

# Devoir Surveillé 5 – Niveau CCINP

---

**L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.**

## Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION : - La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.  
- Les encres vertes et violettes sont interdites.  
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

## Interférométrie stellaire

Ce problème s'intéresse au phénomène d'interférences entre 2 ondes lumineuses, puis à N ondes lumineuses et en particulier leur application à l'observation spatiale.

Selon le Décret n°88-384 du 19 avril 1988 portant organisation de l'Observatoire de la Côte d'Azur, modifié par le Décret n°2010-27 du 7 janvier 2010 - art. 2, l'Observatoire de la Côte d'Azur a pour mission « **de contribuer au progrès de la connaissance de l'univers par l'acquisition systématique de données d'observation, le développement et l'exploitation de moyens théoriques, expérimentaux et techniques appropriés, dans les domaines de l'astronomie, des géosciences, des sciences connexes et de leurs applications** ».

L'Observatoire de la Côte d'Azur a pour mission de contribuer aux fonctions de surveillance et de prévision des phénomènes naturels liés aux domaines de l'astronomie, l'astrophysique et de la géophysique.

Cette mission, l'Observatoire de la Côte d'Azur l'accomplit au travers de trois unités mixtes de recherche que sont : Artémis – Géoazur – Lagrange.

L'OCA met à la disposition de ces laboratoires des plateformes, le site d'observation de Calern, et plus largement, une unité mixte de service pour des fonctions supports, l'UMS Galilée

DOCUMENT 1 : PRÉSENTATION DES ACTIVITÉS DE RECHERCHE À L'OBSERVATOIRE DE LA CÔTE D'AZUR ([HTTPS://WWW.OCA.EU/FR/MISSION-RECHERCHE](https://www.oca.eu/fr/mission-recherche))



DOCUMENT 2 : PHOTO DU SITE DE CALERN, PASSAGE DE L'ISS DEVANT LE LABORATOIRE D'INTERFEROMETRIE STELLAIRE (PHOTO DE SAMUEL YONNET)

L'interférométrie stellaire est une technique d'observation astronomique à haute résolution angulaire utilisée pour voir des détails dans l'environnement ou même à la surface des étoiles. Le Grand Interféromètre à 2 Télescopes (GI2T) fonctionne sur le principe de la synthèse d'ouverture optique. Les ondes lumineuses collectées par 2 télescopes de 1,5 m de diamètres distants de 12 à 65 m sont superposées dans un foyer unique où se forment des franges d'interférence. On obtient ainsi un pouvoir de résolution angulaire équivalent à celui d'un télescope géant de quelques dizaines de mètres de diamètre. L'analyse des franges d'interférence obtenues dans différentes longueurs d'ondes du spectre visible (0,5 – 0,7  $\mu\text{m}$ ) ou de l'infrarouge proche (2,2  $\mu\text{m}$ ) permet de déterminer la dimension angulaire de l'étoile et d'étudier la distribution et les mouvements de la matière dans le voisinage de l'étoile. Les programmes menés avec le GI2T concernent la physique stellaire par l'observation des enveloppes circumstellaire des étoiles chaudes, des étoiles binaires serrées, de l'atmosphère d'étoiles géantes rouges ainsi que la mesure du diamètre d'étoiles variables pulsantes. Le GI2T équipé de sa table de recombinaison REGAIN est un instrument prototype, qui constitue une étape fournissant une base d'exploitation scientifique et d'expérimentation pour l'interféromètre du Very Large Telescope (VLT) de l'Observatoire Européen Austral (ESO) mais également permettra à terme l'émergence d'un projet de réseau imageur de télescopes optiques comme l'Optical Very Large Array (OVLA).

DOCUMENT 3 : INTERFEROMETRIE STELLAIRE A CALERN

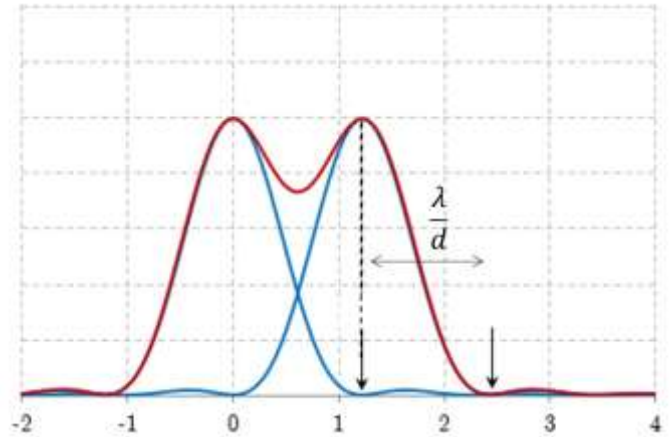
([HTTPS://WWW.SORTIR06.FR/PARCS-A-THEMES-ET-BALADES-ALPES-MARITIMES/LE-PLATEAU-DE-CALERN-ET-SES-MAISONS-BULLES/](https://www.sortir06.fr/parcs-a-themes-et-balades-alpes-maritimes/le-plateau-de-calern-et-ses-maisons-bulles/))

## I) Problème rencontré

L'observation spatiale utilise depuis longtemps (Newton, 1671) des télescopes plus ou moins perfectionnés qui permettent d'observer les astres qui nous entourent. Cependant, lorsque 2 astres sont trop proches l'un de l'autre, il devient difficile de les séparer lors de l'observation directe via un télescope.

Même dans des conditions optimales (stigmatisme approché), le pouvoir de résolution d'un instrument d'optique est limité par la « tâche » que fait l'image d'un objet là où on l'observe (par exemple, un écran). Lorsque l'on observe deux objets qui sont proches l'un de l'autre, ces « tâches » peuvent se superposer nous empêchant de voir deux images séparées. Le critère de Rayleigh est l'un des critères qui permet de définir le pouvoir de résolution d'un instrument d'optique. Il stipule que deux « tâches » sont séparables pour une configuration où la première annulation de l'une correspond au maximum de la seconde, soit pour une fente de largeur  $d$  :

$$\Delta\alpha = \frac{\lambda}{d}$$



DOCUMENT 4 : CRITERE DE RAYLEIGH

- 1) Quel phénomène est à l'origine de ce problème (DOCUMENT 4) ?
- 2) En prenant pour largeur de la fente en entrée du télescope la valeur du diamètre  $d_T$  du télescope du GI2T, avec une observation dans l'infrarouge proche ( $\lambda = 1,5 \mu m$ ), donner un ordre de grandeur du demi-angle au sommet  $\alpha$  du faisceau lumineux dû à une étoile  $E$  seule après sa traversée du télescope (FIGURE 1).
- 3) En supposant que l'on observe une exoplanète  $P$  tournant autour de son étoile  $E$ , les deux étant éloignées de  $L = 10 \text{ UA}$  et se trouvant à une distance moyenne d'environ  $D = 10^7 \text{ UA}$  de la Terre, quelle est la distance angulaire  $\theta$  séparant l'étoile de l'exoplanète vues depuis la Terre (FIGURE 1).
- 4) Reproduire sur votre copie la FIGURE 1. Y faire apparaître le faisceau lumineux dû à l'exoplanète  $P$ . En déduire si le critère de Rayleigh est vérifié.

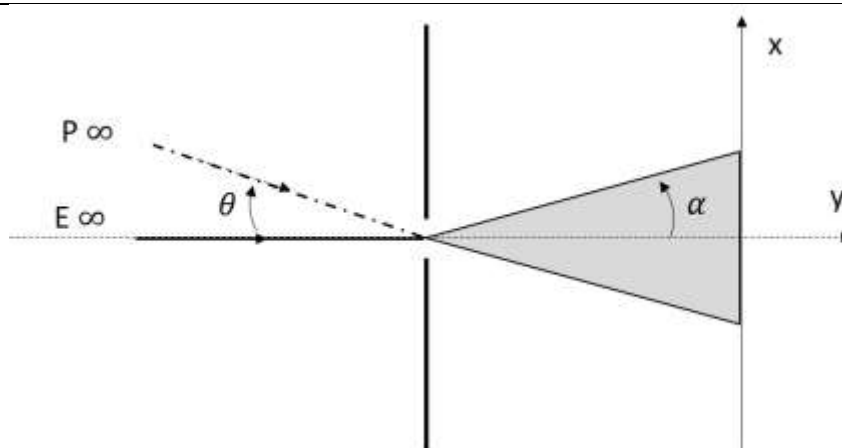


FIGURE 1 : REPRESENTATION DU PROBLEME DE RESOLUTION

## II) Détection d'astres proches

Pour pallier au problème précédent, le physicien français Antoine Labeyrie est parvenu, dans les années 1970, à mettre en place le premier couple de télescopes interférométriques. Nous allons d'abord nous intéresser au phénomène d'interférences à deux ondes, basé sur l'interféromètre des trous d'Young, avec une source, puis avec deux sources.

### II.1) Superposition de deux ondes lumineuses

On considère dans cette partie une seule source lumineuse  $E$  d'intensité  $I_E$ , monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_E$  (ou pulsation  $\omega_E$ ). Cette source illumine un écran opaque percé de deux trous,  $S_1$  et  $S_2$  centrés sur  $E$ , formant l'interféromètre des trous d'Young (FIGURE 2). La distance entre les deux trous est  $a = 100 \mu\text{m}$ , chacun des trous ayant un diamètre de  $d = 50 \mu\text{m}$ . Cet écran se trouve à une distance  $D = 1 \text{ m}$  d'un écran. Le milieu considéré est l'air, considéré homogène et d'indice optique  $n = 1$ . On suppose que chacun des trous reçoit la même intensité lumineuse  $I_0$ .

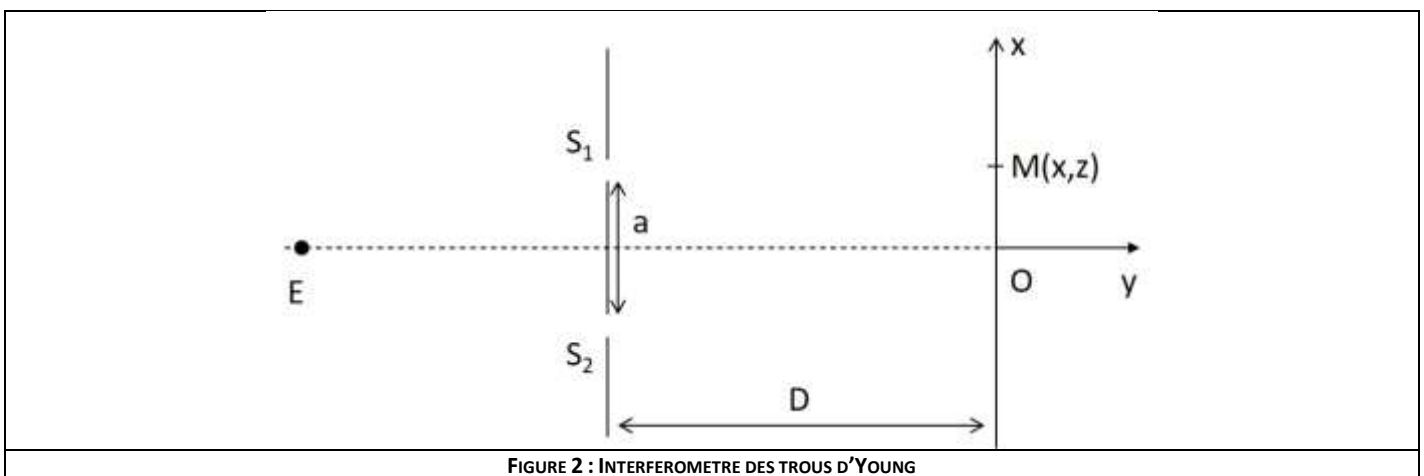


FIGURE 2 : INTERFEROMETRE DES TROUS D'YOUNG

- 5) Qu'observe-t-on sur l'écran ? Quel autre phénomène (différent de celui des interférences) permet dans cette interféromètre le recouvrement des deux faisceaux lumineux issus de  $S_1$  et  $S_2$  ?
- 6) Proposer une fonction mathématique représentant l'onde lumineuse  $s_E$  provenant de la source  $E$ . Rappeler la définition de l'intensité lumineuse. Comment peut-on exprimer  $I_E$  en fonction de  $s_E$  ?
- 7) Montrer que l'intensité lumineuse  $I_1(M)$  résultant de la superposition des deux ondes après l'interféromètre peut s'écrire sous la forme :

$$I_1(M) = 2I_0(1 + \cos(\varphi(M)))$$

avec  $\varphi(M)$ , la différence de phase entre les deux ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$  au point  $M$ .

- 8) Relier  $\varphi(M)$  à la différence de marche  $\delta(M)$  et à l'ordre d'interférence  $p(M)$ .
- 9) Pour quelles valeurs de  $\varphi(M)$ ,  $\delta(M)$  et  $p(M)$  obtient-on des interférences constructives ? Destructives ? Donner pour les deux cas de figure la valeur de l'intensité lumineuse  $I_1(M)$ .
- 10) Donner la définition du contraste  $C$  d'une figure d'interférence. Que vaut-il dans le cas étudié ?
- 11) Déterminer la différence de marche  $\delta_1(M)$  en un point de l'écran en fonction de  $x$ ,  $a$  et  $D$ . On justifiera bien chaque ligne de calcul.
- 12) Représenter alors l'intensité lumineuse  $I_1(M)$  en fonction de  $x$ . Comment appelle-t-on sa période ? La faire apparaître sur le tracé. Commenter.

La situation envisagée d'observation d'astres nécessite une modification de l'interféromètre (FIGURE 3) précédent car la source  $E$  se trouve très loin de notre interféromètre. On peut donc considérer que ses rayons sont parallèles car proviennent de l'infini.

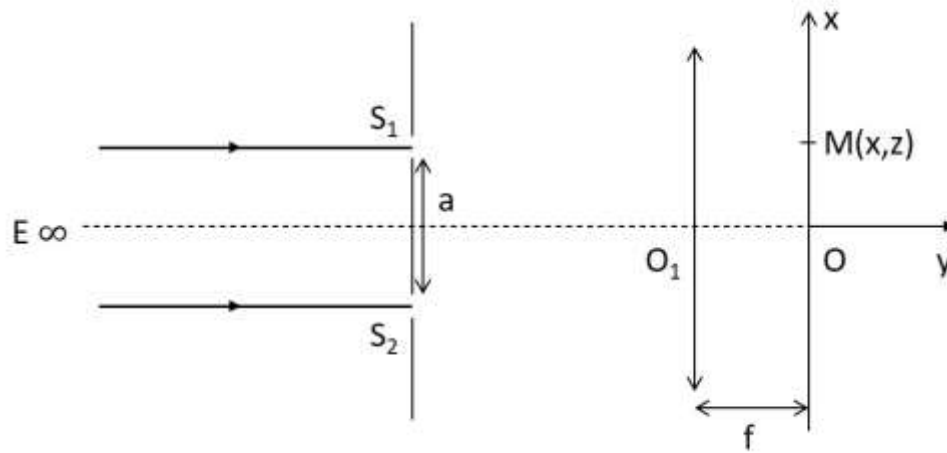


FIGURE 3 : INTERFEROMETRE DES TROUS D'YOUNG MODIFIE

**13)** Recopier la FIGURE 3 sur votre copie et prolonger les rayons qui arrivent au point  $M$  de l'écran.

**14)** Montrer que la nouvelle expression de la différence de marche  $\delta_2(M)$  en un point de l'écran s'écrit :

$$\delta_2(M) = \frac{ax}{f}$$

On justifiera bien chaque ligne de calcul.

**15)** Comparer  $\delta_2(M)$  à  $\delta_1(M)$ . Donner alors l'expression de l'intensité lumineuse  $I_2(M)$  due à cette nouvelle différence de marche. Conclure quant à la figure d'interférences observée.

## II.2) Problème à deux sources

Lorsque l'on veut observer une étoile et l'exoplanète orbitant autour, on a en fait deux sources lumineuses : l'étoile,  $E$  et la planète,  $P$ . On suppose que les deux sources ont la même intensité lumineuse :  $I_E = I_P$  et la même longueur d'onde :  $\lambda_E = \lambda_P = \lambda$ . Comme vu en question 3, ces deux astres sont vus avec une distance angulaire  $\theta$  depuis la Terre. On peut ainsi modifier la FIGURE 3 en FIGURE 4 dans le cas de la source  $P$  seule.

**16)** Montrer que la nouvelle expression de la différence de marche  $\delta_3(M)$  en un point de l'écran s'écrit :

$$\delta_3(M) = \delta_2(M) + a \sin \theta$$

**17)** Donner alors l'expression de l'intensité lumineuse  $I_3(M)$  due à cette nouvelle différence de marche.

Si l'on considère maintenant les deux sources,  $E$  et  $P$ , on se ramène au cas en FIGURE 5.

**18)** Pourquoi a-t-on besoin d'un interféromètre pour créer des interférences ? Si les 2 sources  $E$  et  $P$  éclairaient l'écran directement sans passer par les trous d'Young, observerait-on des interférences ?

**19)** Comment peut-on obtenir l'intensité lumineuse totale  $I_{tot}(M)$  sur l'écran avec les deux sources  $E$  et  $P$  ?

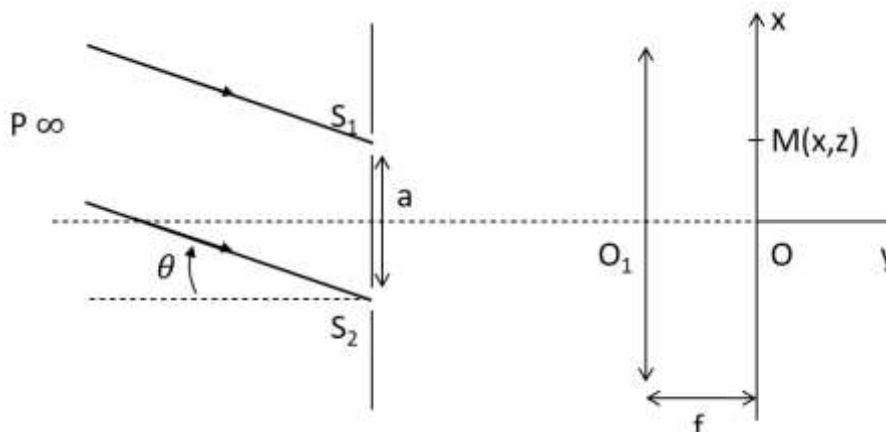


FIGURE 4 : INTERFEROMETRE DES TROUS D'YOUNG MODIFIE AVEC SOURCE P

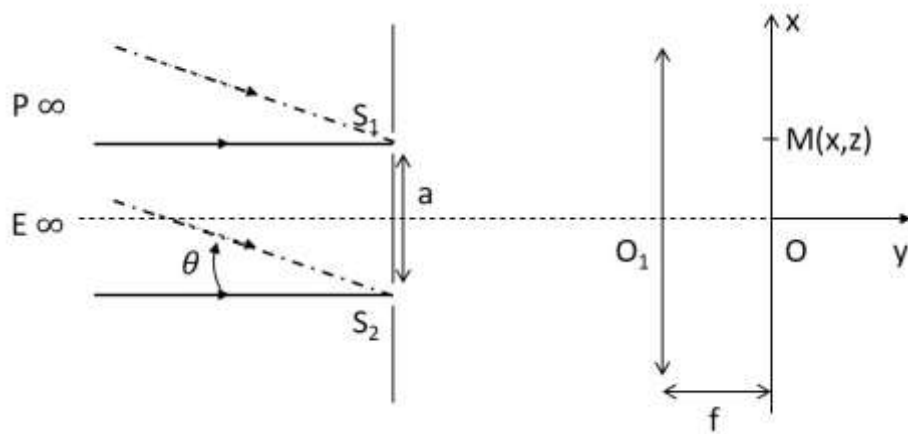


FIGURE 5 : INTERFEROMETRE DES TROUS D'YOUNG MODIFIE AVEC LES 2 SOURCES

D'après le DOCUMENT 3, il est possible de faire varier la distance entre les deux télescopes de 12 à 65 m, ce qui revient à faire varier  $a$  la distance entre les deux trous. On place en  $O$  un capteur CCD.

**20)** Que vaut  $I_{tot}(O)$  ? Quelles sont ses valeurs extrémales ?

### II.3) Interférométrie annulante

Pour une détection plus efficace de l'exoplanète, l'australien Bracewell propose quelques années plus tard d'introduire sur le faisceau de l'un des télescopes un déphaseur achromatique de  $\pi$ , de sorte que l'interférence deviennent destructive pour la source  $E$  en  $x = 0$ .

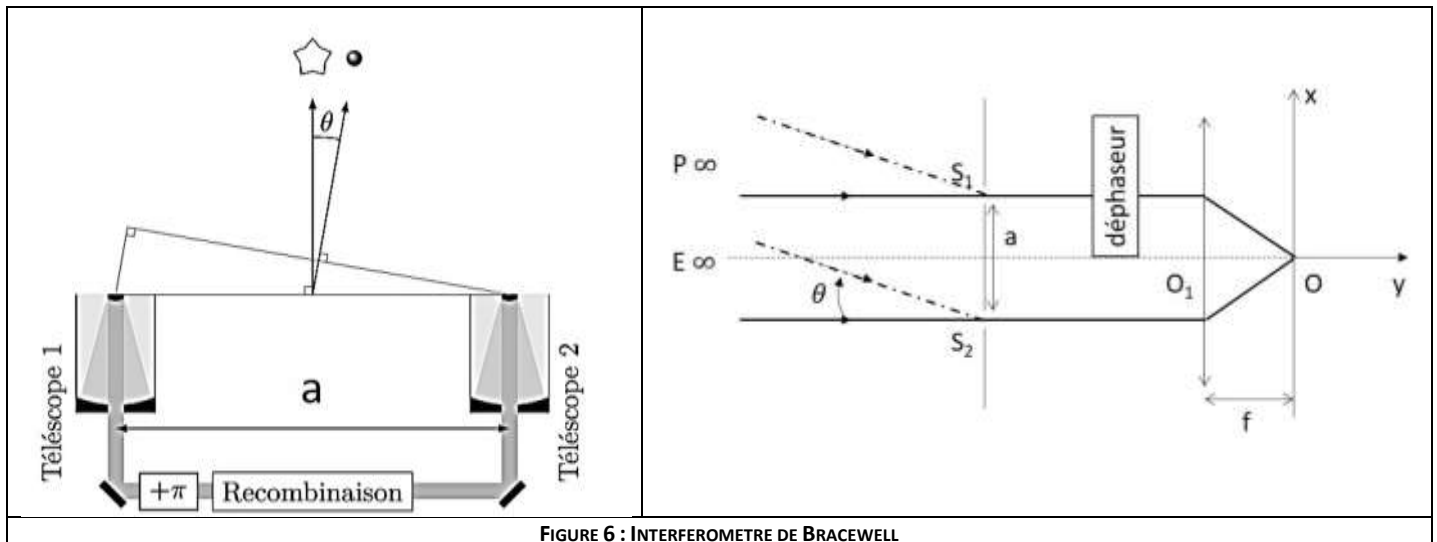


FIGURE 6 : INTERFEROMETRE DE BRACEWELL

**21)** Comment est modifiée l'expression de  $I_2(M)$  ? de  $I_3(M)$  ? En déduire  $I_2(O)$  et  $I_3(O)$ .

**22)** Comment est modifiée l'expression de  $I_{tot}(O)$  ? Quelles sont ses valeurs extrémales ? En quoi cette méthode est-elle préférable à la précédente (Q20) ?

**23)** Comment peut-on retrouver la distance angulaire  $\theta$  entre les deux sources avec cet interféromètre ? On exprimera en particulier  $\sin\theta$  en fonction de  $\lambda$  et  $a$ .

**24)** Quelle est la valeur minimale de  $\theta$  que l'on peut mesurer ? Comparer à la question 4.

### III) Analyse du rayonnement d'un astre

Lorsqu'on peut observer directement une planète, il est possible d'en déduire la composition de son atmosphère. Par exemple, le spectrographe STIS (Space Telescope Imaging Spectrograph) embarqué à bord du télescope Hubble permet d'obtenir le spectre du rayonnement d'un astre. Nous allons ici décrire son fonctionnement simplifié.

#### III.1) Goniomètre

La FIGURE 7 représente un appareil de mesure utilisé en travaux pratiques en lycée qui fonctionne sur le même principe que le spectrographe STIS.

**25)** Expliquer l'intérêt et le fonctionnement d'un tel appareil.

*Cette question comporte un grand nombre de points.*

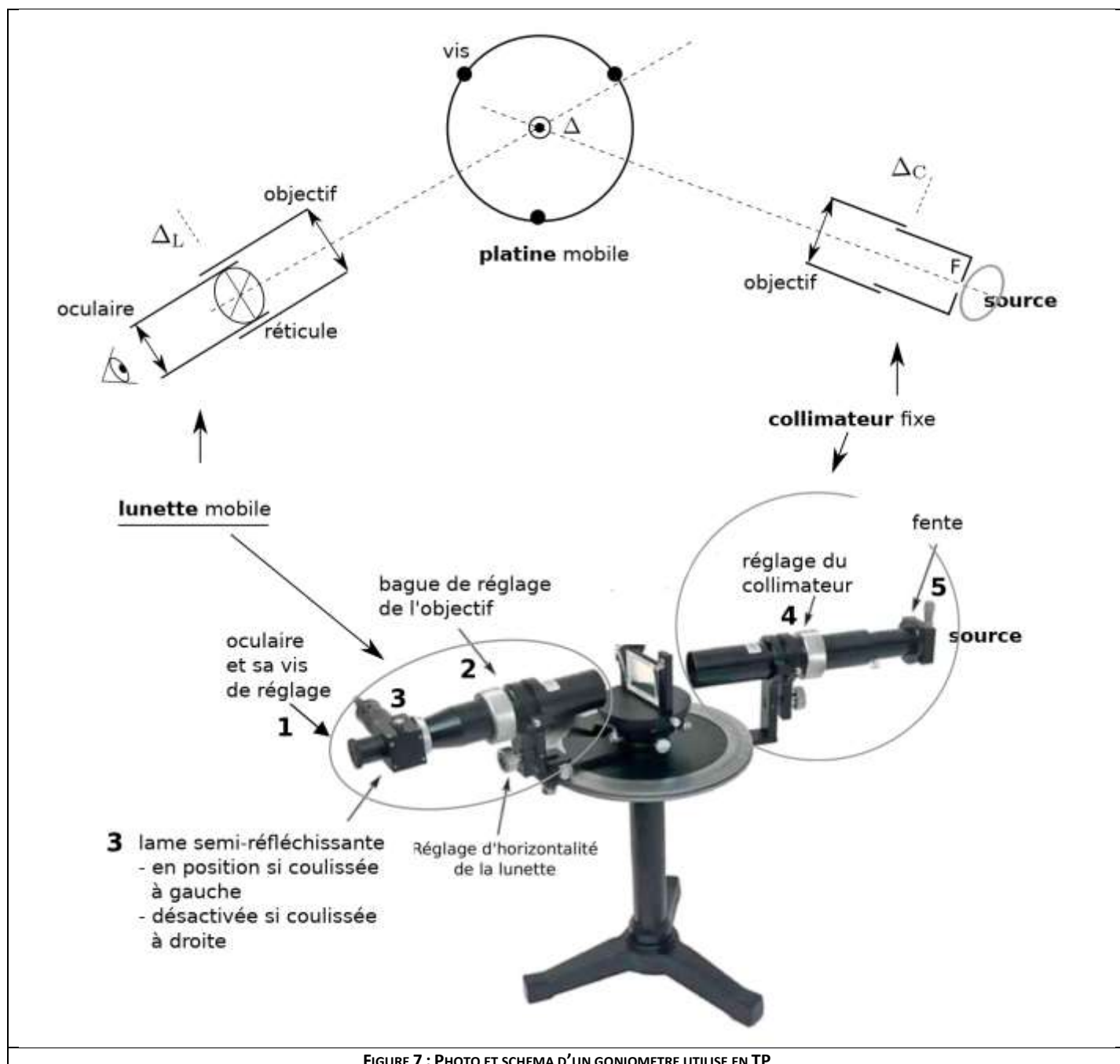


FIGURE 7 : PHOTO ET SCHEMA D'UN GONIOMETRE UTILISE EN TP

### III.2) Réseau éclairé en incidence parallèle

Un réseau par transmission de pas  $a = 10\mu\text{m}$  est placé sur la platine du goniomètre précédent (FIGURE 7). On peut supposer qu'il est éclairé par des rayons parallèles formant un angle incident  $i_0$  avec sa normale. On note  $i$  l'angle que fait le rayon émergent du réseau avec sa normale. On se place dans l'air d'indice optique,  $n = 1$ .

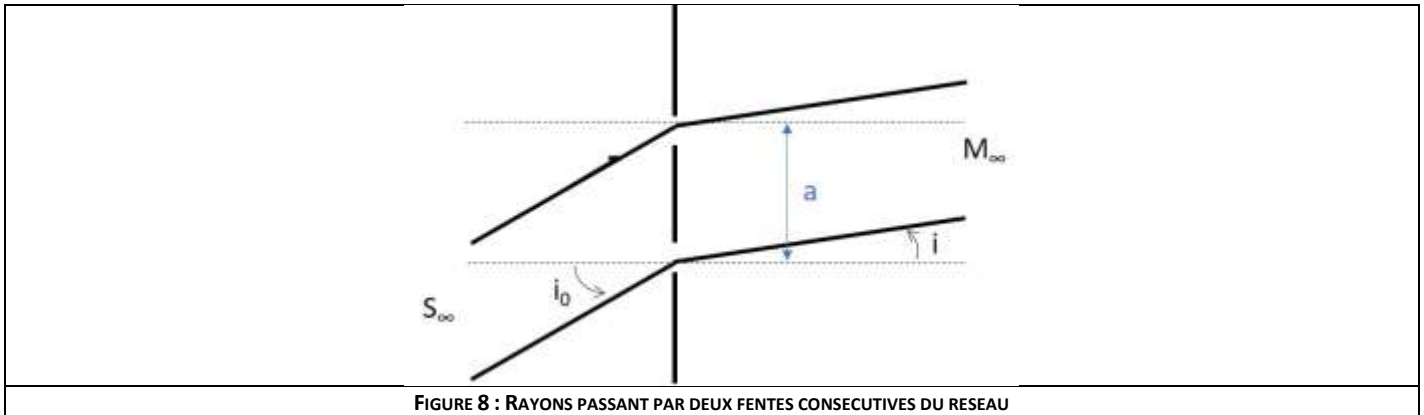


FIGURE 8 : RAYONS PASSANT PAR DEUX FENTES CONSECUTIVES DU RESEAU

- 26) Calculer la différence de marche entre deux rayons successifs.  
 27) En déduire la formule des réseaux en fonction de  $p$  l'ordre d'interférence.

### III.3) Etude du rayonnement d'un astre

Le spectrographe, composé du réseau précédent monté sur la plateforme du goniomètre, est dirigé vers une étoile. On a alors  $i_0 = 0$ . L'étude à l'ordre  $p = 1$  révèle des raies lumineuses pour les angles :  $i_A = 2,68^\circ$  et  $i_B = 3,76^\circ$ .

- 28) Déterminer les longueurs d'onde composant le spectre de l'étoile étudiée. En déduire sa composition.

Dihydrogène ( $\text{H}_2$ ) : 410,0 – 434,0 – 486,1 – 656,3  
 Dioxygène ( $\text{O}_2$ ) : 627,7 – 686,7 – 759,4  
 Fer (Fe) : 430,8 – 438,3 – 466,8 – 495,8 – 516,9 – 527,0  
 Sodium (Na) : 589,0 – 589,6  
 Magnésium (Mg) : 516,7 – 517,3 – 518,4.

DOCUMENT 5 : RAIES COLOREES PRESENTES DANS LE SPECTRE D'EMISSION DE DIFFERENTES ENTITES CHIMIQUES

Aide aux calculs :

|                       |                       |  |
|-----------------------|-----------------------|--|
| $\sin(2,68) = 0,0468$ | $\sin(3,76) = 0,0656$ |  |
|-----------------------|-----------------------|--|

## L'électromagnétisme avec son smartphone

Des applications libres, comme FizziQ ou Phypox, donnent accès aux résultats de mesures de des nombreux capteurs se trouvant sur un smartphone permettant ensuite une exploitation des résultats.

### I) Propagation d'une onde électromagnétique

On considère une source lumineuse supposée ponctuelle et située en  $O$ , émettant de manière isotrope un rayonnement monochromatique, de pulsation  $\omega$ . Dans la suite, on utilisera le repérage cartésien  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ . On note  $\vec{E}$  le champ électrique et  $\vec{B}$  le champ magnétique associé. Le milieu de propagation est l'air et sera assimilé à du vide dont la permittivité diélectrique est notée  $\epsilon_0$  et la perméabilité magnétique  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ .

**29)** Énoncer les équations de Maxwell décrivant la situation étudiée.

**30)** Montrer que l'équation de propagation du champ électrique  $\vec{E}$ , en posant  $c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$  est :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

On étudie la propagation de l'onde électromagnétique émise par cette source dans la direction  $\vec{u}_x$ . On suppose que l'on peut considérer le champ électrique  $\vec{E}$  comme une onde localement plane dont l'amplitude  $E_0$  est supposée constante et se propageant à la vitesse  $v > 0$ . Dans ces conditions, on décrit le champ électrique par :

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right) \vec{u}_z$$

**31)** Préciser la direction de polarisation de cette onde. Comment pourrait-on le vérifier en pratique ?

**32)** Vérifier que  $\vec{E}(x, t)$  est effectivement bien solution de l'équation de propagation. En déduire alors la relation entre  $v$  et  $c$ .

**33)** Donner l'expression du champ magnétique  $\vec{B}(x, t)$  associé.

**34)** Rappeler l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{R}$  ainsi que son unité.

**35)** Montrer que la valeur moyenne temporelle  $\langle \vec{R} \rangle$  du vecteur de Poynting est :

$$\langle \vec{R} \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_x$$

**36)** A chaque instant, on suppose que la source émet une puissance  $P$  de manière isotrope. Donner l'expression de  $\|\langle \vec{R} \rangle\|$  mesurée à la distance  $d$  de la source en fonction de  $P$ .

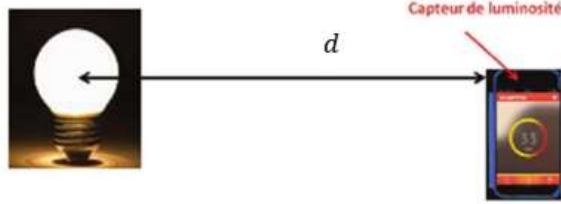
**37)** Montrer alors que la valeur de  $E_0$  en  $\text{V.m}^{-1}$  est donnée par la formule :

$$E_0(d) = \frac{\sqrt{60P}}{d}$$

### II) Mesure de l'éclairement avec un smartphone

L'éclairement énergétique s'identifie à la valeur moyenne de la norme du vecteur de Poynting  $\vec{R}$ . Pour des raisons liées à la sensibilité de l'œil humain, on définit aussi l'éclairement visuel  $\varepsilon$  exprimée en lux (lx) qui rend compte également d'une puissance surfacique. C'est cet éclairement visuel que les capteurs présentes dans les téléphones mesurent.

En utilisant une ampoule, un mètre et un téléphone, on obtient les résultats expérimentaux ci-dessous (FIGURE 9).



| $\mathcal{E}$ (lx) | $d$ (m) | $d^2$ (m <sup>2</sup> ) | $d^{-2}$ (m <sup>-2</sup> ) |
|--------------------|---------|-------------------------|-----------------------------|
| 1000               | 0,1     | 0,010                   | 100                         |
| 445                | 0,15    | 0,022                   | 44                          |
| 250                | 0,2     | 0,040                   | 25                          |
| 155                | 0,25    | 0,063                   | 16                          |
| 110                | 0,3     | 0,090                   | 11                          |
| 60                 | 0,4     | 0,16                    | 6,3                         |

FIGURE 9 : RESULTATS D'UNE EXPERIENCE SUR L'ECLAIREMENT VISUEL AVEC UN SMARTPHONE

- 38)** Dans son livre intitulé « Essai d'optique sur la graduation de la lumière » édité en 1729, Pierre Bouguer écrit « la force de la lumière doit suivre une raison inverse des carrés de la distance aux corps lumineux ». Proposer une exploitation des résultats expérimentaux (FIGURE 9) permettant de tester cette loi de Bouguer.

### III) Réception d'un smartphone

On s'intéresse dans cette partie aux problèmes de réception d'un téléphone lorsque l'on se trouve dans une structure métallique. L'onde électromagnétique considérée sera la même qu'en partie I mais à une fréquence de  $f = 2,4 \text{ GHz}$  soit dans le domaine des micro-ondes. Pour modéliser la situation précédente, on supposera la structure constituée de plans métalliques parfaits.

- 39)** Qu'appelle-t-on un conducteur parfait ? Quelles hypothèses peut-on faire en son sein ?

#### III.1) Réflexion sur un conducteur parfait

L'onde est émise par l'antenne du téléphone et se propage suivant les  $x$  croissants. En  $x = 0$ , elle arrive sur la surface plane d'un miroir métallique parfaitement conducteur et donne naissance à une onde réfléchie (FIGURE 10) se propageant dans la direction ( $Ox$ ) dans le sens des  $x$  décroissants :  $\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \cos(\omega t + kx)$ .

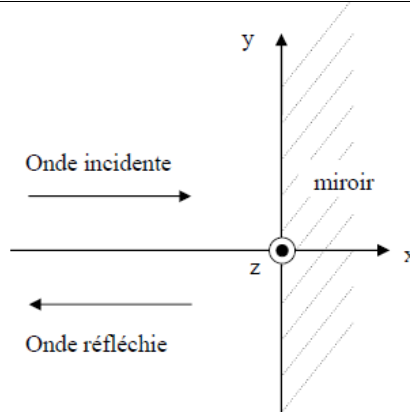


FIGURE 10 : REFLEXION DE L'ONDE SUR LE CONDUCTEUR PARFAIT

Les relations de passages du champ électrique et du champ magnétique à l'interface entre deux milieux sont données par :

$$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad \text{et} \quad \vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1) = \mu_0 \vec{j}_s(M) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

où l'on note  $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  la normale en un point  $M$  de l'interface, orientée du milieu 1 vers le milieu 2,  $M_1$  et  $M_2$  deux points dans chaque demi-espace au voisinage du point  $M$ ,  $\sigma(M)$  la densité surfacique de charge au point  $M$  et  $\vec{j}_s(M)$  la densité surfacique de courants au point  $M$ .

- 40)** Réécrire ces conditions aux limites vérifiées par les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sur le plan d'équation  $x = 0$  qui limite l'espace entre le vide et le miroir métallique.

- 41)** Montrer en utilisant les relations données dans la question précédente que le champ électrique réfléchi est polarisé suivant l'axe ( $Oz$ ) et établir l'expression du vecteur  $\vec{E}_{0r}$  en fonction de  $E_0$  et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.
- 42)** Déterminer l'expression en fonction du temps du champ magnétique réfléchi  $\vec{B}_r$ . On exprimera  $\vec{B}_r$  en fonction de  $E_0$ ,  $\omega$ ,  $k$ ,  $t$ ,  $x$ ,  $c$  et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.
- 43)** Déterminer le champ électrique  $\vec{E}_{total}$  et le champ magnétique  $\vec{B}_{total}$  du champ électromagnétique résultant de l'onde incidente et de l'onde réfléchie dans le demi-espace  $x < 0$ . Caractériser l'onde résultante.
- 44)** Déterminer l'expression du vecteur de Poynting  $\vec{I}$  de l'onde résultante ainsi que sa valeur moyenne  $\langle \vec{I} \rangle$  au cours d'une période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . Commenter.
- 45)** Déterminer la position  $x_n$  des nœuds du champ électrique  $\vec{E}_{total}$ . Sachant que l'antenne du smartphone est sensible au champ électrique, expliquer les problèmes de réception qui peuvent se poser.

### III.2) Réflexion sur deux conducteurs parfaits

On suppose dans cette partie d'un deuxième plan métallique se trouve en  $x = -L$ .

- 46)** Que peut-on dire pour le champ électrique  $\vec{E}_{total}$  en  $x = -L$  ?
- 47)** Montrer que cela entraîne :  $\vec{E}_{total} = 2E_0 \sin(\omega t) \sin\left(n\pi \frac{x}{L}\right) \vec{e}_z$  avec  $n$  un entier.
- 48)** Quel problème va alors se poser si  $f \neq \frac{nc}{2L}$  ?

## Traitement de l'eau

Les procédés de traitement de l'eau des piscines reposent majoritairement sur l'utilisation de produits chlorés. En effet, la plupart des bactéries nuisibles sont détruites par adjonction d'ions hypochlorites  $\text{ClO}^-$ . Les ions hypochlorites étant des composés peu stables, il est nécessaire d'en assurer le renouvellement dans l'eau de bain. La technique la plus répandue en France est la chloration à l'eau de Javel. L'inconvénient principal de cette méthode est le recours important aux produits chimiques. Le risque d'irritation pour la peau et les yeux en cas de mauvais dosage est également à considérer.

Données :

|                                                              |                                                           |
|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| Constante d'Avogadro                                         | $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$              |
| Rayon ionique de l'ion $\text{Na}^+$                         | $R^+ = 97 \text{ pm}$                                     |
| Rayon ionique de l'ion $\text{Cl}^-$                         | $R^- = 181 \text{ pm}$                                    |
| Masse molaire atomique de Na                                 | $M_{\text{Na}} = 23,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$      |
| Masse molaire atomique de Cl                                 | $M_{\text{Cl}} = 35,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$      |
| Potentiel standard du couple $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ | $E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$ |
| Potentiel standard du couple $\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2$ | $E^\circ(\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2) = 0 \text{ V}$    |
| Constante de Faraday                                         | $F = N_A e = 96\,500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$       |

### I) Etude du réseau cristallin $\text{NaCl}$

La structure du chlorure de sodium est représentée FIGURE 11. Les ions chlorure ( $\text{Cl}^-$ ) cristallisent dans un système cubique à faces centrées. Les ions sodium ( $\text{Na}^+$ ) occupent tous les sites octaédriques et forment également un réseau cubique à faces centrées, décalé d'une demi-arête de celui des ions  $\text{Cl}^-$ .



FIGURE 11 : REPRÉSENTATION 3D DU RESEAU CRISTALLIN DU CHLORURE DE SODIUM

49) Définir et calculer le paramètre de maille  $a$ .

50) Calculer la masse volumique du cristal de  $\text{NaCl}$ . Commenter le résultat obtenu.

### II) Exploitation du diagramme E-pH du chlore

#### II.1) Diagramme du chlore

La FIGURE 12 donne le diagramme potentiel-pH de l'élément chlore. Les espèces considérées, qui sont toutes en solution, sont  $\text{Cl}_{2(aq)}$ ,  $\text{Cl}_{(aq)}^-$ ,  $\text{HClO}_{(aq)}$  et  $\text{ClO}_{(aq)}^-$ . La concentration de trace est  $c = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ .

51) Justifier que les espèces A, B, C et D sont respectivement  $\text{Cl}_{(aq)}^-$ ,  $\text{Cl}_{2(aq)}$ ,  $\text{HClO}_{(aq)}$  et  $\text{ClO}_{(aq)}^-$ .

52) Déterminer le  $pK_a$  du couple  $\text{HClO}/\text{ClO}^-$ .

53) Déterminer le potentiel standard du couple B/A.

54) Ecrire la demi-équation redox entre les espèces A et C.

55) Déterminer la pente de la frontière C/A et en effectuer la vérification graphique.

56) Déterminer le potentiel standard du couple C/A.

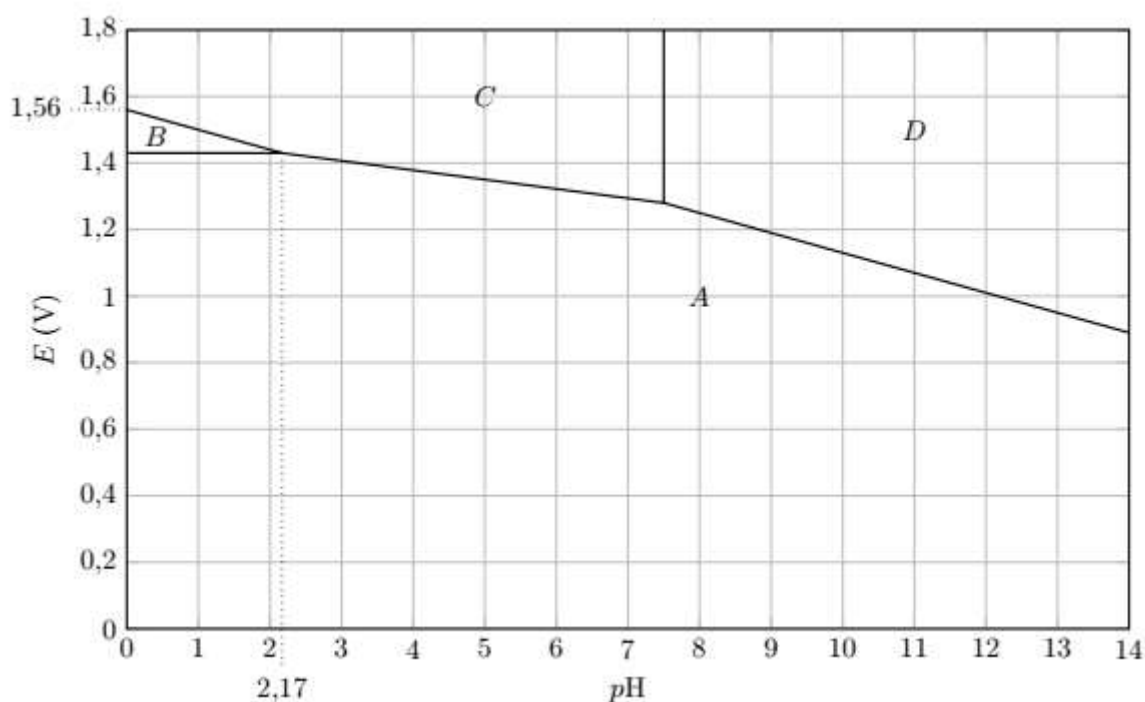


FIGURE 12 : DIAGRAMME E-PH DU CHLORE

## II.2) Diagramme de l'eau

On considère les espèces  $H_2O$ ,  $O_{2(g)}$  et  $H_{2(g)}$ . La pression de tracé est fixée à 1 bar et la concentration de tracé à  $1,0 \text{ mol.L}^{-1}$ .

57) Déterminer l'équation de la frontière  $O_{2(g)}/H_2O$ .

58) Déterminer l'équation de la frontière  $H_2O/H_{2(g)}$ .

59) Tracer succinctement sur votre copie l'allure du diagramme potentiel-pH de l'eau superposé à celui du chlore aqueux. Quels commentaires pouvez-vous formuler ?

Aide aux calculs :

|                |                                                 |                        |
|----------------|-------------------------------------------------|------------------------|
| $5,56^3 = 172$ | $\frac{4 \times 5,85}{1,72 \times 6,02} = 2,26$ | $6 \times 2,17 = 13,0$ |
|----------------|-------------------------------------------------|------------------------|