

Devoir Surveillé 4 – Niveau CCINP

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION : - La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

Détecteur de métaux

Les détecteurs de métaux sont des instruments électroniques capables d'indiquer la présence de masses métalliques de nature et de taille différentes (FIGURE 1). Les détecteurs fixes sont utilisés dans les aéroports, dans l'industrie agro-alimentaire ou pharmaceutique, sur les réseaux routiers, etc. Les détecteurs mobiles peuvent servir à localiser et suivre le cheminement de canalisations enterrées ou de fils électriques, à aider aux fouilles archéologiques, à repérer des engins dangereux, etc.

Les détecteurs de métaux fonctionnent selon des principes variés dépendant de l'utilisation souhaitée. Ici, nous étudierons dans un premier temps un capteur de déplacement, puis les câbles nécessaires pour faire transiter l'information et enfin, le silicium, élément essentiel pour tout composant intégré.



FIGURE 1. DIVERS DETECTEURS DE METAUX

Aide aux calculs :

$\frac{2 \times \pi \times 8,85}{\ln(5,0)} = 34,5$	$\ln(5,0) = 1,6$	$8,31 \times 125042 = 1,04.10^6$
$(3,68)^{0,25} = 1,39$	$\frac{1,39 \times 8}{8,31 \times 1,730} = 0,77$	$\frac{3,2}{6,41} = 0,50$
$\frac{1,8}{6,01} = 0,30$	$\frac{4,0 \times 8,31 \times 1,730}{8} = 7,2$	$\frac{7}{18} = 3$

I) Capteur de déplacement

Le capteur utilise une bobine d'auto-induction. On s'intéresse dans un premier temps au champ magnétique créé par un solénoïde dans l'air, puis à partir de là au capteur lui-même, obtenu en insérant une partie mobile à l'intérieur du solénoïde. Les données utiles se trouvent en fin de partie I.

I.1) Etude du solénoïde

On considère un solénoïde de longueur l_0 et de rayon R recouvert de N spires jointives bobinées sur un cylindre rempli d'air, dans lesquelles circule un courant électrique d'intensité I (FIGURE 2). On considèrera que les propriétés magnétiques de l'air sont celles du vide. Tous les calculs de champ magnétique seront menés dans le cas du solénoïde illimité.

- 1) Donner l'énoncé du théorème d'Ampère. De quelle équation de Maxwell découle-t-il ? Donner son expression. Dans quelles conditions doit-on travailler pour que le théorème d'Ampère soit valable ?
- 2) Montrer que le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde peut se mettre sous la forme : $\vec{B} = B(r)\vec{u}_z$. On fera pour cela une étude complète des symétries et invariances du problème.
- 3) En supposant le champ magnétique nul à l'extérieur du solénoïde, montrer que la norme du champ magnétique en tout point intérieur du solénoïde peut se mettre sous la forme : $B = \mu_0 \left(\frac{N}{l_0}\right) I$.
- 4) Donner l'équation de Maxwell en la nommant se rapportant au phénomène d'induction. Quelle loi en déduit-on ?
- 5) Montrer que l'expression littérale du coefficient d'auto-inductance ou inductance propre L_0 du solénoïde peut se mettre sous la forme : $L_0 = N\mu_0 \left(\frac{N}{l_0}\right) \pi R^2$.

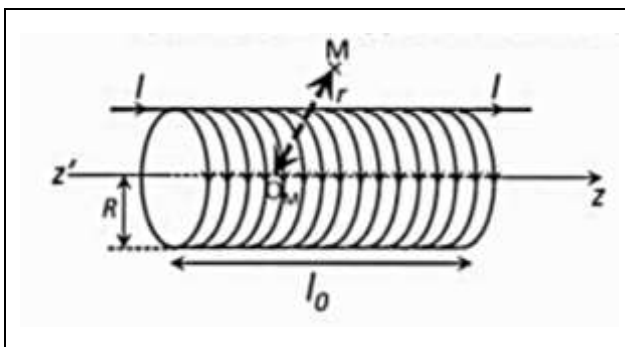


FIGURE 2. SOLENOÏDE DE LONGUEUR l_0 CONSTITUE DE N SPIRES JOINTIVES BOBINÉES SUR UN CYLINDRE REMPLI D'AIR, DANS LESQUELLES CIRCULE UN COURANT ÉLECTRIQUE D'INTENSITÉ I

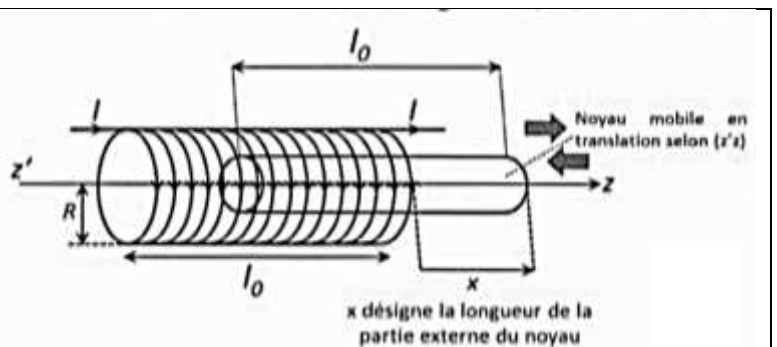


FIGURE 3. CAPTEUR MAGNETIQUE A INSERTION D'UN NOYAU AU SEIN DU SOLENOÏDE DE LA FIGURE 2 INITIALEMENT REMPLI D'AIR.

I.2) Etude du capteur

Le capteur étudié est représenté sur la FIGURE 3. Une partie mobile de longueur l_0 , appelée noyau, peut se déplacer en translation à l'intérieur du solénoïde initialement rempli d'air. Pour la suite de l'étude, nous admettrons les résultats suivants :

- L'insertion d'un noyau à l'intérieur d'un solénoïde conduit à une modification de son coefficient d'auto-inductance : l'inductance en présence du noyau est le produit de l'inductance dans l'air par un facteur multiplicatif δ .
 - Le coefficient d'auto-inductance du capteur peut être évalué comme celui résultant de la mise en série de deux solénoïdes :
 - Le premier, de longueur x , est rempli d'air,
 - Le deuxième, de longueur $l_0 - x$, contient le noyau.
- 6) Déterminer en fonction de N , l_0 et x , le nombre N_1 de spires de la partie gauche du solénoïde sans noyau et celui (N_2) de la partie droite avec le noyau interne.
 - 7) En déduire l'inductance propre de chaque partie en fonction de δ , L_0 , N , N_1 et N_2 puis l'inductance $L(x)$ en fonction de δ , L_0 , l_0 et x .
 - 8) Représenter graphiquement $L(x)$ en fonction de x si $0 < x < l_0$. On supposera $\delta \gg 1$.

I.3) Conditionnement des signaux par oscillateur

L'information de déplacement en provenance des capteurs inductifs peut être extraite à partir d'un oscillateur électronique (FIGURE 4). L'information de déplacement, qui induit une modification de l'inductance L est source d'une modification de la fréquence de résonance de l'oscillateur, aisément détectable, à l'aide d'un fréquencesmètre. L'ALI utilisé, que l'on supposera parfait, est alimenté au moyen d'une alimentation symétrique $\pm V_{cc} = \pm 12V$ et sa tension de saturation est $V_{sat} = 11V$.

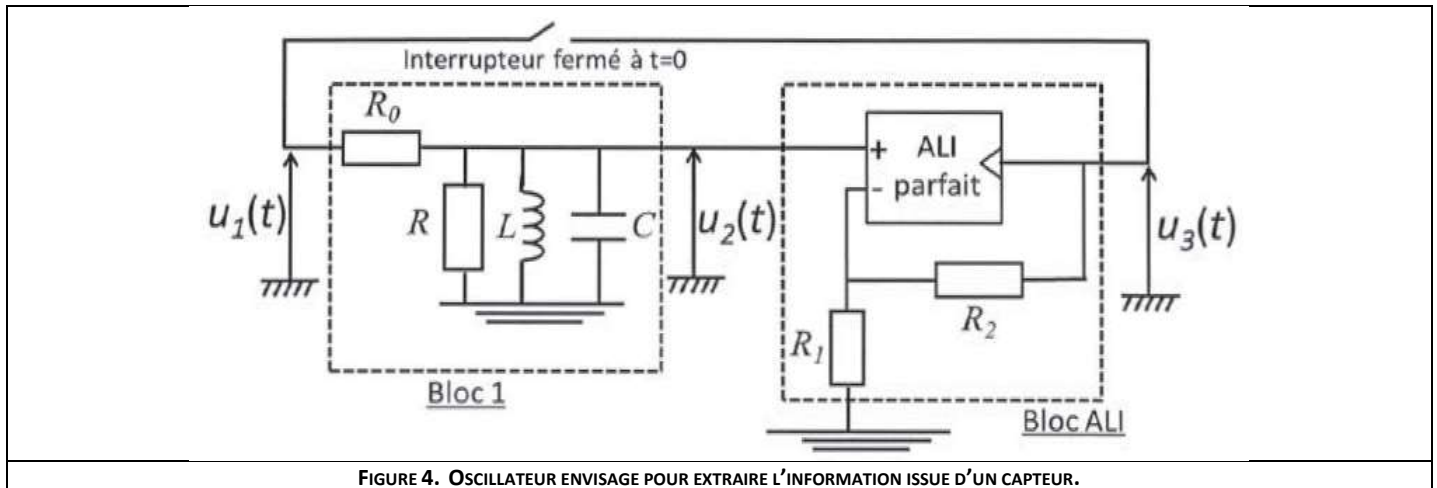


FIGURE 4. OSCILLATEUR ENVISAGE POUR EXTRAIRE L'INFORMATION ISSUE D'UN CAPTEUR.

Etude du bloc 1

- 9) Le bloc 1 réalise un filtre de fonction de transfert complexe :

$$\underline{H} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{A_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)} \text{ avec } A_0 = 0,1, Q = 25, x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Préciser la nature de ce filtre. Exprimer $\underline{H}$ en fonction de la valeur des composants du bloc 1 et de ω . Par identification, retrouver les expressions suivantes de A_0 , ω_0 et Q :

$$A_0 = \frac{R}{R+R_0}, Q = \frac{RR_0}{R+R_0} \sqrt{\frac{C}{L}} \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Etude du bloc ALI

- 10) Montrer que l'expression littérale de la fonction de transfert complexe du bloc ALI se met sous la forme :

$$\underline{G} = \frac{u_3}{u_2} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

On pose $K = |\underline{G}|$.

Système bouclé

On ferme l'interrupteur, réalisant ainsi le système bouclé.

- 11) Quel type d'oscillateur réalise-t-on ?
- 12) Dédire des questions précédentes l'équation différentielle vérifiée par u_3 .
- 13) A partir de cette équation, trouver une condition liant A_0 et K pour que s'établissent des oscillations quasi sinusoïdales. Déterminer alors la fréquence f_0 de ces oscillations.
- 14) Montrer qu'en pratique on obtient des oscillations dont l'amplitude varie temporellement. Exprimer la et représenter la en fonction de t . Dans la pratique, on obtient une stabilisation de l'amplitude à une valeur A_{max} . Expliquer pourquoi.
- 15) Compte tenu de ce qui précède, représenter l'allure de $u_3(t)$.

I.4) Détection d'un déplacement

On utilise le dispositif complet pour suivre les déplacements X du noyau mobile du capteur précédent dont l'inductance peut être donnée par la loi $L = L_0 \left(1 - \frac{X}{e}\right)$, avec $L_0 = 0,1 \text{ mH}$ et $e = 1 \text{ }\mu\text{m}$. Ce capteur forme la bobine du bloc 1 de la FIGURE 4.

Les composants choisis sont tels que le montage oscille à une fréquence f_{osc} liée à l'inductance L par la relation : $f_{osc} = \frac{D}{\sqrt{L}}$ avec $D = 1$. A la position de référence du capteur ($X = 0$), la fréquence d'oscillation est f_{or} .

16) Montrer que, pour un petit déplacement X ($\frac{X}{e} \ll 1$), la fréquence d'oscillation peut se mettre sous la forme $f_{osc} \approx aX + b$. Expliciter a et b en fonction des données.

17) On note $\Delta f = f_{osc} - f_{or}$ la variation de fréquence liée à un déplacement. La plus petite variation détectable est Δf_{min} . Quel est le plus petit déplacement détectable ?

Données pour la partie I

Constantes physiques :

Permittivité diélectrique du vide : $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} \text{ F.m}^{-1}$

Perméabilité diélectrique du vide : $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

Théorème de Stokes :

Soit une surface ouverte S s'appuyant sur un contour fermé C dans une région de l'espace V où est défini un champ de vecteur $\vec{a}$, alors : $\oint_C \vec{a} \cdot d\vec{l} = \iint_S \overrightarrow{rot}(\vec{a}) \cdot d\vec{S}$

II) Câble coaxial

Les câbles coaxiaux sont des câbles très utilisés dans le domaine de l'électronique.

Un câble coaxial, comme schématisé en FIGURE 5, est formé de deux très bons conducteurs, de même longueur l , l'un entourant l'autre. L'un est un conducteur massif de rayon R_1 , appelé l'âme du conducteur. L'autre est un conducteur cylindrique creux de rayon R_2 . L'espace inter-conducteur comporte un isolant, ici assimilé au vide.

On pose : $R_1 = 0,25\text{mm}$, $R_2 = 1,25\text{mm}$ et $l = 100\text{m}$.

Vu que $l \gg R_2$, on négligera les effets de bord.

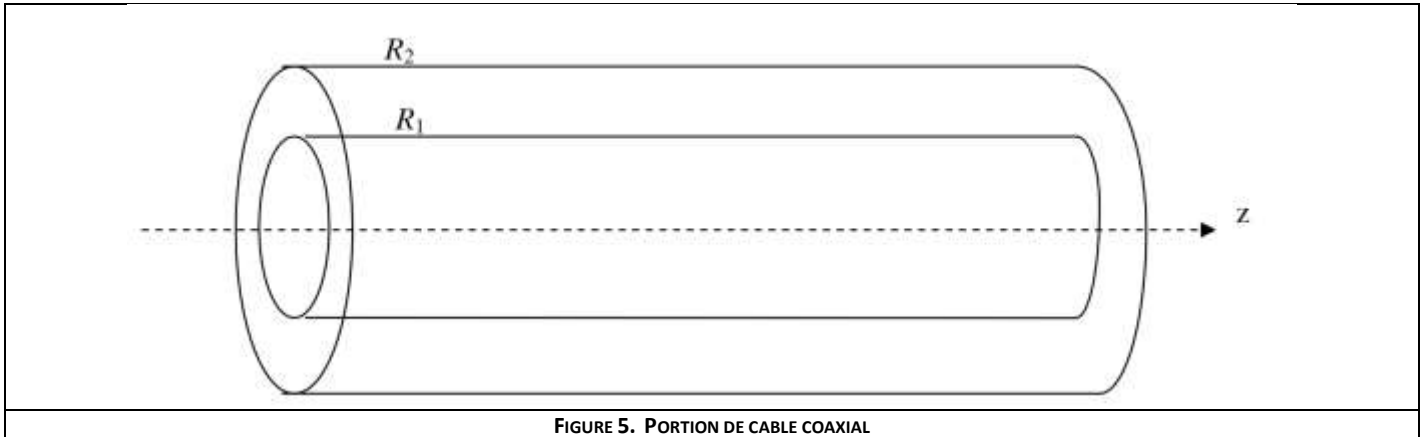


FIGURE 5. PORTION DE CÂBLE COAXIAL

On note $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ la base en coordonnées cylindriques.

II.1) Capacité linéique

On suppose ici que les conducteurs intérieur et extérieur portent les charges électrostatiques respectives Q et $-Q$. Elles sont uniformément réparties en surface.

18) Justifier que en tout point M de l'espace le champ électrique $\vec{E}$ peut s'écrire sous la forme : $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$.

19) De quelle équation de Maxwell découle le théorème de Gauss ? Énoncer le théorème et l'équation de Maxwell.

20) En utilisant le théorème de Gauss sur une surface Σ que l'on précisera, exprimer $E(r)$ en fonction de l , r , Q et ϵ_0 dans les trois domaines suivants : $r < R_1$; $R_1 < r < R_2$; $r > R_2$

21) Les conducteurs (1) et (2) sont portés aux potentiels respectifs V_1 et V_2 constants. Par un calcul de circulation, montrer que :

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi l \epsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

22) On définit la capacité C_l du câble de longueur l par : $C_l = \frac{Q}{V_1 - V_2}$. Exprimer C_l en fonction de l , R_1 , R_2 et ϵ_0 .

Montrer alors que la capacité linéique C du câble coaxial peut se mettre sous la forme :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Faire l'application numérique.

23) En déduire l'expression de l'énergie électrostatique W_e emmagasinée par le câble coaxial de longueur l . Comment pourriez-vous retrouver son expression sans passer par la valeur de la capacité C_l ?

II.2) Inductance linéique

On suppose ici que le câble coaxial est alimenté par un générateur de courant continu. Le conducteur intérieur assure le transport du courant aller I_0 , le conducteur extérieur assure le transport du courant retour $-I_0$. Les répartitions de ces courants sont superficielles et uniformes sur chaque conducteur.

- 24)** Il existe entre les deux conducteurs un champ magnétique $\vec{B}$. Justifier que : $\vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$.
- 25)** Pour $R_1 < r < R_2$, par application du théorème d'Ampère sur un parcours Γ que l'on précisera, exprimer $B(r)$ en fonction de I_0 , r et μ_0 .
- 26)** Donner l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique w_m emmagasinée dans le câble coaxial ($R_1 < r < R_2$). Montrer que l'énergie magnétique W_m emmagasinée dans le câble coaxial ($R_1 < r < R_2$) s'écrit :

$$W_m = \frac{\mu_0 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) I_0^2$$

- 27)** Exprimer l'inductance L_l du câble de longueur l en fonction de μ_0 , R_1 , R_2 et l .
- 28)** En déduire l'inductance linéique L du câble coaxial en fonction de μ_0 , R_1 et R_2 .
Faire l'application numérique.

II.3) Conclusion et bilan énergétique

Les câbles coaxiaux sont conçus pour transmettre des signaux tout en assurant une protection contre les perturbations extérieures.

- 29)** D'après les calculs menés précédemment, expliquer en quoi le câble coaxial permet de protéger le signal transmis des perturbations extérieures.
- 30)** Exprimer le champ électrique $\vec{E}$ en fonction de $V_1 - V_2$ pour $R_1 < r < R_2$.
En déduire que le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ peut se mettre sous la forme :

$$\vec{\Pi} = \frac{(V_1 - V_2)I}{2\pi r^2 \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \vec{u}_z$$

- 31)** Trouver alors l'expression de la puissance rayonnée P_{ray} à travers une section droite du câble coaxial.
Commenter.

III) Le silicium

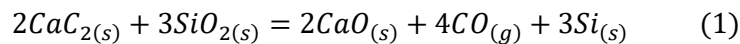
La plupart des circuits intégrés (comme les ALI) utilisent des matériaux de type semi-conducteurs, comme le silicium. On s'intéresse dans un premier temps à sa production. Les données utiles se trouvent en fin de partie III.

III.1) Production du silicium

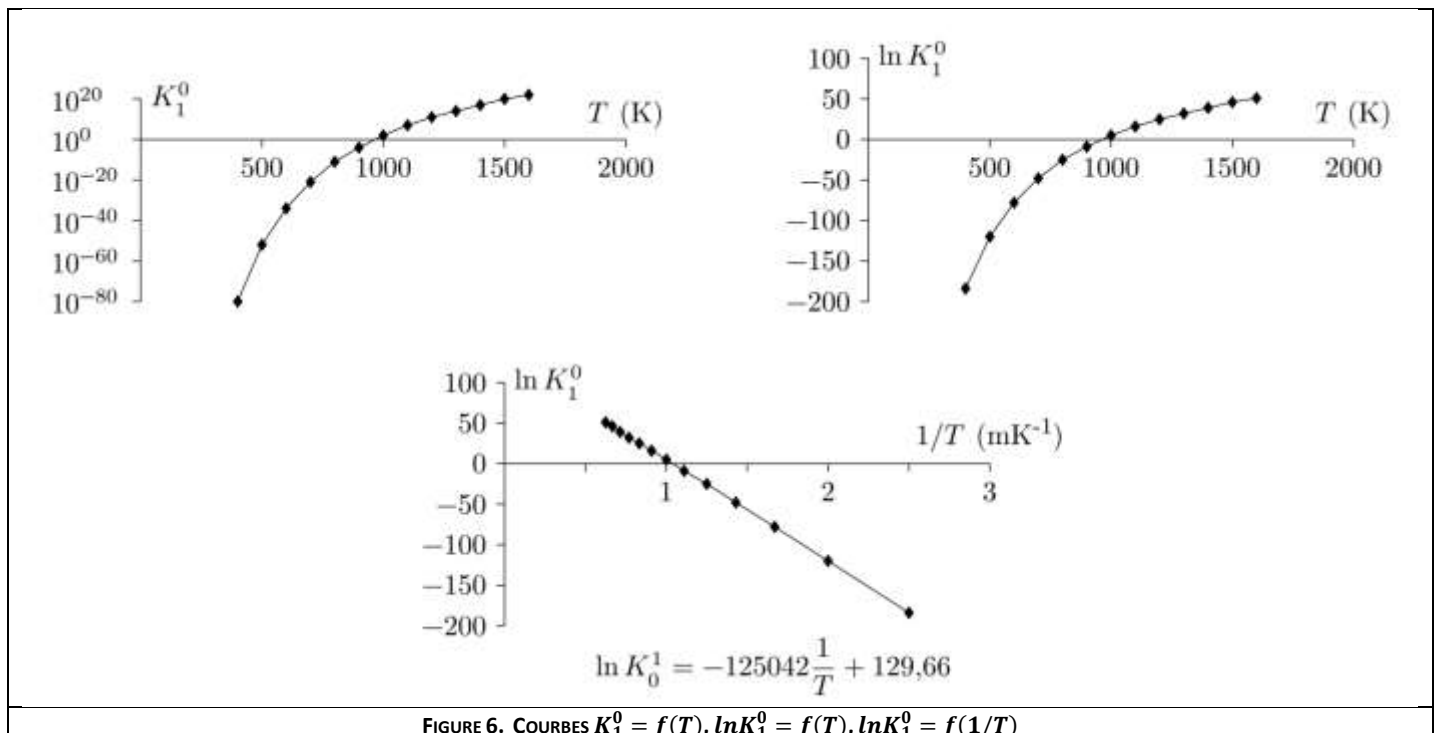
Réduction du dioxyde de silicium

Pour produire le silicium, on réduit le dioxyde de silicium SiO_2 par le carbure de calcium $CaC_{2(s)}$. Pour $T < 1683K$, aucun changement d'état n'intervient.

L'équation de la réaction est :



Sa constante d'équilibre est noté K_1^0 .



- 32)** À l'aide de la FIGURE 6, déterminer le signe de l'enthalpie standard $\Delta_r H_1^0$ de la réaction (1) puis sa valeur en la supposant indépendante de la température.
- 33)** Quelle est l'influence d'une augmentation de la température à pression et composition constante ? Justifier. En déduire si l'industriel a intérêt à travailler à basse ou haute température.

A une température plus élevée

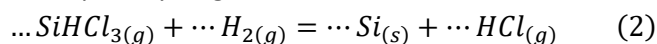
Dans un réacteur de volume constant 8 litres, préalablement vide, on introduit 18 g de SiO_2 solide et 32 g de CaC_2 solide. On opère à $T = 1730K > 1683K$. On suppose que la phase gazeuse est assimilable à un gaz parfait.

- 34)** Ecrire l'équation de la réaction entre $SiO_{2(s)}$ et $CaC_{2(s)}$ que l'on notera (1') en précisant les états physiques des espèces chimiques.
- 35)** Dresser un tableau d'avancement. En supposant la réaction totale, donner les quantités de matière des différentes espèces chimiques à l'état final, ainsi que la pression de la phase gazeuse (supposée parfaite).
- 36)** Sachant que la constante d'équilibre de la réaction (1') vaut : $K_1^0(1730K) = 3,68 \times 10^{24}$, calculer la pression du système si l'équilibre est atteint puis la quantité de matière de monoxyde de carbone formé. Conclure.

Distillation du trichlorosilane

Le silicium obtenu est mis en réaction avec du chlorure d'hydrogène gazeux HCl à $300^{\circ}C$. On forme majoritairement le trichlorosilane $SiHCl_3$ mais également le dichlorosilane SiH_2Cl_2 . Après refroidissement à $15^{\circ}C$, on obtient un mélange liquide de $SiHCl_3$ et de SiH_2Cl_2 de composition molaire 80% en $SiHCl_3$. Une distillation fractionnée permet alors de purifier le trichlorosilane $SiHCl_3$.

Le trichlorosilane ultra-pur est réduit par l'hydrogène vers $1000^{\circ}C$, selon la réaction :



Le silicium ultra-pur, produit par cette réaction, est ensuite déposé sur un barreau de silicium.

37) Ajuster les nombres stœchiométriques de l'équation (2).

38) Que valent à 298K les enthalpies standards de formation de $H_{2(g)}$ et $Si_{(s)}$? Justifier.

39) Calculer l'enthalpie standard $\Delta_r H^0$ de la réaction à 298K. Commenter le choix de température.

40) Cette réaction se déroule au contact d'un thermostat qui permet de conserver la température constante.

Que vaut alors le transfert thermique fournit au système pour la production d'une mole de silicium.

41) La réaction est réalisée à la pression $P = 0,1 \text{ bar}$. Justifier le choix de la pression égale à 0,1 bar plutôt que 1,0 bar à température fixée.

Données pour la partie III

Extrait du tableau périodique des éléments :

	H	C	N	O	Al	Si	Cl	Ca
Numéro atomique	1	6	7	8	13	14	17	20
Masse molaire ($g \cdot mol^{-1}$)	1,01	12,0	14,0	16,0	27,0	28,1	35,5	40,1

Relation de Van't Hoff :

$$\frac{d \ln K^0(T)}{dT} = \frac{\Delta_r H^0(T)}{RT^2}$$

Données thermodynamiques :

	$Si_{(s)}$	$SiO_{2(s)}$	$SiHCl_{3(g)}$	$H_{2(g)}$	$HCl_{(g)}$	$CaC_{2(s)}$	$CaO_{(s)}$
Température de fusion T_{fusion} (K)	1683	1883	139	14	159	2430	2886
Enthalpie standard de formation $\Delta_f H^0$ ($kJ \cdot mol^{-1}$)	?	-911	-488,5	?	-92,3	-63	-635

Mesure de l'accélération de la pesanteur

On souhaite dans ce problème mesurer la variation de l'accélération de la pesanteur avec l'altitude. On étudiera pour cela dans un premier temps sa variation, puis le capteur qui permet la mesure.

I) Variation avec l'altitude

Ainsi, on assimile l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$ à $\vec{G}$ le champ d'attraction gravitationnelle créé en un point M par la planète Terre.

Le planète Terre est modélisée par une sphère pleine de centre T , de masse M_T et de rayon R_T . La masse M_T est supposée uniformément répartie dans la boule terrestre.

On travaille dans le repère sphérique de centre $O : (O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ pour repérer le point $M(r, \theta, \varphi)$.

Les données utiles se trouvent en fin de partie I.

42) Démontrer que le champ gravitationnel $\vec{G}$ est porté par le vecteur $\vec{e}_r$.

43) Démontrer que la composante radiation du champ gravitationnel ne dépend que de la variable r .

44) Donner, en les nommant, les grandeurs analogues à $\vec{G}(\vec{M})$, m et G dans le théorème de Gauss de l'électrostatique.

45) En utilisant le théorème de Gauss gravitationnel, déterminer l'expression de $\vec{G}(\vec{M})$ à l'extérieur de la Terre en fonction de M_T , G , r et d'un vecteur unitaire.

46) Montrer que la variation de la norme G de $\vec{G}(\vec{M})$ entre un point situé sur la surface de la Terre (altitude nulle) et un point situé à une altitude, notée a , faible devant R_T est, à l'ordre 1 en $\frac{a}{R_T}$:

$$|\Delta G| = 2 \frac{GM_T a}{R_T^3}$$

47) Calculer numériquement $|\Delta G|$ lors d'une randonnée dont le dénivelé est égal à 1 km. A quelle valeur de G faut-il le comparer pour savoir si $|\Delta G|$ est négligeable ? Commenter.

Données pour la partie I

Masse de la Terre : $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Rayon de la Terre : $R_T = 6 \cdot 10^3 \text{ km}$

Constante de gravitation universelle : $G = 7 \cdot 10^{-11} \text{ USI}$

Théorème de Gauss gravitationnel :

$$\oiint \vec{G}(\vec{M}) \cdot \vec{dS} = -4\pi Gm$$

Où m est la masse contenue à l'intérieur de la surface fermée à travers laquelle on calcule le flux de $\vec{G}$

II) Capteur électrostatique

La miniaturisation, la fiabilité et le faible coût des capteurs à MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems) permettent de les intégrer dans de nombreux dispositifs électroniques embarqués.

Concrètement, le capteur est réalisé à la surface d'une tranche de silicium (« wafer »). Après réalisation, on observe par microscopie électronique que la surface du composant présente des micro-structures en silicium telles des micro-poutres, des microlamelles, etc. Les dimensions typiques des éléments de ces structures sont de 1 à 100 μm .

Les photographies en FIGURE 7 montrent la « masse sismique » (la partie centrale ajourée ou « beam ») dont on étudie le mouvement et qui subit globalement les effets de l'accélération à mesurer. Celle-ci est reliée « au bâti » par des micro-poutres d'ancrage (« anchor »).

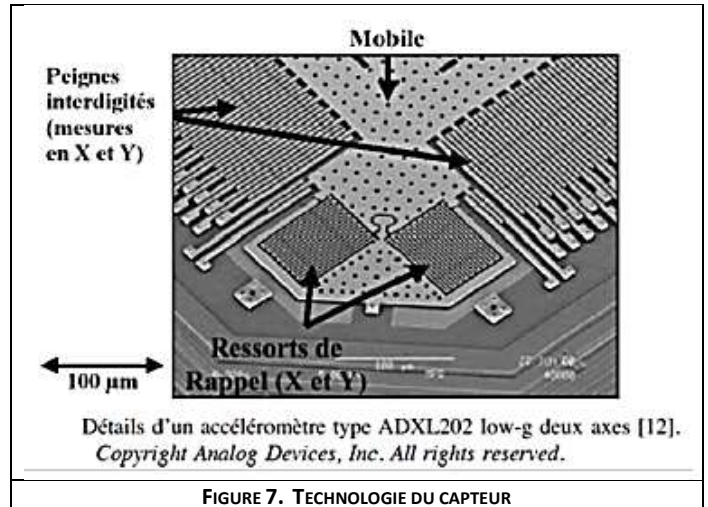


FIGURE 7. TECHNOLOGIE DU CAPTEUR

On s'intéresse dans cette partie au système de détection du déplacement X de la masse mobile de l'accéléromètre pour cela on utilise un condensateur à écartement variable.

Une approche simple, dont le principe est représenté sur la FIGURE 8, consiste à mesurer la capacité d'un condensateur dont une électrode, liée à la masse mobile, fait face à une électrode fixe liée au boîtier de l'accéléromètre. Le déplacement de la masse mobile (lié à la valeur de l'accélération de la pesanteur) modifie la distance entre les deux électrodes et par voie de conséquence la capacité du condensateur.

On applique une différence de potentiel $U = V_a$ entre les deux électrodes, l'électrode fixe étant portée au potentiel V_a et l'électrode mobile étant reliée à la masse. Les deux électrodes sont assimilées à deux plans infinis parallèles séparés d'une distance $e + X$. Les charges qui apparaissent sur chacune des électrodes se répartissent uniformément en surface. On note $+\sigma$ la charge surfacique portée par l'électrode fixe liée au boîtier.

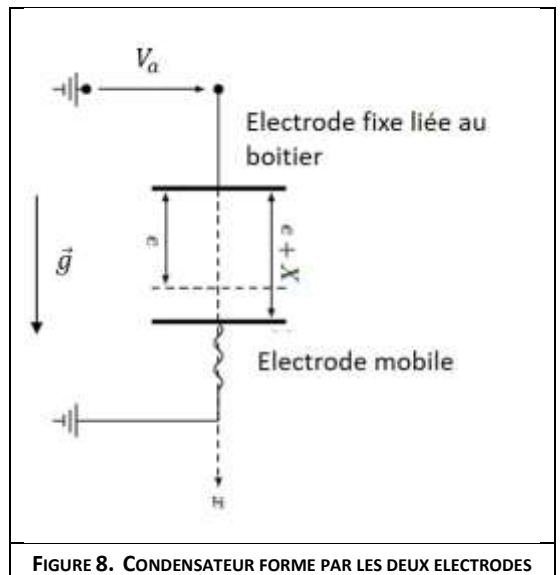


FIGURE 8. CONDENSATEUR FORME PAR LES DEUX ELECTRODES

- 48) En utilisant les propriétés de symétrie et d'invariance de la distribution de charges, montrer que le champ électrostatique $\vec{E}_1(M)$ créé par l'électrode fixe peut se mettre sous la forme : $\vec{E}_1(M) = E_1(x)\vec{e}_x$.
- 49) Comparer les champs $\vec{E}_1(M)$ et $\vec{E}_1(M')$ créés par l'électrode fixe en deux points M et M' symétriques par rapport à l'électrode fixe.
- 50) En appliquant le théorème de Gauss, déterminer l'expression du champ électrostatique $\vec{E}_1(M)$ créé par l'électrode fixe en tout point de l'espace.
- 51) Déterminer l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ qui règne dans le condensateur puis montrer que la différence de potentiel U entre les deux électrodes peut s'écrire :

$$U = \frac{Q}{S\epsilon_0} (e + X)$$

Q représente la charge portée par l'électrode fixe de surface S .

- 52) Montrer que la capacité C du condensateur s'écrit $C = C_0 \frac{e}{e+X}$ où C_0 est la capacité du condensateur pour $X = 0$.

III) Mesure de l'accélération de la pesanteur

Le condensateur précédant donc la capacité dépend de l'espacement de ses électrodes et donc des forces auxquelles est soumise l'armature mobile (dont le poids) est inséré dans un oscillateur à relaxation. Nous voulons montrer dans cette partie que la variation de la fréquence du signal oscillant nous permettra de mesure l'accélération de la pesanteur.

On peut alors utiliser la structure de l'oscillateur à relaxation présentée en FIGURE 9.

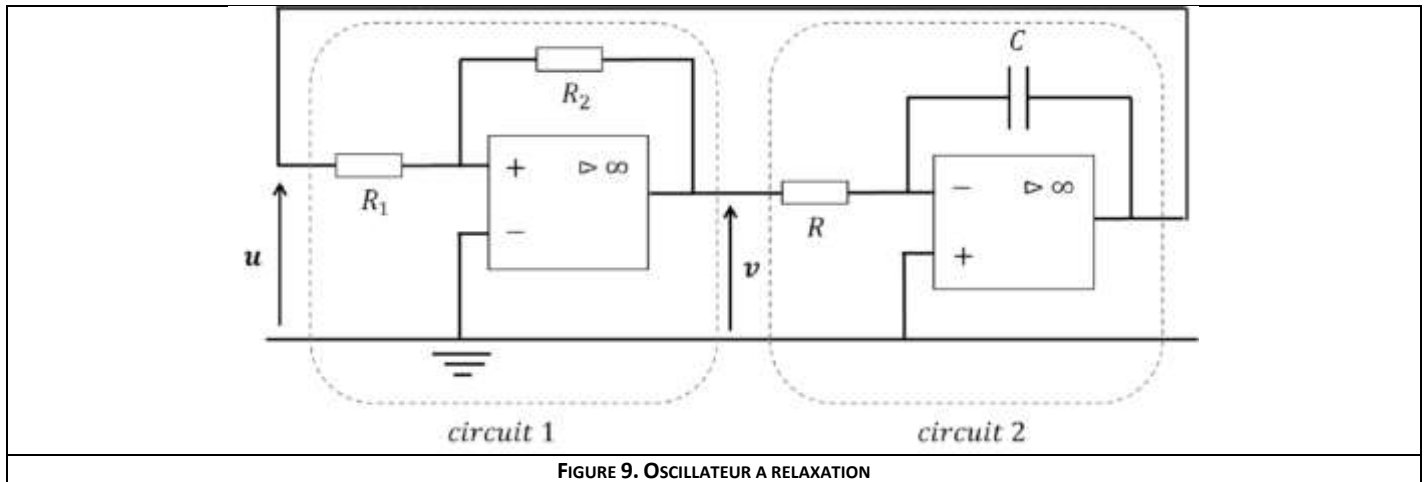


FIGURE 9. OSCILLATEUR A RELAXATION

On considère les amplificateurs linéaires intégrés idéaux (ALI idéaux) et on note $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$ leurs tensions de saturation. A $t = 0s$, on suppose que la tension v vaut $+V_{sat}$ et que la tension u est nulle.

A) Circuit 1

53) Préciser, en le justifiant, le mode de fonctionnement de l'ALI idéal. Pour quelle valeur de la tension d'entrée u , notée u_{seuil1} , la tension de sortie v bascule-t-elle de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$?

On admet que la tension de sortie v bascule de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ pour une valeur de tension u_{seuil2} telle que $u_{seuil2} = -u_{seuil1}$.

54) Tracer la tension v en fonction de la tension u en annotant soigneusement le tracé.

B) Circuit 2

Le circuit 2 est un montage intégrateur inverseur. On admet la relation entrée-sortie suivante :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{v}{RC}$$

55) Si la tension v est constante et vaut $+V_{sat}$, quelle est l'allure du signal d'entrée u ?

C) Montage complet

Etudions à présent le montage complet. Les chronogrammes des tensions u et v sont donnés en FIGURE 10.

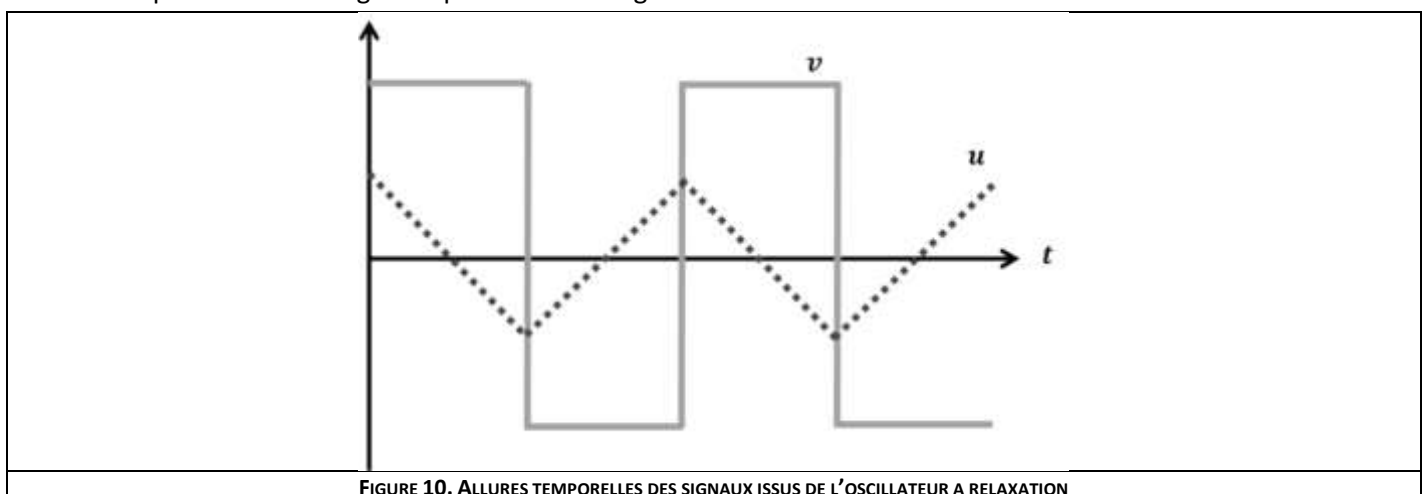


FIGURE 10. ALLURES TEMPORELLES DES SIGNAUX ISSUS DE L'OSCILLATEUR A RELAXATION

56) Exprimer la fréquence f de la tension u en fonction de R_1 , R_2 , R et C . Commenter.