine}} = 0,040\text{ U.S.I.}$

1. Rappeler la loi de Fourier, relative à la diffusion thermique, qui traduit le lien entre la densité volumique de transfert thermique $\vec{J}_Q$ et le gradient de température T . Quelle est l'unité de la conductivité thermique λ ?

On considère un parallélépipède, de longueur L , de hauteur H et d'épaisseur e petite ($e \ll \min(L, H)$), constitué d'un matériau homogène de conductivité λ , de masse volumique μ et de capacité thermique massique c (**Figure 1**).

Le problème est supposé unidimensionnel, la température ne dépend que de la variable z et du temps t .

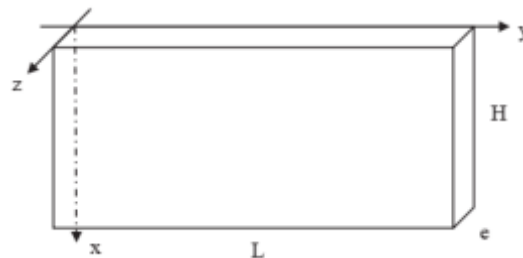


Figure 1. Géométrie du conducteur thermique

2. Selon quelle direction est le vecteur densité de courant thermique $\vec{J}_Q$? De quelles variables dépend-il ?

Les températures, sauf avis contraire, sont en $^{\circ}\text{C}$.

3. Faire un bilan énergétique sur la tranche de matériau comprise entre z et $z + dz$ et en déduire l'équation différentielle, dite équation de la chaleur, à laquelle obéit la température $T(z, t)$ sous la forme :

$$\frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial T(z, t)}{\partial t}$$

Avec D à exprimer en fonction de λ, μ et c .

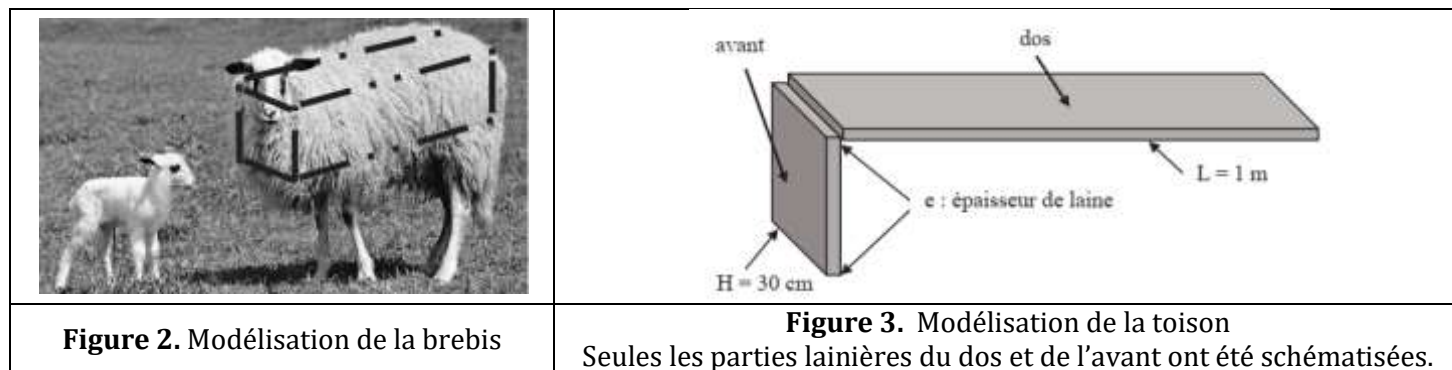
4. Que devient-elle en régime stationnaire ? Le vecteur $\vec{J}_Q$ dépend-il de z ?
5. On suppose que le matériau est en présence de thermostats qui imposent à tout moment une température $T_{entrée}$ en $z = 0$ et T_{sortie} en $z = e$. Que vaut la puissance thermique Φ qui traverse le matériau en fonction de $e, \lambda, H, L, T_{entrée}$ et T_{sortie} ?
6. Définir puis exprimer la résistance thermique du matériau en fonction de ses caractéristiques géométriques et de sa conductivité. Que signifie, du point de vue thermique, mettre des résistances en parallèle et mettre des résistances en série ?

I.B. Équilibre thermique d'une brebis (situation de confort)

On modélise la brebis debout par un parallélépipède plein, de température uniforme $\theta_{eq} = 39^\circ C$, de longueur $L = 100 \text{ cm}$ et de section carrée de côté $H = 30 \text{ cm}$. Le corps de la brebis est entouré d'une épaisseur qui peut varier de $e = e_M = 10 \text{ cm}$ de laine avant la tonte à $e = e_m = 0,5 \text{ cm}$ après la tonte.

La situation est représentée en **Figure 2** et en **Figure 3**.

7. Exprimer la résistance R_{diff} de cette carapace de laine en négligeant les effets de bords, en fonction de L, H, e et λ_{laine} . Évaluer son ordre de grandeur pour les deux épaisseurs limites.



On doit tenir compte de deux autres phénomènes d'échanges thermiques : la conducto-convection (d'autant plus importante que le vent est fort) et le rayonnement thermique toujours présent.

La loi de Newton, relative au phénomène de conducto-convection, correspond à un vecteur de densité thermique reçu par la brebis égal à :

$$\vec{J}_Q = -h(T_{ext} - T_{air}) \vec{n}$$

Avec T_{ext} la température de la surface extérieure de la brebis en contact avec l'air de température T_{air} et le vecteur unitaire normal $\vec{n}$ orienté de la brebis vers l'extérieur.

On prendra un coefficient de Newton laine/air égal à $h = 4,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

8. En déduire, en fonction de h, L et H , l'expression de la résistance de conducto-convection R_{cc} à introduire dans notre modèle de brebis. Évaluer son ordre de grandeur.

Le phénomène de rayonnement introduit une résistance supplémentaire R_r . Comme la température de l'air est assez proche de celle de l'animal, la puissance P_r due au rayonnement thermique sortant de la surface extérieure de la brebis s'exprime sous la forme :

$$P_r = K \times A \times (T_{ext} - T_{air})$$

avec A l'aire de la surface extérieure de la brebis, T_{ext} la température de cette surface en contact avec l'air de température T_{air} . La constante K a pour valeur $K = 5,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

9. Exprimer la résistance thermique de rayonnement R_r en fonction de K, L et H .

10. Faire un schéma du montage de ces trois résistances placées entre la température interne de la brebis $T_{int} = \theta_{eq} = 39^\circ$ et la température de l'air T_{air} . Évaluer numériquement les deux valeurs R_1 et R_2 des résistances équivalentes de la brebis non tondue et de la brebis tondue. Commenter.

I.C Bien-être animal. Hygiène et entretien des bergeries

Les locaux doivent être sains donc régulièrement désinfectés. L'entretien des sols peut se faire par l'eau de Javel et on enduit de chaux les murs intérieurs des bergeries.

La « chaux éteinte » $\text{Ca}(\text{OH})_2$ est obtenue par action de l'eau sur la « chaux vive » CaO fabriquée dans les fours à chaux. On en badigeonne les murs pour détruire les matières premières organiques et tuer microbes et bactéries. Dans les fours à chaux, on réalise la calcination du carbonate de calcium CaCO_3 (contenu dans les roches calcaires réduites en petits morceaux). On introduit un mélange de roches et de bois par le haut du four qu'on chauffe par le bas. On maintient une température égale à 1173 K. La chaux vive est récupérée en bas du four en fin de cuisson puis elle est éteinte dans des fosses alimentées avec de l'eau de rivière.

Espèce chimique	$\Delta_f H^0$ (kJ.mol ⁻¹)	Température de fusion en K
CaO solide	-600	2850
CaCO ₃ solide	-1100	1100
CO ₂ gaz	-350	

11. Écrire la réaction chimique de calcination qui est la décomposition du carbonate de calcium en chaux vive et dioxyde de carbone.
12. À partir du tableau ci-dessus calculer l'enthalpie standard de la réaction de calcination $\Delta_r H^0$. On la suppose indépendante de la température et on ne tient pas compte de la fusion du carbonate de calcium. Commenter le signe. Justifier le choix de la température de travail.
13. Exprimer la constante d'équilibre en fonction de la pression partielle du dioxyde de carbone. Pour une température de 1000 K, la constante d'équilibre est égale à 1. Que vaut alors la pression d'équilibre, P_{eq} ?
14. Le maintien d'une pression partielle en CO_2 inférieure à P_{eq} est-elle favorable à la fabrication de chaux vive ?
15. En est-il de même si on ajoute, à pression totale constante, un constituant gazeux chimiquement inerte ?

II. Le lait de la brebis

Les données sont éparpillées dans différents documents.

Masses molaires atomiques :

Atome	H	C	N	O	Na	Cl	Ag
M (g.mol ⁻¹)	1,0	12,0	14,0	16,0	23,0	35,5	107,9

Couleurs et zone de virage d'indicateurs colorés acido-basiques usuels :

Indicateur coloré	Teinte de la forme acide	Zone de virage	Teinte de la forme basique
Hélianthine	rouge	3,1 < pH < 4,4	jaune
Bleu de bromothymol	jaune	6,0 < pH < 7,6	bleu
Phénolphthaléine	incolore	8,0 < pH < 10	rose

Document 2. Données numériques utiles dans tout le problème de chimie

II. A. Etude thermodynamique de la transformation du lactose en acide lactique

Le lait frais contient essentiellement de l'eau (87% en masse) mais aussi des glucides, des protéines et des corps gras. Le lactose $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ est le glucide le plus abondant.

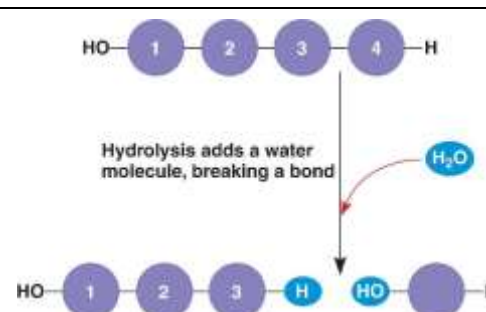
Dans l'eau, en présence de lactase, enzyme sécrétée par les bactéries présentes dans le lait, le lactose $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ est hydrolysé en acide lactique, de formule brute $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3$.

Données : capacité thermique de l'eau liquide $c_{eau} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$

masse volumique de l'eau liquide $\rho_{eau} = 1 \text{ kg.L}^{-1}$

Document 3. Transformation du lactose

Hydrolysis is a reaction involving the breaking of a bond in a molecule using water. The reaction mainly occurs between an ion and water molecules and often changes the pH of a solution. In chemistry, there are three main types of hydrolysis: salt hydrolysis, acid hydrolysis, and base hydrolysis.



Document 4. Hydrolyse

Combustion is a chemical process in which a substance reacts rapidly with oxygen O_2 and gives off heat. The original substance is called the fuel, and the source of oxygen is called the oxidizer.

During combustion, new chemical substances are created from the fuel and the oxidizer. These substances are called exhaust. When a hydrogen-carbon-based fuel (like gasoline) burns, the exhaust includes water and carbon dioxide.

The heat of combustion ΔH_c^0 is the energy released as heat when a compound undergoes complete combustion with oxygen under standard conditions.

$$\Delta H_{c2}^0(\text{lactose}) = -5630 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} ; \Delta H_{c3}^0(\text{lactic acid}) = -1350 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Document 5. Combustion

16. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'hydrolyse d'une mole de lactose en acide lactique. Cette réaction sera notée (1).
17. Ecrire les équations bilans des combustions du lactose (réaction (2)) et de l'acide lactique (réaction (3)) ; montrer que la réaction (1) peut s'écrire comme la combinaison de ces deux réactions.
18. En déduire l'enthalpie standard de la réaction (1) à 25°C en fonction des enthalpies de combustion. Vérifier sa valeur numérique $\Delta_r H_1^0 = -230 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.
19. On considère un lait qui contient 51,3 g.L⁻¹ de lactose. Quelle serait la variation de température d'un litre de lait dont la moitié du lactose se transformerait en acide lactique, en négligeant tout autre transfert thermique et en considérant que la capacité thermique c_{lait} ainsi que la masse volumique ρ_{lait} du lait sont assimilables à celles de l'eau ?

CHANGEMENT DE FEUILLE

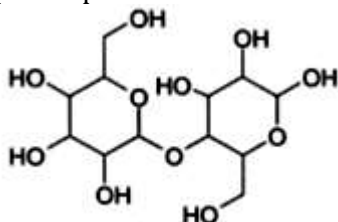
II.B. Contrôle de la qualité d'un lait

L'industrie laitière met en œuvre divers contrôles de qualité du lait, avant de procéder à sa transformation (production de yaourts par exemple) ou à sa commercialisation.

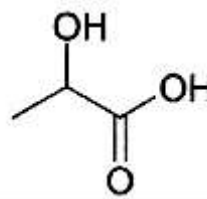
Cet exercice est consacré à deux de ces tests : la détermination de l'acidité Dornic et le dosage de la teneur en ions chlorure.

Bien que l'acide lactique ne soit pas le seul acide présent dans le lait, on caractérise l'acidité du lait par son équivalent en acide lactique $C_3H_6O_3$. On trouve en solution l'acide lactique et sa forme basique, l'ion lactate $C_3H_5O_3^-$, en proportions variables selon le pH ($pK_A = 3,9$).

Un lait frais est légèrement acide, son pH est compris entre 6,6 et 6,8. Cependant, le lactose subit naturellement une dégradation biochimique progressive sous l'effet des bactéries, et il se transforme en acide lactique. En conséquence, plus le pH du lait est faible et moins il est frais.



Lactose $C_{12}H_{22}O_{11}$



Acide lactique $CH_3CHOHCOOH$ ou $C_3H_6O_3$

L'industrie laitière utilise le degré Dornic pour quantifier l'acidité d'un lait. Cette unité doit son nom à Pierre Dornic (1864 - 1933), ingénieur agronome français.

Un degré Dornic (1 °D) correspond à 0,1 g d'acide lactique par litre de lait.

Pour être considéré comme frais, un lait doit avoir une acidité inférieure ou égale à 18 °D. Entre 18 °D et 40 °D, le lait caille (il « tourne ») lorsqu'on le chauffe ; c'est la caséine qui flocule. Au-delà de 40 °D, il caille à température ambiante.

Tableau de correspondance entre acidité Dornic et pH du lait :

Acidité Dornic (° D)	pH
Inférieure à 18	Entre 6,6 et 6,8
20	6,4
24	6,1
Entre 55 et 60	5,2

Document 6. L'échelle d'acidité Dornic

Un technicien dose l'acidité d'un lait selon la méthode Dornic : il réalise le titrage à l'aide d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$) à la concentration $C_b = 1/9 \text{ mol.L}^{-1}$, appelée soude Dornic. Il prélève un volume $V_a = 10,0 \text{ mL}$ de lait, y ajoute deux gouttes de phénolphthaléine et verse la soude Dornic goutte à goutte en agitant le mélange, jusqu'à obtenir une couleur rose pâle. Le volume de soude versée est alors $V_{bE} = 3,2 \text{ mL}$.

On admettra que l'acidité du lait est uniquement due à l'acide lactique.

20. Construire le diagramme de prédominance du couple acide lactique/ion lactate.
21. Faire un schéma annoté du montage complet permettant de réaliser ce dosage avec en plus un suivi pHmétrique. Avec quel instrument de verrerie prélève-t-on les 10,0 mL de lait ?
22. Quelle masse d'hydroxyde de sodium NaOH doit-on dissoudre dans 250,0 mL d'eau pour fabriquer une solution de soude Dornic ? Préciser le nom de la verrerie utilisée.
23. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dosage. Vérifier que la réaction est bien quantitative (quasi-totale) en calculant sa constante d'équilibre.
24. Tracer l'allure de la courbe de dosage représentant le pH en fonction du volume V_b d'hydroxyde de sodium versé.
25. Quelle est l'espèce acido-basique prédominante à l'équivalence ? Que peut-on prévoir sur la valeur du pH à l'équivalence ? Justifier le choix de la phénolphthaléine pour ce dosage.
26. Déterminer la concentration massique en acide lactique de ce lait. En déduire l'acidité du lait exprimée en degrés Dornic. Ce lait est-il frais ?

II.C. Conservation du lait

Une fois les brebis traites, il faut conserver le lait à température basse (3 à 5 °C). Nous allons donc étudier une machine frigorifique.

Etude de la machine frigorifique idéale

27. Rappeler à l'aide d'un schéma annoté le principe élémentaire d'une machine frigorifique fonctionnant entre deux sources de chaleur idéales, source chaude notée S_c et source froide notée S_f .
28. Le système considéré étant le fluide de la machine, justifier en particulier le signe des différents échanges thermiques W , Q_c , Q_f : W travail reçu algébriquement par le fluide sur un cycle, Q_c chaleur reçue algébriquement par le fluide de la source chaude et Q_f chaleur reçue algébriquement par le fluide de la source froide.
29. Définir en français ce que sont, pour un réfrigérateur domestique, la source chaude et la source froide.
30. Appliquer les deux principes de la thermodynamique à l'agent thermique au cours d'un cycle.
31. Définir puis déterminer le COP (coefficient de performance), ou efficacité, de la machine pour un fonctionnement réversible en fonction de T_c et T_f , températures des sources chaude et froide supposées constantes.

Diagramme des frigorigènes de la machine frigorifique

On considère une machine frigorifique dont le fluide frigorifique est le R410A et dont le diagramme des frigorigènes est donné en annexe. Ce gaz n'a pas d'effet sur la couche d'ozone mais un impact non négligeable sur le réchauffement climatique.

32. Rappeler, sans démonstration, le premier principe de la thermodynamique industrielle, en négligeant les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur. Définir chacune des quantités introduites.

Le fluide est vaporisé entièrement (Etape 1-2) puis surchauffé de manière isobare (Etape 2-3) dans l'évaporateur ; le compresseur centrifuge (transformation isentropique) l'amène à une pression de 20 bars (Etape 3-4) ; puis le fluide est liquéfié (Etape 4-5) puis sous refroidi (Etape 5-6) dans le condenseur ; enfin, une détente isenthalpe le ramène à l'état 1.

On donne les coordonnées (h, P, s) suivants à différents états du cycle.
Les unités sont celles du diagramme fourni en annexe.

Etat du fluide	h : enthalpie massique en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$	P : pression en bars	s : entropie massique en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Etat 1	240	9	
Etat 2 (Etat de vapeur saturante)	h_2	9	
Etat 3 (vapeur surchauffée)	h_3	9	1900
Etat 4	h_4	20	1900
Etat 5	h_5	20	
Etat 6	240	20	

On note h enthalpie massique du fluide, w travail indiqué massique reçu algébriquement par le fluide, q chaleur reçue algébriquement par le fluide.

33. Représenter le cycle sur le diagramme des frigoristes fourni en l'orientant. **Le document annoté ou non doit être remis avec la copie. On fera attention au changement d'échelle dans le document.**
34. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de : h_2, h_3, h_4, h_5 .
35. Expliquer pourquoi l'évaporateur est en contact avec la source froide.
36. En justifiant, déterminer la valeur numérique du travail massique w reçu par le fluide dans le compresseur.
37. De la même façon, déterminer en justifiant la valeur du transfert thermique massique q_f reçu par le fluide au contact de la source froide.
38. En déduire la valeur approchée du COP de la machine frigorifique. Quel serait le COP idéal avec les mêmes températures extrêmes ?
39. Quel est le débit massique D_m du fluide pour une puissance réfrigérante de la machine frigorifique de 5 kW ?

CHANGEMENT DE FEUILLE

Etude du thermostat du réfrigérateur

Le thermostat d'un réfrigérateur permet de régler la température du compartiment à réfrigérer. A partir d'une valeur de consigne en température T_{con} donnée, il indique via un relais au compresseur s'il doit se mettre en marche ou pas. Pour éviter de solliciter trop fréquemment le compresseur, celui-ci ne doit se mettre en marche que si la température mesurée dépasse un certain seuil, noté T_+ . Il fonctionnera jusqu'à ce que la température mesurée descende en dessous d'un autre seuil, noté T_- . On a ainsi : $T_- < T_{con} < T_+$. Un exemple de montage électrique réalisant cette fonction est donné sur la **Figure 4**.

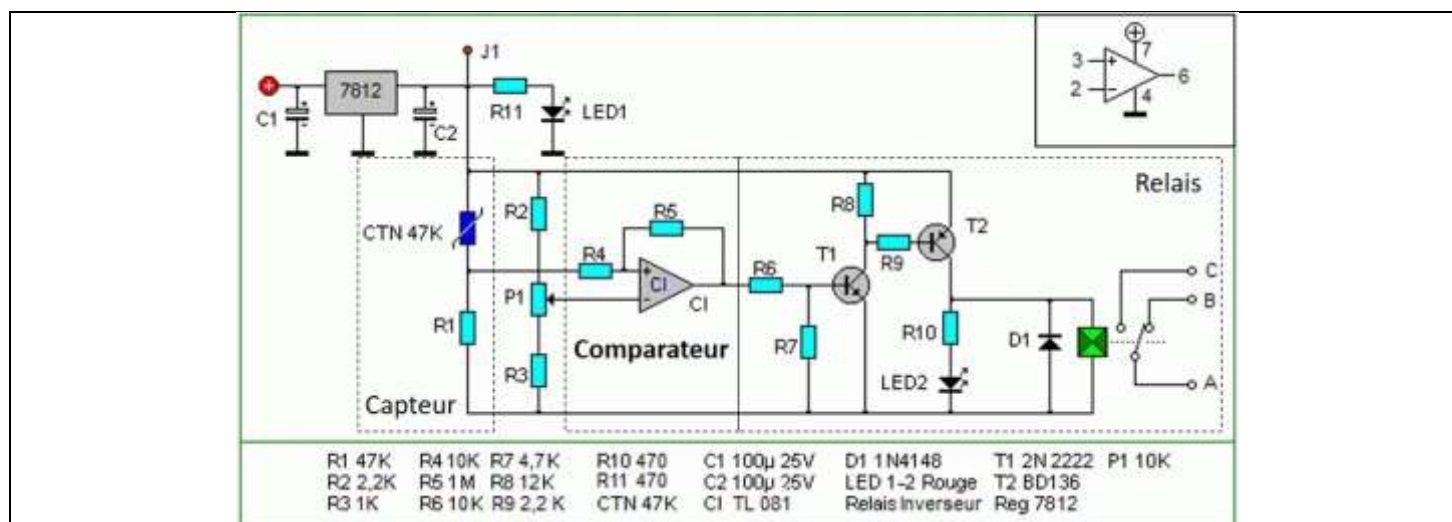


Figure 4. Schéma électrique d'un thermostat (source : <http://www.electronique-3d.fr/Thermostat.html>)

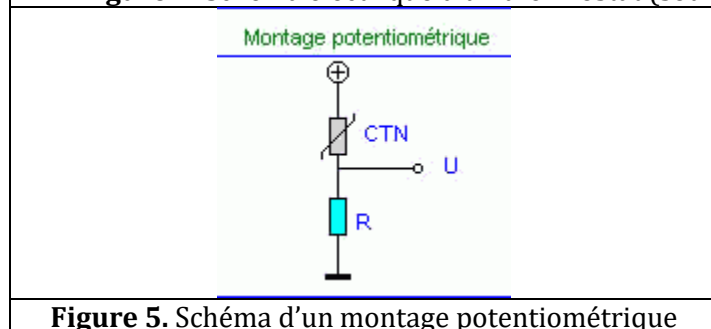


Figure 5. Schéma d'un montage potentiométrique

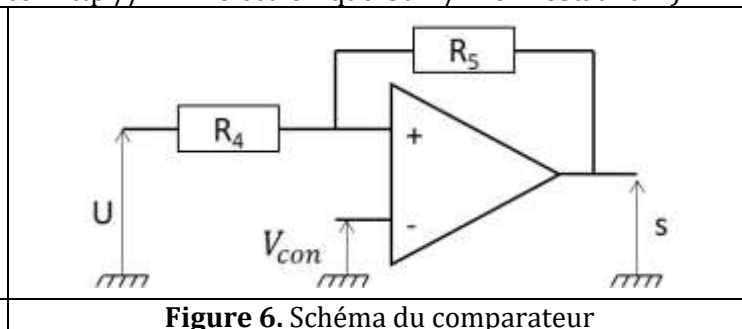


Figure 6. Schéma du comparateur

Etude du capteur

Le capteur de température est ici basé sur une thermistance, appelée CTN pour Coefficient de Température Négatif. En effet, sa résistance R_{CTN} diminue quand la température augmente, ce que l'on modélisera par $R_{CTN} = \alpha T_{mes}$. Ce capteur va alors délivrer une tension proportionnelle à la température mesurée T_{mes} via un montage potentiométrique, expliqué en **Figure 5**.

40. En imaginant que le montage potentiométrique est alimenté en $V_{J1} = 12\text{ V}$ (potentiel au point J1 sur la **Figure 4**), exprimer la tension U en fonction de V_{J1} , $R = R_1$ et R_{CTN} , la résistance de la CTN. Relier alors la tension U à la température mesurée T_{mes} . On précisera le signe de α .

La présence de R_2 en parallèle de la CTN permet de linéariser l'expression précédente sous la forme :

$$U = U_0 + \beta T_{mes} \text{ avec } U_0 > 0 \text{ et } \beta < 0 \text{ en } V/^\circ\text{C}$$

Etude du comparateur

La température de consigne T_{con} est ajustée à l'aide du potentiomètre $P1$. On obtient alors sur l'entrée inverseuse du composant CI une tension V_{con} qui lui est proportionnelle. On étudie alors le circuit comparateur de la **Figure 4**, simplifié sur la **Figure 6**.

41. Comment appelle-t-on le composant CI (**Figure 4**) ?

Si on le suppose idéal, tracer la caractéristique entrée-sortie de ce composant.

42. Comment appelle-t-on ce type de comparateur ? Déterminer ses tensions de seuil e_+ et e_- en fonction de V_{con} , R_4 , R_5 et V_{sat} , la tension de saturation du composant CI.

Tracer la caractéristique entrée-sortie $s = f(U)$ du comparateur.

43. Prenons le cas où la température mesurée T_{mes} augmente. Comment varie la tension U ? Comparer la tension U à la tension de seuil e_- lorsque la température mesurée T_{mes} dépasse la température T_+ . Que se passe-t-il alors au niveau de la tension de sortie s du composant CI ? Que fait le compresseur ?

44. Prenons le cas inverse où la température mesurée T_{mes} diminue. Expliquer alors le fonctionnement du thermostat si T_{mes} passe en-dessous de T_- .

45. En fonction des données en **Figure 4**, retrouver les valeurs de U_0 et β pour que $T_- = 4^\circ\text{C}$ et $T_+ = 6^\circ\text{C}$. On supposera de plus que $V_{sat} = 10\text{ V}$ et $V_{con} = 5\text{ V}$.

Le thermostat tout juste acheté, le technicien s'aperçoit qu'il ne fonctionne pas. En y regardant de plus près, il voit que le composant CI a été monté à l'envers comme sur la **Figure 7**.

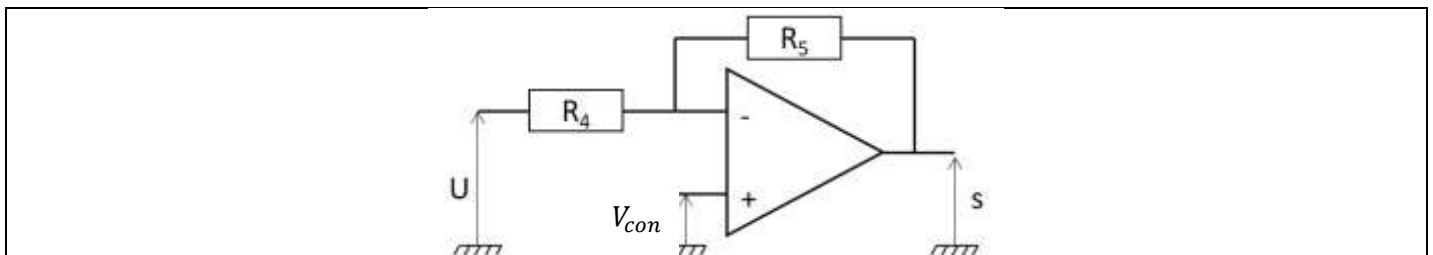


Figure 7. Câblage du composant CI

46. Expliquer quel est le problème : pourquoi ce montage ne fonctionne-t-il pas en comparateur ? Quelle est la fonction réalisée par ce montage ?

III. Phénomène de foudre

III.A. Champ magnétique créé

Lors d'un coup de foudre, l'air est ionisé dans un canal conduisant du sol au nuage orageux.

On assimile l'éclair (**Figure 8**) à un fil rectiligne infini, d'axe Oz et de rayon a , parcouru par un courant d'intensité $I(t)$ uniformément réparti dans une section droite et l'on se place dans l'approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS).

Un point M au voisinage de l'éclair sera repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) .

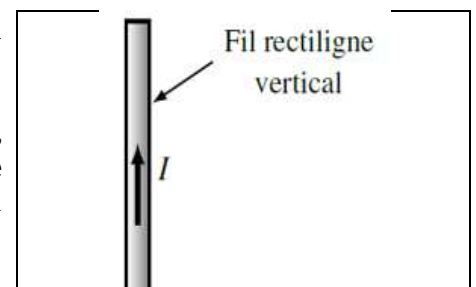


Figure 8. Modélisation de l'éclair

47. Reproduire la **Figure 8** et y placer l'éclair ainsi que la base locale cylindrique en $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, si l'on convient de choisir Oz vertical ascendant.

On s'intéresse à l'expression du champ magnétique créé par l'éclair, toujours modélisé par un fil infini de rayon a . On admet que dans l'approximation des régimes quasi stationnaires, le théorème d'Ampère s'écrit de la même manière que dans le cas stationnaire.

48. Montrer en explicitant les arguments, que ce champ est de la forme $\vec{B}(M, t) = B(r, t) \vec{u}_\theta$.

49. Montrer que pour $r > a$, le champ magnétique créé par l'éclair peut se mettre sous la forme $B(r, t) = KI(t)/r$ et déterminer l'expression littérale du coefficient K .

50. Il n'est pas rare que la foudre s'abatte simultanément sur deux pylônes métalliques voisins. Si ces deux pylônes, supposés parallèles et distants de d_0 , sont parcourus par des courants strictement identiques du fait de leur foudrolement, préciser la valeur du champ magnétique produit en un point du plan défini par les deux pylônes, ce point étant à égale distance de ceux-ci.

III.B. Tension de pas

Par temps orageux, il peut être dangereux de chercher à s'abriter sous un arbre. On modélise l'éclair traversant l'arbre par un fil rectiligne vertical semi-infini, parcouru par un courant électrique ascendant d'intensité $I = 10 \text{ kA}$ (voir **Figure 9**).

Cette demi-droite prend fin au niveau du sol, où l'on suppose que la densité de courant est radiale, de la forme $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$, expression dans laquelle $\vec{e}_r$ est le vecteur unitaire radial des coordonnées sphériques (**Figure 9**). L'étude est menée en régime stationnaire et l'on note $\gamma = 1 \text{ S.m}^{-1}$ la conductivité électrique du sol.

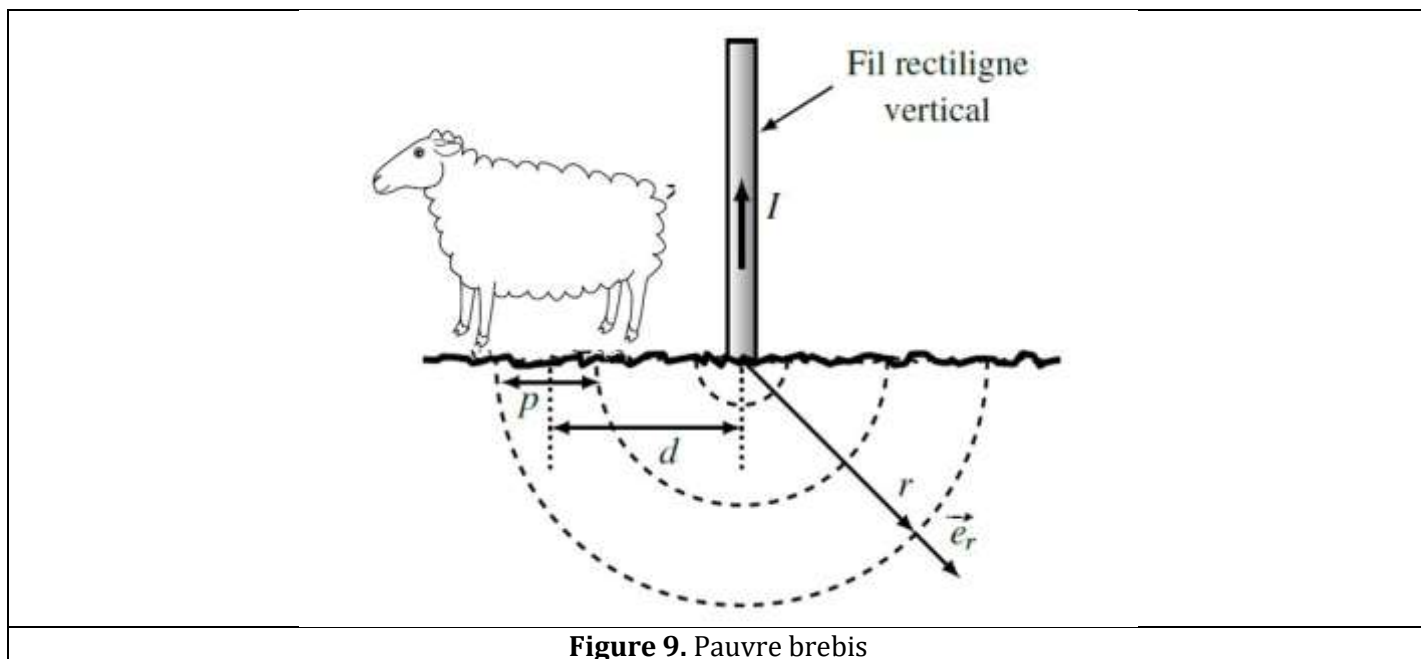


Figure 9. Pauvre brebis

51. Montrer que $j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$.

52. Dans un conducteur ohmique, on peut relier le champ électrique $\vec{E}$ et la densité volumique de courant $\vec{j}$ le parcourant par la loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$.

En déduire que le potentiel dans le sol vaut $V(r) = -\frac{I}{2\pi\gamma r}$, en le supposant nul à l'infini.

53. Une brebis se trouve à la distance moyenne d de l'arbre et la distance entre ses deux pattes avant et arrière est p (voir **Figure 9**). Exprimer, en fonction de p et d , les potentiels au niveau des pattes avant et arrière de la brebis.

En supposant $d^2 \gg (p/2)^2$, montrer que la différence de potentiel U_p , ou tension de pas, est de l'ordre de

$$U_p \approx \frac{Ip}{2\pi\gamma d^2}.$$

54. Soit $R = 2 \text{ k}\Omega$ la résistance entre les pattes avant et arrière de la brebis, distantes de $p = 1 \text{ m}$. A quelle distance minimale d_m du point d'impact doit-elle se trouver pour que son corps soit traversé par un courant d'intensité inférieure à $I_{max} = 25 \text{ mA}$? On donnera l'expression de d_m en fonction de I , I_{max} , p , R et γ . Evaluer numériquement d_m .

Behhhh c'est la fin du sujet !

