

# Devoir Surveillé 3

---

**L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.**

## **Instructions générales**

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

**ATTENTION :**

- La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

## Le retour du chauffe-eau (Nouvelle étude)

Vous l'avez aimé au DS de rentrée, il revient pour pimenter 2022.

### I) Principe de fonctionnement du thermostat

#### Aide aux calculs

$$\frac{200}{402} \approx 0,50$$

$$\frac{200}{439} \approx 0,46$$

#### Données

$$R_1 = 200 \Omega$$

$$E_2 = 10 V$$

Dans un chauffe-eau, un thermostat contrôle la température de l'eau. Si le thermostat détecte une baisse de la température en-dessous de la température de consigne, il ferme le circuit électrique du chauffe-eau de sorte que la résistance chauffante soit mise sous tension. Elle chauffe alors l'eau jusqu'à ce que le thermostat détecte que la température souhaitée a été atteinte : le circuit électrique s'ouvre et la résistance est mise hors tension.

La température de consigne ne doit être ni trop faible pour éviter la prolifération des bactéries responsables de la légionellose ni trop élevée pour éviter un entartrage rapide, les risques de brûlures et une consommation d'électricité superflue.

La température de consigne idéale de l'eau sera donc prise entre  $T_{min} = 333 K$  ( $\theta_{min} = 60^\circ C$ ) et entre  $T_{max} = 338 K$  ( $\theta_{max} = 65^\circ C$ ).

Pour réguler la température, le capteur de température choisi est une thermistance à coefficient de température négatif (CTN). La valeur de la résistance  $R$  de cette thermistance varie en fonction de la température suivant la relation :

$$R(T) = R_0 \exp\left(\alpha \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right)$$

Où  $R_0$  désigne la résistance de la thermistance à  $T_0 = 298 K$  et  $\alpha$  un coefficient caractéristique de la thermistance.

La thermistance a été préalablement étalonnée. Les valeurs de la résistance de la thermistance en fonction de la température ont été relevées dans le Tableau 1 :

$T$ (K)	347,8	344,1	338,2	333,1	328,2	323,7	318,9	314,5
$R$ ( $\Omega$ )	150	169	202	239	284	328	397	465
$T$ (K)	310,4	307,2	303,3	299,8	294,7	289,1	284,9	280,9
$R$ ( $\Omega$ )	536	607	719	835	1 048	1 326	1 600	1 922

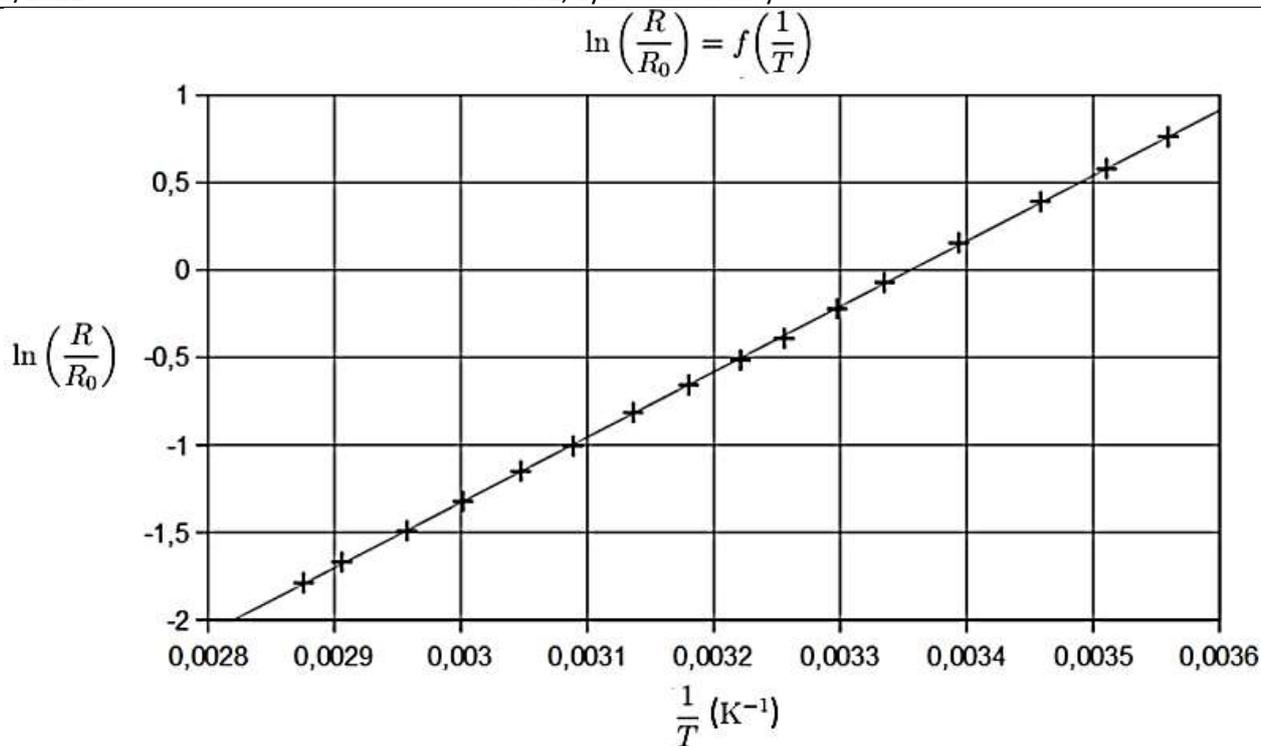
**Tableau 1** – Relevé de la valeur de la résistance de la thermistance en fonction de la température

La courbe d'étalonnage linéarisée est représentée sur la Figure 1 dont l'équation est :

$$y = 3,74 \cdot 10^3 x - 1,25 \cdot 10^1$$

Avec un coefficient de détermination  $R^2 = 1,00$

- 1) À l'aide de quel instrument de mesure peut-on relever la valeur de la résistance de la thermistance ?
- 2) Grâce à la courbe d'étalonnage de la Figure 1, déterminer la valeur du coefficient  $\alpha$ .  
Justifier votre méthode de calcul. Préciser son unité.



**Figure 1** – Courbe d’étalonnage linéarisée de la thermistance CTN

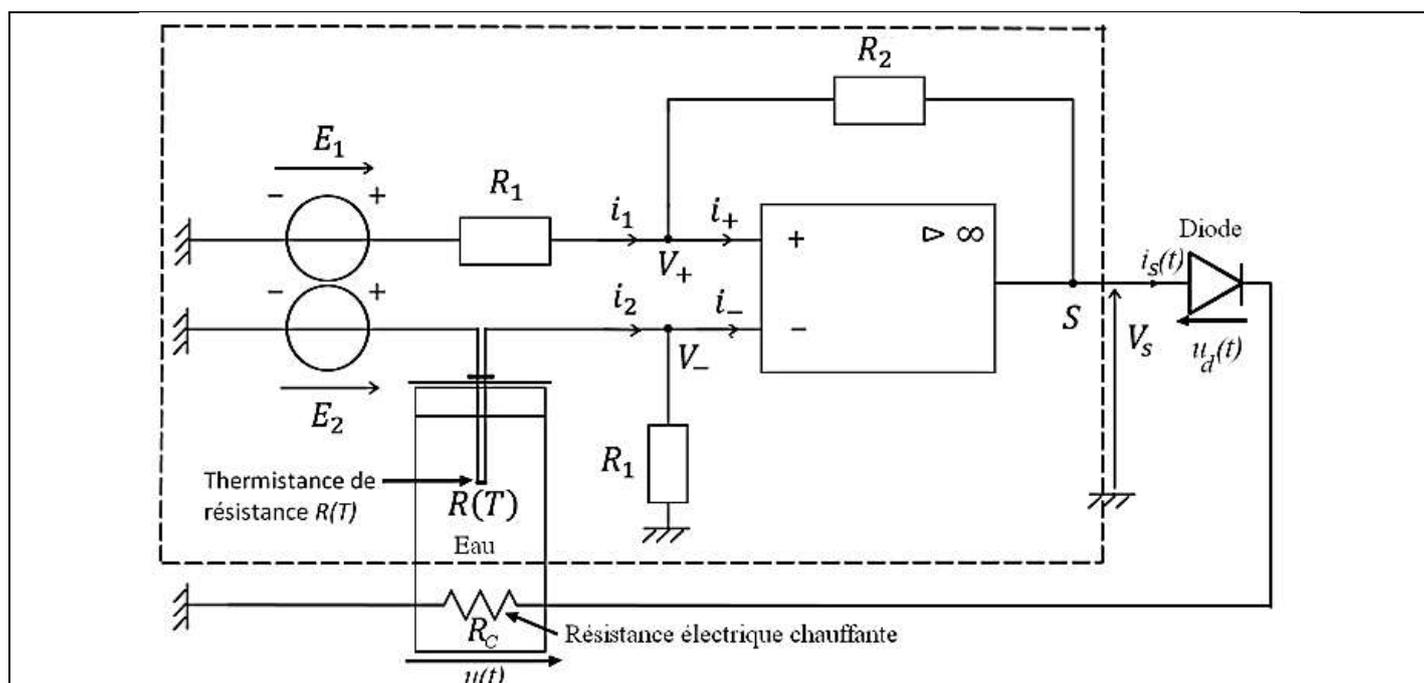
On positionne la thermistance sur un support et on la plonge dans un bain d’eau thermostaté. La thermistance est ensuite placée dans le circuit électrique dont le schéma du montage est donné sur la Figure 2.

Dans ce montage, l’amplificateur linéaire intégré (ALI) est supposé idéal.

On note  $V^+$  (respectivement  $V^-$ ) le potentiel de l’entrée non inverseuse (respectivement le potentiel de l’entrée inverseuse) et  $\varepsilon = V^+ - V^-$  la tension différentielle d’entrée.  $V_{sat}$  et  $-V_{sat}$  désignent respectivement les tensions de saturation haute et basse de l’ALI.

La diode idéalisée est assimilée à un interrupteur  $K$  commandé par la tension  $u_d(t)$  :

- si  $u_d(t) < 0$ , la diode, à l’état bloqué, se comporte comme un interrupteur ouvert ;
- si  $u_d(t) \geq 0$ , la diode, à l’état passant, se comporte comme un interrupteur fermé.



**Figure 2** - Schéma du montage électrique illustrant le principe de fonctionnement du thermostat

- 3) Tracer la caractéristique  $i_s = f(u_d)$  de la diode idéalisée. La diode idéalisée est-elle un dipôle passif, actif ?
- 4) Justifier que la diode est passante si  $V_S(t) \geq 0$ .
- 5) Quel est le régime de fonctionnement de l'ALI ? Justifier.
- 6) Montrer que  $V^-$  peut se mettre sous la forme :

$$V^- = \frac{R_1}{R(T) + R_1} E_2$$

Dans la suite, on note  $\beta(T) = \frac{R_1}{R(T) + R_1}$  de sorte que  $V^- = \beta(T)E_2$ .

- 7) À l'aide du Tableau 1, calculer la valeur de  $V^-$  lorsque la température est  $T_{max}$ , puis lorsque la température est  $T_{min}$ . Comment évolue  $V^-$  lorsque la température augmente ?
- 8) Déterminer l'expression de  $i_1$  et en déduire que l'expression de  $V^+$  peut se mettre sous la forme :
 
$$V^+ = \gamma E_1 + \delta V_S$$
 où  $\gamma$  et  $\delta$  sont des constantes positives que l'on exprimera en fonction de  $R_1$  et  $R_2$ .
- 9) En déduire l'expression de la tension différentielle  $\varepsilon$  en fonction de  $E_1, E_2, V_S, \gamma, \delta$  et  $\beta(T)$ .

La valeur des composants est choisie de telle sorte que :

- lorsqu'on augmente la température du bain et qu'elle atteint la température maximale  $T_{max}$ ,  $V_S$  bascule de  $V_{sat}$  à  $-V_{sat}$  ;
- lorsqu'on diminue la température du bain et qu'elle atteint la température minimale  $T_{min}$ ,  $V_S$  bascule de  $-V_{sat}$  à  $V_{sat}$ .

En  $t = 0$ , le bain d'eau thermostaté a une température  $T < T_{min}$ .

On suppose que la tension différentielle  $\varepsilon > 0$ .

- 10) La diode est-elle passante ou bloquée ? Comment évoluent la température, la valeur du coefficient  $\beta(T)$  et la tension différentielle  $\varepsilon$  ?

La température atteint alors  $T_{max}$ .

- 11) La diode sera-t-elle alors passante ou bloquée ? Comment évolueront la température, la valeur du coefficient  $\beta(T)$  et la tension différentielle  $\varepsilon$  ?
- 12) Tracer l'allure de  $V_S = f(V^-)$ .
- 13) En déduire le nom que porte la partie du montage encadrée par des tirets sur la Figure 2.

## II) Formation de calcaire à la surface du thermoplongeur

### Données

Formule de Taylor à l'ordre 1 :  $f(r + dr) = f(r) + \frac{df(r)}{dr} dr$

Expression du gradient en coordonnées cylindriques pour un champ scalaire  $V$  ne dépendant que de  $r$  :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(V(r)) = \frac{dV(r)}{dr} \overrightarrow{u}_r$$

Pour chauffer l'eau de la cuve, le chauffe-eau électrique est muni d'un thermoplongeur constitué d'un fil résistif parcouru par un courant électrique qui s'échauffe par effet Joule. Ce fil est recouvert d'un isolant et le tout est placé dans un tube blindé. On assimile ce thermoplongeur à un tube d'acier de longueur  $L$ , de rayon  $r_0$  et dont la température de surface est maintenue à  $T_1$  (Figure 3).

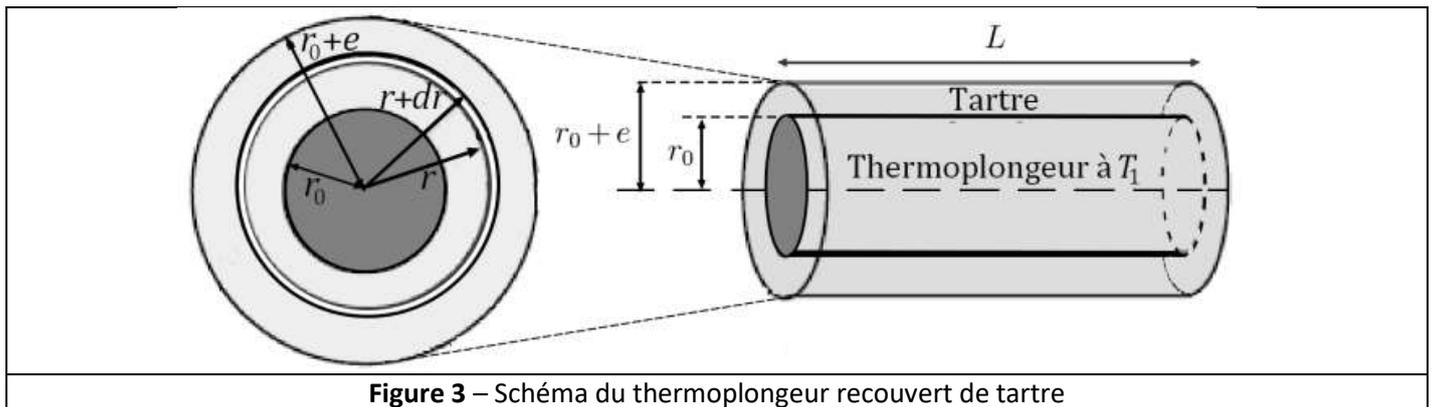


Figure 3 – Schéma du thermoplongeur recouvert de tartre

Ce tube, en contact direct avec l'eau du chauffe-eau, est sensible au tartre (dépôt de calcaire) qui entrave la diffusion de la chaleur. On suppose qu'une couche cylindrique de tartre d'épaisseur  $e$  et de conductivité thermique  $\lambda$  se dépose sur le tube.

On considère que le champ de température et le vecteur densité de flux thermique ne dépendent que de la distance  $r$  à l'axe. On note ainsi  $T(r)$  le champ de température dans le cylindre de tartre auquel on associe un transfert thermique radial de vecteur densité de flux thermique  $\vec{j} = j(r)\overrightarrow{u}_r$ ,  $\overrightarrow{u}_r$  désignant un vecteur unitaire dirigé selon un des rayons du tube et perpendiculaire à l'axe du tube.

Dans le cadre de cette étude, on se place en régime permanent, l'évolution temporelle de la température de l'eau  $T_e$  étant supposée lente.

On se place suffisamment loin des extrémités du tube pour pouvoir négliger les effets de bord. On néglige tout phénomène de rayonnement ; on se limite aux échanges conducto-convectifs entre la paroi du tube recouverte de tartre et l'eau. On désigne le coefficient d'échange à la paroi par la constante  $h$  et on note  $T_p$  la température de la paroi.

14) Définir le flux thermique  $\Phi$  à travers une surface  $S$ . Préciser son unité.

15) À l'aide d'un bilan d'énergie portant sur le cylindre infinitésimal de tartre de rayon interne  $r$  et de rayon externe  $r + dr$  tel que  $r_0 < r < r_0 + e$  (Figure 3), montrer que la composante radiale du vecteur densité de flux thermique  $j(r)$  satisfait l'équation différentielle :

$$\frac{d}{dr}(rj(r)) = 0$$

16) Énoncer la loi de Fourier.

17) Montrer que le champ de température  $T(r)$  dans le tartre peut se mettre sous la forme :

$$T(r) = A \ln(r) + B$$

Où  $A$  et  $B$  désignent les constantes d'intégration que l'on ne cherchera pas à déterminer.

18) Exprimer la composante radiale du vecteur densité de flux thermique  $j(r)$  en fonction de  $\lambda$ ,  $A$  et  $r$ .

19) En déduire l'expression du flux thermique  $\Phi$  en fonction de  $\lambda$ ,  $A$  et  $L$ .

20) Définir la résistance thermique  $R_t$  du cylindre de tartre et en déduire son expression en fonction de  $T_1$ ,  $T_p$ ,  $\lambda$ ,  $A$  et  $L$ .

À la frontière entre le tartre et l'eau, la convection de l'eau est limitée par les frottements sur la paroi de tartre. Le transfert thermique à travers la paroi est donné par la loi de Newton :

$$\Phi_{t \rightarrow e} = 2\pi(r_0 + e)Lh(T_p - T_e)$$

21) Déterminer l'expression de la résistance thermique  $R_{cc}$  résultant du transfert conducto-convectif entre la paroi de tartre et l'eau en fonction de  $r_0$ ,  $e$ ,  $h$  et  $L$ .

22) À l'aide d'un schéma électrique équivalent, montrer que le transfert thermique entre la paroi interne du tartre à la température  $T_1$  et l'eau à la température  $T_e$  est représenté par une résistance équivalente  $R_{eq}$  dont on précisera l'expression en fonction de  $R_t$  et  $R_{cc}$ .

Dans le cas du tartre,  $h = 100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $\lambda = 0,9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . L'évolution de la résistance thermique équivalente  $R_{eq}$  en fonction de l'épaisseur  $e$  de tartre est représentée sur la Figure 4.

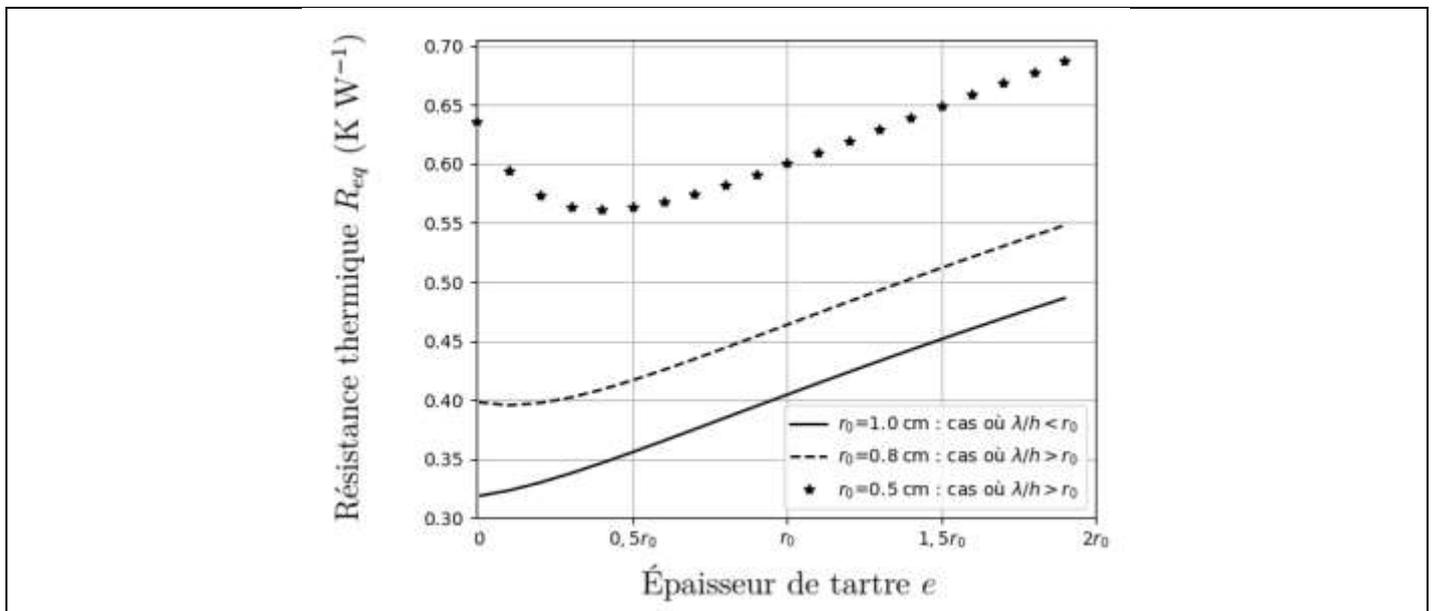


Figure 4 – Evolution de la résistance thermique équivalente en fonction de l'épaisseur de tartre pour une longueur arbitraire du thermoplongeur  $L = 50 \text{ cm}$ .

23) On note  $e_{min}$  l'épaisseur minimale à partir de laquelle le tartre augmente l'isolation thermique. Déterminer approximativement les 3 valeurs de  $e_{min}$ , exprimées en fonction de  $r_0$ , correspondant aux 3 différents cas présentés sur la Figure 4.

Les constructeurs de chauffe-eau indiquent qu'un chauffe-eau entartré aura plus de risques de surchauffe et demandera plus d'énergie pour fonctionner.

En régime permanent, on souhaite maintenir la température de l'eau à  $T_e$ . Comment évoluera la température de surface  $T_1$  du thermoplongeur lorsque l'épaisseur de tartre deviendra supérieure à  $e_{min}$ . Faut-il utiliser un rayon  $r_0$  de thermoplongeur faible ou élevé devant  $\frac{\lambda}{h}$  pour limiter les risques de surchauffe ?

Le Tableau 2 précise les conductivités thermiques, les masses volumiques et les capacités thermiques massiques de l'acier et du calcaire (tartre).

Données	Conductivité thermique	Masse volumique	Capacité thermique massique
Acier	$15 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	$8\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$500 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Tartre	$0,9 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	$2\,500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$900 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

**Tableau 2** – Données relatives à l'acier et au calcaire

On rappelle l'équation de diffusion de la chaleur :

$$D\Delta T = \frac{\partial T}{\partial t}$$

Où  $\Delta T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$  désigne le laplacien en coordonnées cylindriques pour le champ de température  $T(r)$ ,  $D = \frac{\lambda}{\mu c}$  la diffusivité thermique du milieu,  $\lambda$  sa conductivité thermique,  $\mu$  sa masse volumique et  $c$  sa capacité thermique massique.

- 24)** Montrer que la dimension de la diffusivité thermique du milieu  $D$  est une longueur au carré par unité de temps.
- 25)** On note  $\tau_a$  la durée d'établissement du régime permanent au sein du thermoplongeur assimilé à une tige d'acier de rayon  $r_0 = 1 \text{ cm}$  et  $\tau_t$  la durée d'établissement du régime permanent au sein d'un dépôt de tartre d'épaisseur  $e \approx r_0$ . Déterminer l'ordre de grandeur du rapport  $\frac{\tau_a}{\tau_t}$ .
- 26)** Commenter les recommandations des constructeurs.

## Etude d'une patinoire

### Données

Permittivité du vide :  $\epsilon_0 \approx 9,0 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Perméabilité du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

Relation entre opérateurs différentiels :  $\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(m)) = \Delta m$

Développement de Taylor de la fonction  $T(x, y)$  avec  $p \ll 1$  :  $T(x + p, y) = T(x, y) + p \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{p^2}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + O(p^3)$

## I) Equations de Maxwell

Les questions perdues au milieu de sujet pour gagner des points....

On se place dans le vide.

- 27)** Citer les quatre équations de Maxwell en donnant leur nom et en expliquant tous les termes entrant dans leur composition, ainsi que leurs unités.
- 28)** Qu'appelle-t-on l'approximation des régimes quasi-stationnaires ? Citer un cas pratique où l'on peut se placer dans ces hypothèses. Comment peuvent se simplifier les équations de Maxwell dans ce cas ?
- 29)** Si l'on se place maintenant en régime stationnaire, comment se simplifient les équations de Maxwell ? Commenter.
- 30)** Dans le cadre du régime stationnaire, on peut définir le potentiel électrostatique  $V$  et le relier au champ électrostatique par :  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$ . Retrouver alors l'équation de Poisson et celle de Laplace.

On retrouve aussi l'équation de Laplace dans le cadre de la conduction thermique lorsque l'on se place en régime stationnaire, alors la température obéit à la loi suivante :  $\Delta T = 0$ .

## II) Propagation de la chaleur dans une patinoire

On se place en régime stationnaire. Seul le phénomène de conduction thermique est pris en compte. La patinoire fait  $l = 30 \text{ m}$  de largeur,  $L = 60 \text{ m}$  de longueur et se trouve dans un bâtiment de  $h = 20 \text{ m}$  de hauteur.

On cherche à déterminer la température dans le bâtiment.

Pour simplifier le problème, on prend un problème bidimensionnel et on se place dans le plan longitudinal de la patinoire (Figure 5).

Conditions aux limites : la patinoire est maintenue à une température constante de  $T_g = -10 \text{ }^\circ\text{C}$ , le plafond et les murs sont au contact de l'air extérieur de  $T_e = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  de température.

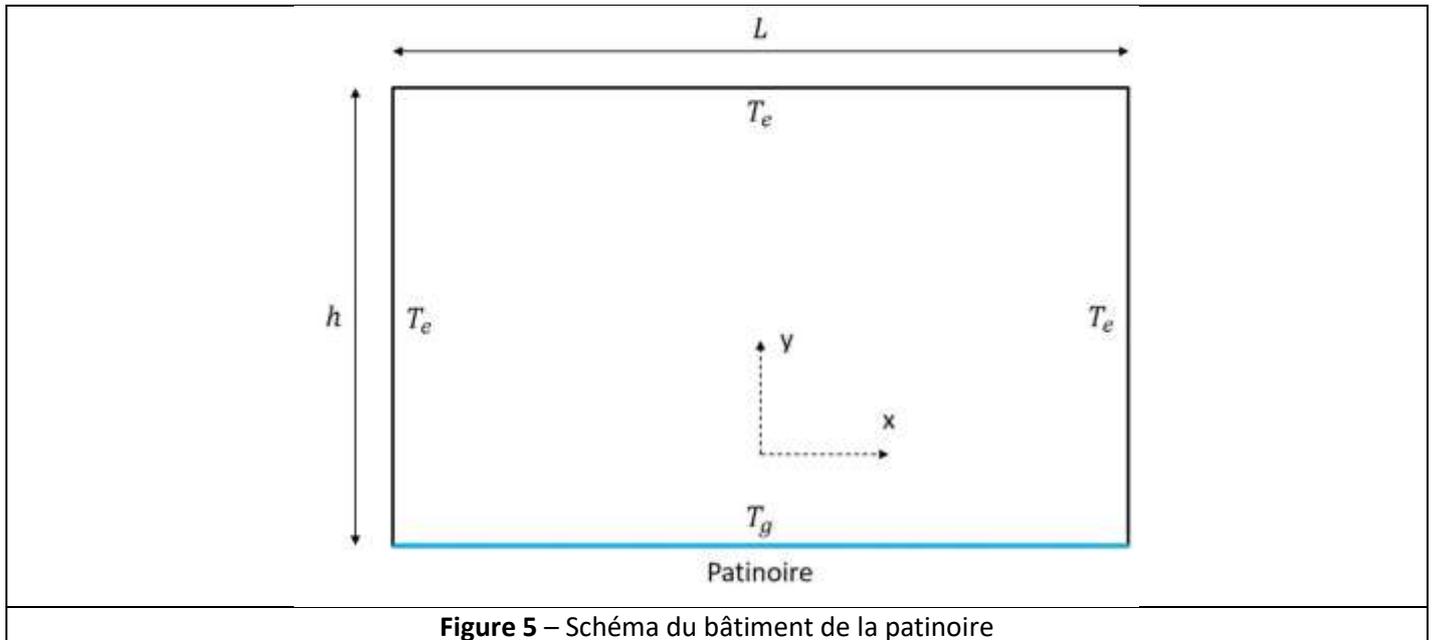


Figure 5 – Schéma du bâtiment de la patinoire

### II.1) Etude théorique unidimensionnelle

On se place d'abord dans un cas unidimensionnel selon l'axe  $Oy$ .

**31)** Simplifier l'équation de la chaleur (Laplace) dans ce cas. Résoudre l'équation.

### II.2) Etude numérique bidimensionnelle

On se place maintenant dans le plan  $Oxy$  représenté sur la Figure 5.

**32)** Comment s'écrit alors l'équation de Laplace ?

La résolution de cette équation à la main est bien plus complexe. On préfère alors passer par une modélisation numérique pour connaître l'évolution de la température dans le bâtiment.

Pour cela, on va procéder à un maillage de l'espace  $D$  dans lequel on veut connaître la température.

On notera  $T_{i,j} = T(x_i, y_j)$  la température aux points  $(x_i, y_j)$  avec  $i \in [1, nl]$  et  $j \in [1, nc]$  intérieurs au bâtiment.

$T_{0,j}$  correspond à la température du mur gauche,  $T_{i+1,j}$  correspond à la température du mur droit,  $T_{i,0}$  correspond à la température du sol,  $T_{i,j+1}$  correspond à la température du plafond.

**33)** Donner la valeur des températures  $T_{0,j}$ ,  $T_{i+1,j}$ ,  $T_{i,0}$  et  $T_{i,j+1}$ .

**34)** Représenter sur votre copie le bâtiment de la patinoire comme en Figure 5 et y rajouter le maillage pour  $nl = 5$  et  $nc = 1$ . Pour chaque point, donner sa position sur la longueur de la patinoire ( $x = 0$  sur le mur gauche) et sa hauteur par rapport au sol ( $y = 0$  au niveau du sol).

**35)** Quelle est alors la valeur du pas  $p_i$  selon  $x$  en fonction de  $L$  et  $nl$ , puis le pas  $p_j$  selon  $y$  en fonction de  $h$  et  $nc$ ?

Les dérivées partielles de l'équation de Laplace sont approchées par des différences finies, basées sur des développements de Taylor. On prendra à partir de maintenant :  $p_i = p_j = p$ .

**36)** Exprimer  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$  en fonction de  $T(x + p, y)$ ,  $T(x - p, y)$ ,  $T(x, y)$  et  $p$ . En déduire  $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{i,j}$  en fonction de  $T_{i+1,j}$ ,  $T_{i-1,j}$ ,  $T_{i,j}$  et  $p$ .

**37)** Exprimer  $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$  en fonction de  $T(x, y + p)$ ,  $T(x, y - p)$ ,  $T(x, y)$  et  $p$ . En déduire  $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_{i,j}$  en fonction de  $T_{i,j+1}$ ,  $T_{i,j-1}$ ,  $T_{i,j}$  et  $p$ .

**38)** Montrer alors que résoudre l'équation de Laplace revient à résoudre le système linéaire suivant en chaque point du domaine  $D$  :

$$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

**39)** Expliquez alors il est possible de retrouver la température en tous les points intérieurs au bâtiment à l'aide d'un outil informatique.

Aucune programmation n'est demandée, juste le principe de l'algorithme.

### III) Etude du fluide réfrigérant

#### Données

Enthalpies standard de formation  $\Delta_f H^0$  de différentes espèces chimiques (supposées indépendantes de la température et de la pression) :

Espèce chimique	$C_2H_4O^{(1)}$ (g)	$H_2O$ (g)	$C_2H_6O_2$ (g)	$C_2H_6O_2$ (l)
$\Delta_f H^0$ (kJ·mol <sup>-1</sup> )	- 51,0	- 285	- 392	- 460

<sup>(1)</sup> Oxyde d'éthylène

Relation de Van't Hoff :

$$\frac{d \ln K}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2}$$

avec  $K$  la constante d'équilibre,  $R$  la constante des gaz parfaits ( $R = 8,3 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ),  $T$  la température (en K) et  $\Delta_r H^0$  l'enthalpie standard de réaction (en  $\text{J mol}^{-1}$ ).

L'éthylène glycol est surtout utilisé comme composé antigel ou liquide de transfert de chaleur que ce soit pour les radiateurs d'automobiles, les systèmes de refroidissement tels que les tapis glaciers ou le dégivrage des avions. L'éthylène glycol est un liquide incolore, inodore et relativement peu volatil. Il est complètement miscible avec l'eau.

L'éthylène glycol présent dans l'environnement est issu principalement de sources anthropiques. Les rejets d'éthylène glycol les plus importants dans l'environnement proviennent des opérations de dégivrage des avions qui tombent sur le sol et atteignent éventuellement le milieu aquatique. D'autres sources de rejets dans l'eau sont les industries de pâtes et papiers et de l'acier. Les rejets dans l'atmosphère se produisent lors de la production de l'éthylène glycol, pendant le traitement du gaz naturel et lors de la fabrication des peintures et revêtements. L'éthylène glycol est également injecté sous terre pour en disposer après les opérations de traitement du gaz naturel.

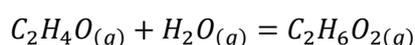
Une fois dans l'environnement, l'éthylène glycol se disperse surtout dans les eaux de surface et souterraines. Il ne se bioaccumule pas et ne persiste pas dans le milieu, surtout à cause de la biodégradation. On estime sa demi-vie dans l'air, l'eau, les eaux souterraines et le sol habituellement de 0,35 à 3,5 jours, de 2 à 12 jours, de 4 à 24 jours et de 2 à 12 jours, respectivement, mais ces plages peuvent être dépassées selon les conditions du milieu. L'éthylène glycol se biodégrade rapidement dans le milieu aquatique et peut donc contribuer à l'appauvrissement en oxygène dissous des eaux réceptrices.

#### Document 1 – L'éthylène glycol

Source : Extrait de la loi canadienne sur la protection de l'environnement

Liste des substances d'intérêt prioritaire - État de la science pour l'éthylène glycol (2000)

L'éthylène glycol (formule brute  $C_2H_6O_2$ ) s'obtient traditionnellement par hydrolyse de l'oxyde d'éthylène (formule brute  $C_2H_4O$ ) en présence d'un grand excès d'eau selon la réaction :



Cette réaction est catalysée.

Elle s'effectue à la température  $T_1 = 400 \text{ K}$  et sous une pression  $P = 15,0 \text{ bar}$ . Le rendement de cette réaction peut atteindre 90 %.

A  $T_1 = 400 \text{ K}$ , la constante d'équilibre associée à cette réaction est  $K_1 = 2,0 \cdot 10^4$ .

- 40) Quel est le milieu naturel le plus susceptible de subir les effets de l'éthylène glycol ?
- 41) Calculer l'enthalpie standard de cette réaction.
- 42) Cette réaction est-elle endothermique ou exothermique ? Expliquer le terme choisi.
- 43) Expliquer le choix de la température  $T_1$ .

- 44)** On réalise cette réaction à une température  $T_2$  supérieure à  $T_1$ . Déterminer l'expression de la nouvelle constante d'équilibre notée  $K_2$  en fonction de  $K_1$ , des températures  $T_1$  et  $T_2$ , de l'enthalpie standard de réaction et de la constante des gaz parfaits.  $K_2$  sera-t-il plus grand ou plus petit que  $K_1$  ?
- 45)** Expliquer le choix de la pression  $P$ .
- 46)** Exprimer le quotient de réaction en fonction de la pression partielle des gaz, puis en fonction de la quantité de matière de chacun des constituants.
- 47)** Expliquer le fait que les industriels décident de travailler en présence d'un grand excès d'eau.
- 48)** On appelle  $\alpha$  le taux de conversion d'oxyde d'éthylène. On suppose que la quantité de matière initiale d'eau est 10 fois plus importante que celle d'oxyde d'éthylène. Exprimer la constante d'équilibre en fonction de  $\alpha$ ,  $P$ ,  $P^0$ . Retrouver les résultats de la question 45.
- 49)** La réaction étant catalysée, on peut supposer qu'elle se déroule rapidement. Les échanges de chaleur n'ont alors pas le temps de se faire. Comment pourrait-on déterminer la température  $T_f$  de fin de réaction ?

## IV) Etude d'une « chauffeurette »

### Aides aux calculs

$$136 \times 12 = 1632$$

$$28 \times 6 = 168$$

### Données

- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

	$\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}_{(s)}$	$(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}, 3\text{H}_2\text{O})_{(s)}$	$\text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)}$	$\text{H}_2\text{O}$	$\text{Na}^+$	$\text{H}_3\text{O}^+$	$\text{Cl}^-$
Masses molaires en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$	82,0	136,0		18,0			
Enthalpie standard de formation à 298 K en $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$		-1658	-500	-300	-240		
Capacité thermique massique en $\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$		2,0					
Conductivités molaires ioniques à 298 K en $\text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$			4,1		5,0	35,0	7,6

- Masses molaires en  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$  :  $M(\text{C}) = 12,0$   $M(\text{O}) = 16,0$   $M(\text{H}) = 1,0$   $M(\text{Na}) = 23,0$

Une chauffeurette (Figure 6) est un petit appareil de chauffage (souvent portable) qui permet de se réchauffer. Les chauffeurettes sont constituées d'une enveloppe plastique dans laquelle on trouve de l'acétate de sodium hydraté  $(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}, x\text{H}_2\text{O})_{(s)}$  et une pièce métallique fine en forme de lentille qui peut être tordue de manière réversible.

La chauffeurette est initialement mise dans de l'eau bouillante jusqu'à ce que l'ensemble de l'acétate de sodium hydraté initialement solide  $(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}, 3\text{H}_2\text{O})_{(s)}$  soit transformé en liquide  $(\text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)} + \text{Na}^+_{(aq)} + 3\text{H}_2\text{O}_{(l)})$ .

La chauffeurette est alors sortie hors de l'eau bouillante et laissée à refroidir à température ambiante. L'acétate de sodium hydraté reste alors liquide (phénomène de surfusion).



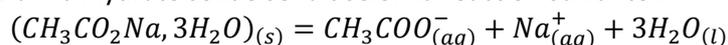
Figure 6

Lorsque la pièce métallique est déformée, l'acétate de sodium liquide se solidifie entraînant un échange d'énergie avec l'extérieur sous forme de transfert thermique.

## II.A) Détermination de l'enthalpie standard de fusion de l'acétate de sodium trihydraté

### II.A.1) Première méthode : à partir des tables

La fusion de l'acétate de sodium trihydraté solide se fait selon la réaction suivante :



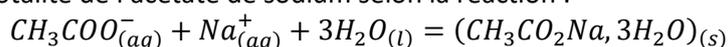
50) A partir des données thermodynamiques, déterminer la valeur de l'enthalpie standard de la réaction de fusion  $\Delta_{fus}H^0$  du solide.

51) Que peut-on déduire du signe de cette grandeur ?

### II.A.2) Deuxième méthode : par calorimétrie

Le contenu d'une chauffeurette ( $m = 136,0\text{g}$ ) sous forme liquide et placé dans un calorimètre à la température  $T_i = 22,0^\circ\text{C}$ .

Un grain d'acétate de sodium solide  $(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{Na}, 3\text{H}_2\text{O})_{(s)}$ , de masse négligeable, est introduit et provoque la solidification brutale de la totalité de l'acétate de sodium selon la réaction :



Lorsque l'équilibre thermique est atteint, la température du système est  $T_f = 82,0^\circ\text{C}$ .

La pression reste constante au cours de l'expérience. On néglige les échanges thermiques avec l'extérieur.

On suppose que  $\Delta_{fus}H^0$  est indépendant de la température T.

Le calorimètre et ses accessoires ont une capacité thermique  $C_{calo} = 28J.K^{-1}$ .

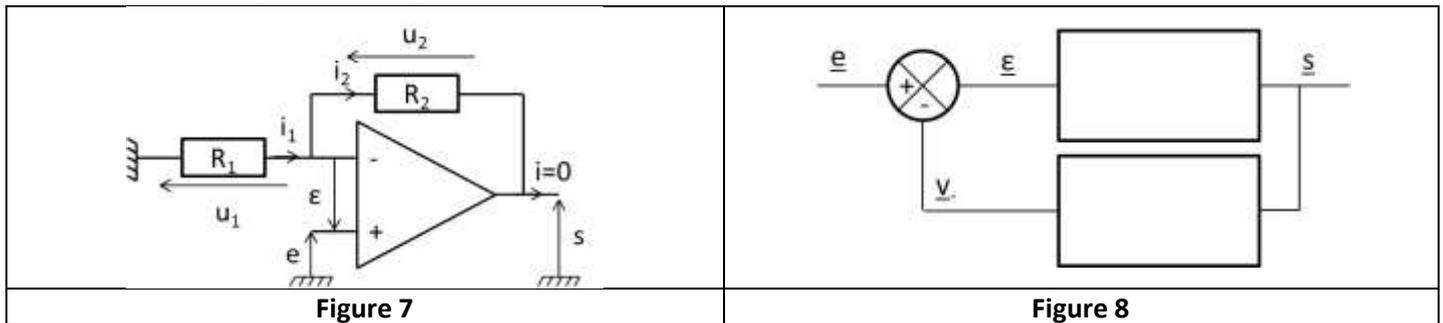
On considère une suite de transformations pour le système {calorimètre et accessoires, acétate de sodium hydraté}

- 52) Que peut-on dire de la variation d'enthalpie  $\Delta H_{tot}$  au cours de la transformation chimique du système {intérieur du calorimètre} ?
- 53) Exprimer la variation d'enthalpie  $\Delta H_{calo}$  du système {calorimètre + accessoires} en fonction de  $C_{calo}$ ,  $T_i$  et  $T_f$ .
- 54) Si la solidification s'effectue à température constante, que vaut la variation d'enthalpie  $\Delta H_1$  due uniquement à la réaction chimique ? On l'exprimera en fonction de  $m$ ,  $\Delta_{fus}H^0$  et  $M$ , la masse molaire du solide.
- 55) Exprimer la variation d'enthalpie  $\Delta H_2$  du solide si sa température passe de  $T_i$  à  $T_f$  en fonction de  $T_i$ ,  $T_f$ ,  $m$  et  $c_p$ , sa capacité thermique massique.
- 56) En déduire l'enthalpie standard de fusion de l'acétate de sodium hydraté,  $\Delta_{fus}H^0$ . Conclure.

## Quand il y en a plus, il y en a encore

Parce que je ne pouvais pas conclure ce sujet sans vous parler d'amplificateurs, voici les 4 questions bonus.

On étudie le montage suivant (Figure 7) l'ALI étant considéré idéal.



**57)** Trouver la fonction de transfert du montage  $G_0 = \frac{s}{e}$ . Y a-t-il une limite à l'amplification possible ?

L'ALI n'est plus considéré comme idéal. En régime linéaire, on peut alors relier sa sortie à son entrée différentielle par la fonction de transfert suivante :  $\underline{A}(j\omega) = \frac{\underline{s}(j\omega)}{\underline{\varepsilon}(j\omega)} = \frac{A_{vd}}{1+j\tau\omega}$ .

**58)** On peut alors représenter le montage par un schéma bloc (Figure 8). Le compléter sur votre feuille.

**59)** Montrer que la fonction de transfert  $\underline{H}$  liant les tensions d'entrée  $\underline{e}$  et de sortie  $\underline{s}$  du montage amplificateur non inverseur peut se mettre sous la forme :  $\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e} = \frac{G_0}{1+j\tau_c\omega}$  avec  $G_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$  et  $\tau_c = G_0 \frac{\tau}{A_{vd}}$ . On utilisera le fait que  $A_{vd} \gg 1$ . Quel type de filtre retrouve-t-on ?

**60)** Donner la valeur de la bande passante, BP. Que remarque-t-on lorsqu'on fait le produit gain-bande passante ?