

Propagation

Extrait du programme de TSI1

Dans la partie 1 consacrée à la propagation, il est indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale et sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation physique des signaux qui se propagent et leurs représentations spatiales et temporelles, sans qu'aucune référence soit faite ici à une expression mathématique du signal.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Propagation d'un signal	
Exemples de signaux, spectre.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques. Connaître quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.
Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	Etablir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.

Extrait du programme de TSI2

La partie 5, articulée autour de la propagation des ondes électromagnétiques, est l'occasion d'illustrer l'efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent.

La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires et de découvrir des savoir-faire spécifiques permettant leur étude. La notion de densité de courant surfacique est introduite mais son calcul ne relève pas du programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Propagation	
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Exemple d'états de polarisation d'une onde plane progressive et monochromatique : polarisation rectiligne. Polariseurs.	Reconnaître l'expression d'une onde plane polarisée rectilignement. Mettre en évidence une polarisation rectiligne.
Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire.	Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies. Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire.	Mettre en oeuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.

Formation expérimentale

Nature et méthodes	Capacités exigibles
4. Électricité	
Onde électromagnétique	Mettre en oeuvre un détecteur dans le domaine des ondes centimétriques.

Sommaire

1	EQUATION DE PROPAGATION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE	3
2	ONDE PLANE DANS L'ESPACE VIDE DE CHARGE ET DE COURANT	4
2.1	RESOLUTION GENERALE D'UNE EQUATION D'ONDE SCALAIRE A UNE DIMENSION	4
2.2	SOLUTIONS DE L'EQUATION DE PROPAGATION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE SOUS FORME D'ONDES PLANES PROGRESSIVES	5
2.3	ASPECT ENERGETIQUE	6
3	ETATS DE POLARISATION D'UNE ONDE PLANE PROGRESSIVE (MONOCHROMATIQUE)	7
3.1	ETATS DE POLARISATION	7
3.2	MISE EN EVIDENCE D'UNE POLARISATION RECTILIGNE.....	8
4	ONDE PLANE PROGRESSIVE MONOCHROMATIQUE POLARISEE RECTILIGNEMENT	9
4.1	RETOUR SUR L'EQUATION D'ONDE SCALAIRE	9
4.2	APPLICATION AU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE	10
4.3	ASPECT ENERGETIQUE	11
5	REFLEXION SOUS INCIDENCE NORMALE D'UNE OPDM POLARISEE RECTILIGNEMENT SUR UN PLAN CONDUCTEUR PARFAIT.....	12
5.1	HYPOTHESES	12
5.2	REFLEXION SUR UN CONDUCTEUR PARFAIT	12
5.3	SUPERPOSITION DES ONDES	13
5.4	ASPECT ENERGETIQUE	13
6	APPLICATIONS AUX CAVITES A UNE DIMENSION	14
6.1	POSITION DU PROBLEME	14
6.2	MODE D'ONDE STATIONNAIRE	14
7	METTRE EN ŒUVRE UN DISPOSITIF PERMETTANT D'ETUDIER UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE DANS LE DOMAINE DES ONDES CENTIMETRIQUES.....	15
7.1	MATERIEL	15
7.2	DESCRIPTION DETAILLEE DU DISPOSITIF	15
7.3	MANIPULATIONS.....	16
8	APPROCHE DOCUMENTAIRE (A RENDRE EN DM POUR LE 21/03/2022)	18
8.1	DOCUMENTS A VOTRE DISPOSITION	18
8.2	QUESTIONS	18
9	QUESTIONS DE COURS	19
10	QUESTIONS A CHOIX MULTIPLES.....	19
11	EXERCICES D'APPLICATIONS DIRECTES DU COURS	20
11.1	ONDE PROGRESSIVE	20
11.2	CHAMP ELECTROMAGNETIQUE	20
11.3	ONDE PLANE PROGRESSIVE MONOCHROMATIQUE ET NOTATION COMPLEXE.....	20
11.4	REFLEXION D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE SUR UN CONDUCTEUR PARFAIT.....	21
12	EXERCICES TYPE ORAL	22
12.1	SUPERPOSITION DES DEUX ONDES PLANES PROGRESSIVES MONOCHROMATIQUES	22
12.2	CAVITE RESONANTE.....	22
13	EXERCICES TYPE ECRIT (A RENDRE EN DM POUR LE 14/03/2022).....	23

1 Equation de propagation du champ électromagnétique

Dans le vide, en absence de charges et courants, on peut simplifier les équations de Maxwell tel que :

1) A partir des équations de Maxwell, montrer qu'il est possible de relier les dérivées temporelles du champ électrique à ses dérivées spatiales. On pourra utiliser l'identité vectorielle suivante :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{a})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{a})) - \vec{\Delta}(\vec{a})$$

2) Faire de même pour le champ magnétique.

Propriété :

Dans le vide, dans une région sans charges ni courants, les champs électrique et magnétique satisfont la même équation de propagation ou équation d'onde, appelée **équation de d'Alembert** :

3) Montrer que $\mu_0 \varepsilon_0$ est homogène à l'inverse d'une vitesse au carré.

Remarque :

La grandeur $\mu_0 \varepsilon_0$ est homogène à l'inverse d'une vitesse au carré. On l'appelle la **célérité** de l'onde ou la **vitesse de propagation** de l'onde. Dans le vide, elle est égale à :

L'onde électromagnétique se propage donc dans le vide à la vitesse de la lumière. On retiendra :

Remarque :

Cette équation intervient souvent en physique : en électromagnétisme, en mécanique (cordes vibrantes), en acoustique (ondes sonores), en mécanique des fluides (phénomènes de houle), en électricité (lignes électriques), en thermodynamique (transferts de chaleurs), ...

2 Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant

2.1 Résolution générale d'une équation d'onde scalaire à une dimension

On suppose dans un premier temps que le champ électrique se propage à la vitesse de propagation v et peut se mettre sous la forme suivante : $\vec{E}(M, t) = s(M, t)\vec{u}$

1) Ecrire l'équation d'onde à laquelle satisfait $s(M, t)$.

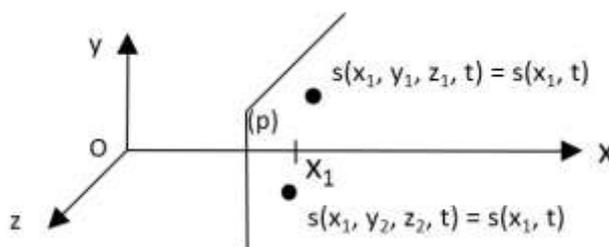
2.1.1 Onde plane progressive (OPP)

Définition :

On dit qu'une onde est **plane** si, à chaque instant, la fonction $s(x, y, z, t)$ a la même valeur en tout point d'un plan perpendiculaire à une direction fixe définie par un vecteur unitaire \vec{n} et appelée **direction de propagation**.

Exemple :

En coordonnées cartésiennes, la fonction $s(x, y, z, t)$ décrit une onde plane si, par exemple, elle se propage selon x et est indépendante de y et z . Elle ne dépend donc que d'une coordonnée, x et du temps, t : soit $s(x, t)$



Remarque :

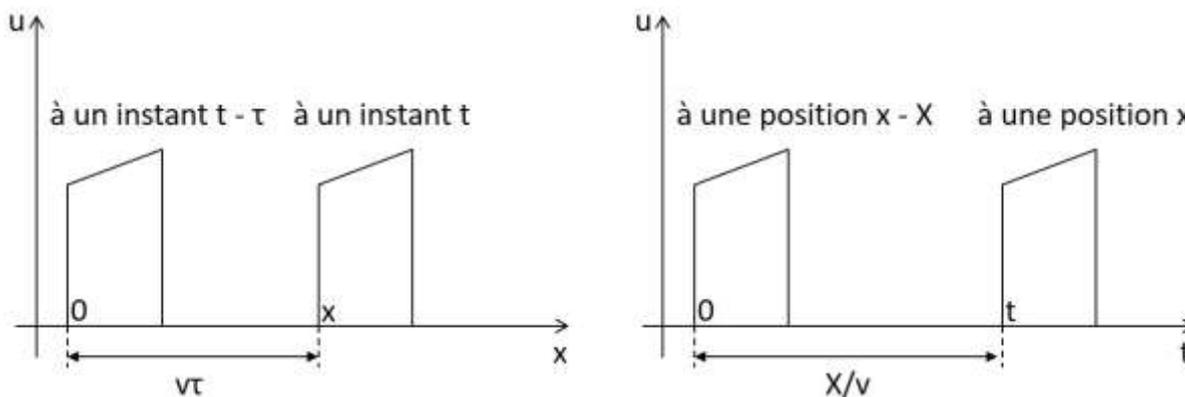
Dans le cas d'une propagation unidimensionnelle, l'onde est forcément plane : cas des ondes étudiées en TSI1.

Définition :

L'onde plane est dite plus **progressive** quand le signal se propage dans un sens déterminé.

Exemple :

En coordonnées cartésiennes, l'onde plane précédente est progressive si elle se propage selon les x croissants ou les x décroissants. Supposons qu'elle se propage à la vitesse constante, v , selon les x croissants.



La durée de propagation entre 0 et x est de t_r : $s(x, t) = s(0, t - t_r) = s\left(0, t - \frac{x}{v}\right)$

$t_r = \frac{x}{v}$ représente le retard temporel.

Ou bien entre 0 et t , l'onde se propage de $x - X$ à x : $s(x, t) = s(x - X, 0) = s(x - vt, 0)$

Si le signal se propage suivant les x croissants à la vitesse constante v , la variable est $x - vt$ ou $t - \frac{x}{v}$.

Remarque :

Si le signal se propage suivant les x décroissants à la vitesse constante v , la variable devient $x + vt$ ou $t + \frac{x}{v}$.

2.1.2 Solution de l'équation de propagation

On adoptera donc pour la suite une propagation de l'onde selon x , soit la fonction scalaire $s(x, t)$, solution de l'équation de propagation suivante :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$$

2) Montrer que les solutions de cette équation d'onde peuvent s'écrire comme la superposition de deux ondes planes progressives tel que :

$$s(x, t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt)$$

Propriété :

Les solutions de l'équation de propagation unidimensionnelle selon x peuvent s'écrire comme la superposition de deux ondes planes progressives :

2.2 Solutions de l'équation de propagation du champ électromagnétique sous forme d'ondes planes progressives

2.2.1 Equation de propagation unidimensionnelle

On suppose que nos champs ne dépendent que de la coordonnées cartésiennes, x .

- 3) Simplifiez l'expression de l'équation de propagation auxquelles obéissent les champs électriques et magnétiques.
- 4) En déduire l'expression des champs électriques et magnétiques.
- 5) Pour simplifier les calculs futurs de ce cours, on suppose que la propagation se fait selon les x croissants. Simplifier les champs en conséquence.

2.2.2 Transversalité des champs

- 6) En partant de l'équation de Maxwell-Gauss, montrer que la composante suivant \vec{u}_x du champ électrique est forcément nulle.
- 7) Que pouvez-vous alors en conclure pour le champ magnétique ?

Propriété :

Les champs électrique et magnétique n'ont pas de composantes suivant la direction de propagation. Les vecteurs sont perpendiculaires à la direction de propagation, on les qualifie de **transverses**.

Remarque :

On peut donc réécrire les champs sous la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}\left(t - \frac{x}{c}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_y\left(t - \frac{x}{c}\right) \\ E_z\left(t - \frac{x}{c}\right) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \vec{B}\left(t - \frac{x}{c}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ B_y\left(t - \frac{x}{c}\right) \\ B_z\left(t - \frac{x}{c}\right) \end{pmatrix}$$

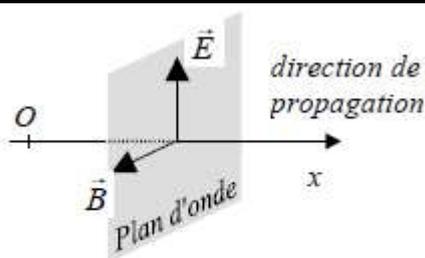
2.2.3 Relation entre les champs

8) En partant de l'équation de Maxwell-Faraday, et en développant l'expression du rotationnel dans la base cartésienne, montrer que les champs électriques et magnétiques sont reliés par la relation :

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{u}_x \wedge \vec{E}$$

Propriété :

Pour une onde plane progressive de direction de propagation donnée par le vecteur unitaire \vec{n} , les champs électrique et magnétique sont **transverses**. Ils forment avec la direction de propagation un trièdre direct.



2.3 Aspect énergétique

2.3.1 Densité volumique d'énergie électromagnétique

9) D'après la relation précédente, quelle relation lie la norme du champ magnétique à celle du champ électrique ? En déduire une expression simplifiée de la densité volumique d'énergie électromagnétique.

La densité volumique d'énergie électromagnétique est équirépartie entre terme électrique et terme magnétique.

2.3.2 Puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charge

La puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charge est nulle car on se trouve dans une région sans charges ni courants.

2.3.3 Vecteur de Poynting

10) Rappeler l'expression du vecteur de Poynting. La simplifier dans le cas des OPP se propageant selon les x croissants. On pourra utiliser l'identité vectorielle suivante :

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$$

11) Représenter alors les vecteurs champ électrique, magnétique et de Poynting.

12) En déduire la puissance rayonnée traversant une surface S perpendiculaire à la direction de propagation.

13) Montrer alors que l'équation de conservation de l'énergie électromagnétique est bien vérifiée.

Propriété :

Le vecteur de Poynting, représentant la densité surfacique de puissance rayonnée, est dirigé dans la direction de propagation de l'onde plane donnée par \vec{n} . Ainsi, l'énergie d'une OPP dans le vide se propage à la célérité, c .

3 Etats de polarisation d'une onde plane progressive (monochromatique)

Dans l'espace vide de charge et de courant, l'onde électromagnétique est transverse. Les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires à la direction de propagation. Ainsi, pour capter une onde (antenne pour une onde radio, capteur lumineux pour une onde lumineuse), le capteur doit être orienté dans le plan d'onde (plan perpendiculaire à la direction de propagation) et de manière à recevoir le maximum d'énergie. L'étude de la polarisation de l'onde devient alors primordiale.

3.1 Etats de polarisation

3.1.1 Polarisation elliptique

Définition :

La **polarisation** d'une OPPH est définie à partir de son vecteur \vec{E} , comme la nature de la courbe décrite par l'extrémité de \vec{E} dans un plan d'onde. Par convention, l'observateur est supposé faire face au champ électromagnétique qui progresse donc vers lui.

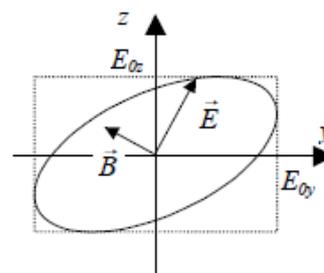
On considère toujours une OPP se propageant selon les x croissants. Pour définir sa polarisation, on se place dans le plan $x = 0$ et on observe l'évolution du vecteur \vec{E} dans ce plan. On va supposer ici que l'OPP est monochromatique, donc que sa dépendance au temps est sinusoïdale.

1) Réécrire l'expression du champ électrique. On notera E_{0y} l'amplitude et φ_y le déphasage de la composante du champ selon \vec{u}_y , respectivement E_{0z} et φ_z pour la composante du champ selon \vec{u}_z .

En choisissant convenablement, une origine des temps, on peut se ramener à l'expression suivante :

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 \\ E_y = E_{0y} \cos(\omega t) \\ E_z = E_{0z} \cos(\omega t - \varphi) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \varphi = \varphi_y - \varphi_z$$

On reconnaît la représentation paramétrique d'une ellipse qui donne l'état de polarisation le plus général d'une OPPM.



Remarque :

Même principe que le mode XY d'un oscilloscope

3.1.2 Polarisation circulaire

2) Dans quelle cas l'ellipse précédente, peut-elle devenir un cercle ?

3.1.3 Polarisation rectiligne

3) Dans quelle cas l'ellipse précédente, peut-elle devenir une droite ?

4) Représenter le vecteur champ électrique dans le plan $x = 0$, si la polarisation est rectiligne selon Oy.

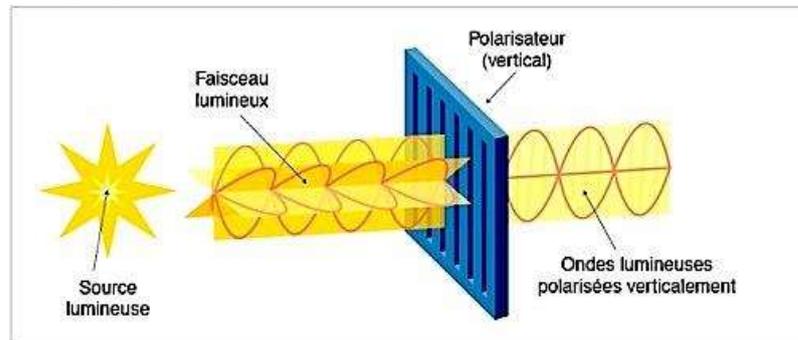
3.2 Mise en évidence d'une polarisation rectiligne

L'onde électromagnétique étudiée est l'onde lumineuse. On utilise une source monochromatique (laser ou lumière blanche + filtre). L'onde obtenue n'a aucune raison d'être polarisée. Nous allons donc essayer de produire une polarisation rectiligne et de la mettre en évidence.

3.2.1 Production de la polarisation rectiligne

On utilise un polariseur. C'est un système optique possédant deux directions privilégiées. L'une d'entre elles, appelée axe de transmission, est telle que le polariseur transmet la composante du champ électrique incident parallèle à l'axe de transmission. La seconde perpendiculaire à la première et est appelée axe d'extinction, le polariseur arrête la composante du champ électrique parallèle à cette direction.

On place donc ce polariseur devant la source de lumière. La lumière sortant du polariseur sera polarisée rectilignement parallèlement à la direction de l'axe de transmission.



3.2.2 Mise en évidence de la polarisation rectiligne

On place maintenant un autre polariseur à la suite du premier. Ce second polariseur sera nommé analyseur. Les axes de transmissions respectifs des deux polariseurs forment entre eux un angle α . Si l'on nomme \vec{n}_1 la direction de polarisation du champ électrique \vec{E}_1 après le premier polariseur et \vec{n}_2 la direction de polarisation du champ électrique \vec{E}_2 après l'analyseur, alors :

$$\vec{E}_1 = E_1 \vec{u}_1 \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = E_2 \vec{u}_2 = E_1 \cos \alpha \vec{u}_2$$

Ainsi, si $\alpha = \frac{\pi}{2}$ le champ électrique à la sortie de l'analyseur est nul.

On peut ainsi mettre en évidence de manière très simple une polarisation rectiligne.

4 Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement

L'OPPM est un modèle. Il est très intéressant car toute onde plane peut être exprimée comme la somme d'OPPM. Une onde plane progressive monochromatique représente donc la composante élémentaire d'un paquet d'ondes.

4.1 Retour sur l'équation d'onde scalaire

4.1.1 Solution unidimensionnelle

Soit l'équation d'onde suivante vérifiée par la fonction $s(x, t) : \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$

Les solutions s'écrivent sous la forme d'OPP telles que : $s(x, t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right)$

On suppose que la propagation se fait selon les x croissants, ce qui donne : $s(x, t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right)$

1) L'onde plane progressive monochromatique associée s'écrit sous la forme :

$$s(x, t) = s_m \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right) = s_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0\right)$$

Expliquer la forme précédente. Que représentent s_m , ω et φ_0 ?

2) On pose : $\vec{k} = \frac{\omega}{v} \vec{n} = k \vec{n}$ le **vecteur d'onde** (en rad.m^{-1}) où le vecteur \vec{n} est un vecteur unitaire selon la direction de propagation. Donner alors son expression dans notre exemple. Montrer que l'on peut aussi écrire k en fonction de la **longueur d'onde** (en m), λ , sous la forme : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Que représente la longueur d'onde ?

3) Réécrire $s(x, t)$ en fonction de k . Commenter.

4.1.2 Solution 3D

Soit l'équation d'onde suivante vérifiée par la fonction $s(x, y, z, t) : \Delta s - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$

L'OPPM solution s'écrira par analogie sous la forme suivante : $s(x, y, z, t) = s_m \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)$

où $\vec{k} = k \vec{n}$ représente le vecteur d'onde dirigé selon la direction de propagation donnée par le vecteur unitaire \vec{n}

où \vec{r} représente le vecteur position tel que : $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$ en coordonnées cartésiennes.

4) Montrer que l'on retrouve bien l'expression de la question 3 dans le cas d'une propagation unidimensionnelle selon x .

Définition :

Une onde plane progressive est dite **monochromatique** si c'est une fonction sinusoïdale de fréquence f (ou pulsation ω). Une OPPM se propageant à la vitesse v selon la direction donnée par un vecteur unitaire \vec{n} s'écrit sous la forme :

$$s(x, y, z, t) = s_m \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)$$

Elle est caractérisée par : - sa **pulsation**, ω , ou sa **fréquence**, f , ou sa période temporelle, T :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- son **vecteur d'onde**, \vec{k} , ou sa **longueur d'onde**, λ :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n} = \frac{\omega}{v} \vec{n}$$

Elle présente une **double-périodicité** temporelle de période T et spatiale de période λ .

Ces deux périodes sont reliées par la relation :

$$\lambda = vT$$

4.1.3 Notation complexe

L'écriture complexe peut être très utile lors de l'utilisation de fonctions sinusoïdales. Ainsi, on peut écrire la solution complexe sous la forme : $\underline{s}(x, y, z, t) = \underline{s}(x, y, z) e^{j\omega t}$ avec $\underline{s}(x, y, z) = s_m e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} e^{j\varphi_0}$

$$s(x, y, z, t) = \Re[\underline{s}(x, y, z, t)]$$

4.2 Application au champ électromagnétique

4.2.1 Propagation unidimensionnelle

5) En supposant toujours une propagation unidimensionnelle selon les x croissants, réécrire les expressions des vecteurs champ électrique et magnétique de la partie 2.

6) On suppose de plus que le champ électrique est polarisé rectilignement suivant Oy . Quelle composante du champ électrique est donc nulle ? Montrer alors que le champ magnétique peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{B} = B_{0z} \cos(\omega t - kx + \varphi'_{0z}) \vec{u}_z$$

On exprimera B_{0z} et φ'_{0z} en fonction de E_{0y} , c et φ_{0y} .

4.2.2 Propagation 3D

Les champs se mettent alors sous la forme :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0x}) \\ E_{0y} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0y}) \\ E_{0z} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0z}) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} B_{0x} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi'_{0x}) \\ B_{0y} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi'_{0y}) \\ B_{0z} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi'_{0z}) \end{pmatrix}$$

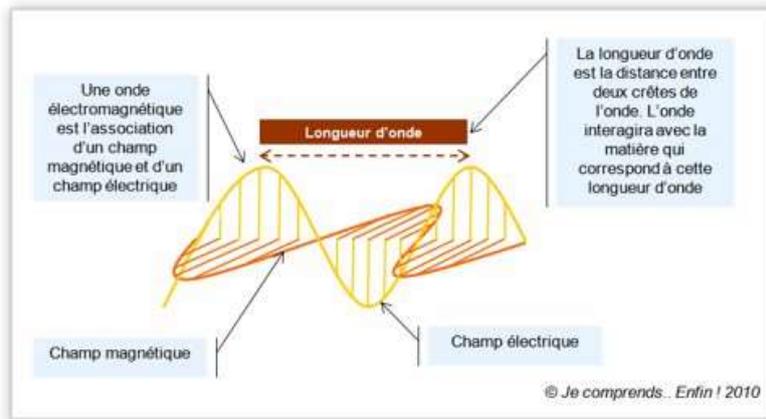
7) Simplifier l'expression du champ électrique dans le cas où il est polarisé rectilignement selon Oy .

8) Montrer alors que $\vec{B} = \frac{1}{\omega} \vec{k} \wedge \vec{E}$. En déduire l'expression du champ magnétique associé.

Propriété :

Pour une onde plane progressive monochromatique de direction de propagation donnée par le vecteur unitaire \vec{n} , les champs électrique et magnétique sont **transverses**. Ils forment avec le vecteur d'onde un trièdre direct.

$$\vec{B} = \frac{1}{\omega} \vec{k} \wedge \vec{E}$$



Propriété :

Dans le vide, dans une région sans charges ni courants, le modèle de l'OPPM conduit à la **relation de dispersion** :

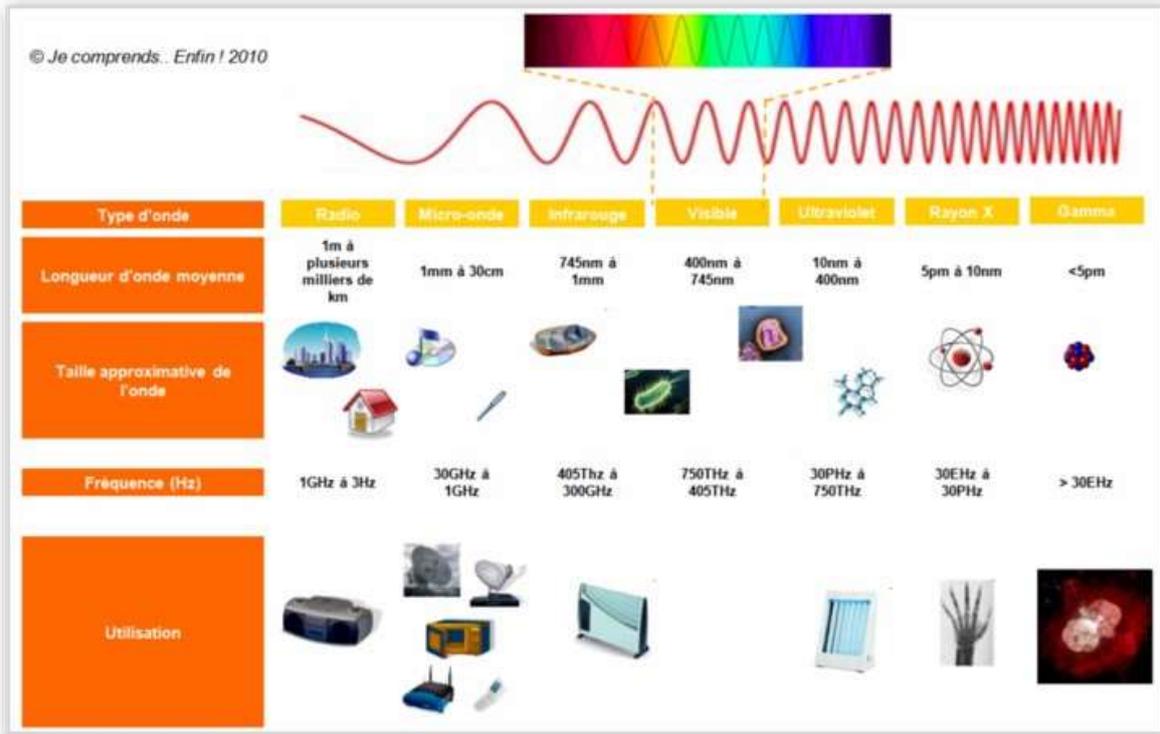
$$k = \frac{\omega}{c}$$

4.2.3 Notation complexe

Pour une OPPM, le champ électromagnétique peut s'écrire à l'aide de la notation complexe tel que :

$$\vec{E} = \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{avec} \quad \underline{\vec{E}}_0 = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{j\varphi_{0x}} \\ E_{0y} e^{j\varphi_{0y}} \\ E_{0z} e^{j\varphi_{0z}} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \underline{\vec{B}}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{avec} \quad \underline{\vec{B}}_0 = \begin{pmatrix} B_{0x} e^{j\varphi'_{0x}} \\ B_{0y} e^{j\varphi'_{0y}} \\ B_{0z} e^{j\varphi'_{0z}} \end{pmatrix}$$

Quelques valeurs de fréquence et de longueur d'onde pour les ondes électromagnétiques :



4.3 Aspect énergétique

On se propose de regarder comme évoluent les considérations énergétiques pour une OPPM se propageant selon les

$$x \text{ croissants et polarisée selon } Oy : \begin{cases} \vec{E} = E_{0y} \cos(\omega t - kx + \varphi_{0y}) \vec{u}_y \\ \vec{B} = \frac{E_{0y}}{c} \cos(\omega t - kx + \varphi_{0y}) \vec{u}_z \end{cases}$$

Il est nécessaire de se placer en réels pour effectuer cette étude car elle fait intervenir les carrés des champs. Prendre la partie réelle d'un carré n'est pas la même chose que prendre le carré de la partie réelle d'un nombre complexe.

4.3.1 Densité volumique d'énergie électromagnétique

9) Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie transportée par le onde plane progressive électromagnétique. Les détecteurs sont le plus souvent sensibles à la valeur moyenne de l'énergie. Que vaut sa valeur moyenne $\langle u \rangle$? Commenter.

4.3.2 Vecteur de Poynting

10) A partir de la définition du vecteur de Poynting, donner son expression pour l'OPPM considérée. Que vaut sa valeur moyenne $\langle \vec{P} \rangle$?

Remarque :

On définit l'intensité I de l'onde ($W.m^{-2}$) par la moyenne de la composante du vecteur de Poynting selon la direction

$$\text{de propagation : } I = \frac{c\epsilon_0 E_{0y}^2}{2}$$

5 Réflexion sous incidence normale d'une OPPM polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait

5.1 Hypothèses

5.1.1 Modèle du conducteur parfait

1) Rappeler la loi d'Ohm locale, ses conditions d'applications et tous les termes entrant dans sa composition.

Définition :

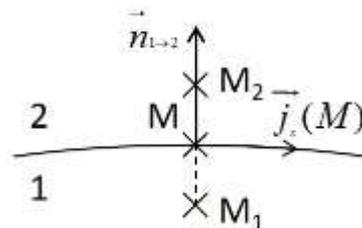
Dans un conducteur parfait, la conductivité est très grande et on la considère infinie :

$$\gamma \rightarrow +\infty \Rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{0}, \rho \rightarrow 0, \vec{B} \rightarrow \vec{0}, \vec{j} = \vec{0}$$

2) Démontrer les conséquences d'une conductivité infinie ($\vec{E} \rightarrow \vec{0}, \rho \rightarrow 0, \vec{B} \rightarrow \vec{0}, \vec{j} = \vec{0}$). Que peut-on dire des pertes par effet Joule ?

5.1.2 Relation de passage entre deux milieux

On considère une interface entre deux demi-espaces indicés 1 et 2 et l'on note $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$ la normale en un point M de cette surface, orientée du milieu 1 vers le milieu 2. On définit deux points M_1 et M_2 dans chaque demi-espace au voisinage du point M .



Soit $\sigma(M)$ la densité surfacique de charge au point M , la relation suivante résume la relation de passage du champ électrique à la traversée de la surface : $\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$

Soit $\vec{j}_s(M)$ la densité surfacique de courants ($A \cdot m^{-1}$) au point M , la relation suivante résume la relation de passage du champ magnétique à la traversée de la surface : $\vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1) = \mu_0 \vec{j}_s(M) \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$

3) Que peut-on dire de la composante tangentielle du champ électrique et de la composante normale du champ magnétique au niveau d'un plan chargé ? Donner un exemple tiré du cours d'électrostatique où cette discontinuité avait déjà pu être observée.

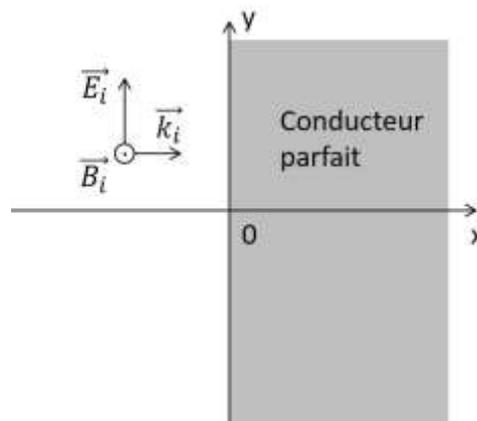
5.1.3 Onde incidente

Soit une onde électromagnétique incidente polarisée rectilignement selon Oy se propageant dans le vide dans une région sans charges ni courants selon l'axe Ox croissant dans le demi-espace $x < 0$. En $x = 0$, dans le plan Oyz , se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle.

Le champ électrique incident peut s'écrire :

$$\vec{E}_i = E_{0i} \cos(\omega t - k_i x) \vec{u}_y$$

4) Donner l'expression du champ magnétique incident.



5.2 Réflexion sur un conducteur parfait

5) En utilisant la relation de passage pour le champ électrique en $x = 0$, montrer que la charge en surface du conducteur parfait est forcément nulle. Montrer ensuite qu'il faut qu'il existe une onde réfléchi se propageant à la même vitesse que l'onde incidente mais selon les x décroissants.

6) On pose l'expression suivante du champ électrique réfléchi :

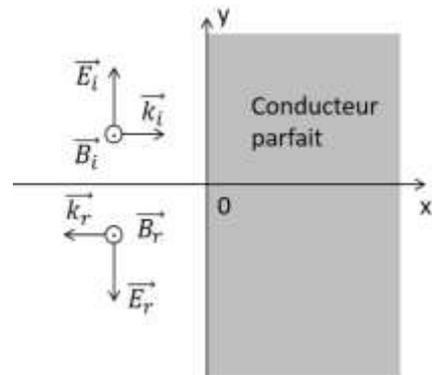
$$\vec{E}_r = E_{0r} \cos(\omega t + \vec{k}_r \cdot \vec{r}) \vec{u}_y$$

A l'aide de la relation de passage pour le champ électrique en $x = 0$, donner l'expression du vecteur d'onde réfléchi \vec{k}_r en fonction du vecteur d'onde incident \vec{k}_i , puis l'expression de l'amplitude du champ électrique réfléchi E_{0r} en fonction de l'amplitude du champ électrique incident E_{0i} . On suppose que la réflexion ne change pas la polarisation de l'onde.

7) Donner l'expression du champ magnétique réfléchi.

Propriété :

La réflexion d'une onde électromagnétique sous incidence normale sur un conducteur parfait est une **réflexion totale** avec un déphasage de π du champ électrique et un déphasage nul pour le champ magnétique. Il n'y a pas de charges surfaciques.



5.3 Superposition des ondes

8) Donner l'expression du champ électrique total dans le vide. On pourra utiliser l'identité suivante :

$$\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Propriété :

La superposition des ondes incidentes et réfléchies sur un conducteur parfait donne naissance à une onde dont les dépendances spatiale et temporelle sont séparées : l'onde résultante est une **onde stationnaire**. L'onde ne se propage plus. Elle oscille sur place.

9) Donner l'expression du champ magnétique total dans le vide. Comparer son expression à celle du champ électrique total. On pourra utiliser l'identité suivante : $\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

10) Représenter les champs électriques et magnétiques totaux dans l'espace en un temps t_0 fixé.

11) Trouver la position x_n des nœuds de vibration du champ électrique, positions pour lesquelles le champ électrique total est nul. Quelle est la distance entre 2 nœuds successifs ?

12) Trouver la position x_v des ventres de vibration du champ électrique, positions pour lesquelles le champ électrique total est maximal. Quelle est la distance entre 2 ventres successifs ? Quelle est la distance entre un nœud et un ventre successif ?

13) Que peut-on dire de la position relative des nœuds et ventres de vibration du champ magnétique totale ?

5.4 Aspect énergétique

14) Donner l'expression des vecteurs de Poynting associés à l'onde incidente $\vec{\Pi}_i$ et à l'onde réfléchie $\vec{\Pi}_r$. Donner leur valeur moyenne.

15) Donner l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_{total}$ associé à l'onde résultant de la superposition des champs incidents et réfléchis. Donner sa valeur moyenne. Pouvaient-on prévoir ce résultat ?

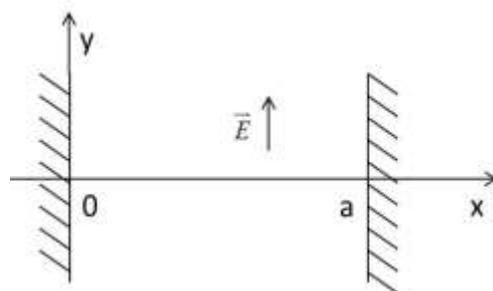
16) En utilisant la relation de passage pour le champ magnétique en $x = 0$, montrer que la réflexion de l'onde sur le conducteur parfait donne naissance à un courant surfacique \vec{j}_s dont on donnera l'expression.

17) Expliquer alors pourquoi le champ réfléchi possède la même pulsation que le champ incident.

6 Applications aux cavités à une dimension

6.1 Position du problème

On considère une cavité vide taillée à l'intérieur d'un conducteur parfait entre les abscisses $x = 0$ et $x = a$. Un émetteur engendre en continu une onde électromagnétique arrivant en incidence normale sur la face $x = a$. L'onde est alors réfléchiée ; elle se propage en sens inverse jusqu'à rencontrer l'autre face $x = 0$. Elle est à nouveau réfléchiée et le processus se répète indéfiniment. On comprend alors que l'onde résultante possède une structure stationnaire, vu la superposition d'ondes progressives de sens de propagation opposés et de même amplitude.



6.2 Mode d'onde stationnaire

On suppose ici que le champ électrique est polarisé selon Oy et d'amplitude E_0 , alors :

$$\vec{E} = 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{u}_y$$

- 1) Montrer que cette expression vérifie la relation de passage pour le champ électrique en $x = 0$.
- 2) En utilisant la relation de passage pour le champ électrique en $x = a$, montrer que seules certaines longueurs d'ondes λ_p peuvent subsister dans la cavité. On donnera leur expression en fonction de a . Commenter.
- 3) Donner alors l'expression des fréquences et pulsations associées à ces longueurs d'onde et remplacer dans l'expression du champ électrique.
- 4) En un temps t_0 fixé à $t_0 = 0$, tracer l'amplitude du champ électrique en fonction de x , pour des valeurs de $p \in [1; 3]$. L'entier p est appelé mode propre de l'onde stationnaire.
- 5) Que se passe-t-il si l'émetteur engendre une onde de longueur d'onde différente des λ_p dans la cavité ?

7 Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique dans le domaine des ondes centimétriques

7.1 Matériel

Kit détection : PED022160 de chez Didalab

Composition :

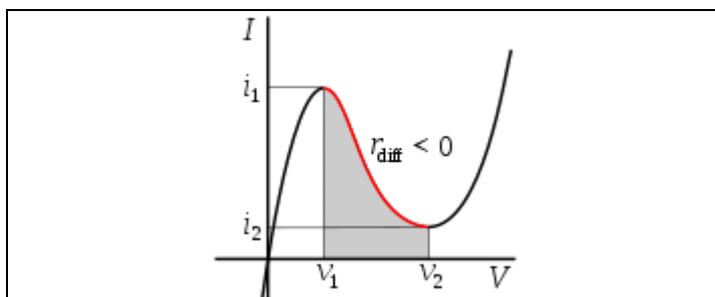
- 2 Antennes cornet (1 émettrice, 1 réceptrice)
- 1 Alimentation
- 1 Antenne Dipole
- Ecran en métal : 24 cm x 24 cm



7.2 Description détaillée du dispositif

7.2.1 Emetteur

L'émetteur est composé d'une diode Gunn. Ce dipôle est un dipôle oscillant composé d'un cristal semi-conducteur d'Arséniure de Gallium (GaAs). Sa caractéristique tension-courant montre une résistance positive pour des tensions faibles inférieures à 4 V et négative pour des tensions supérieures à cette valeur. Ici elle est alimentée avec une tension comprise entre 7 et 9 volts.



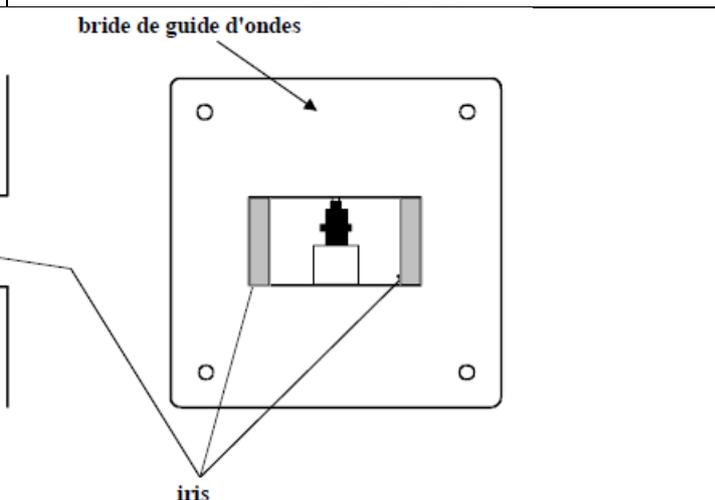
Caractéristique Courant-tension d'une diode Gunn

Si on place la diode Gunn dans une cavité résonnante appropriée, on forme un oscillateur délivrant un signal à la fréquence de résonance de la cavité. La diode utilisée dans cette expérience oscille autour de 10 GHz avec une puissance 10 mW.



Oscillateur à diode Gunn avec cavité résonnante et antenne cornet

L'oscillateur à diode Gunn est ensuite relié à une antenne cornet qui permet d'émettre une onde électromagnétique polarisée rectilignement à 9,5 GHz.



Principe de l'oscillateur à diode Gunn

7.2.2 Récepteur

Le récepteur est composé d'une diode réceptrice hyperfréquence, placée dans une cavité résonnante accordée, elle-même reliée à une antenne cornet qui permet de recevoir une onde électromagnétique polarisée rectilignement autour de 10 GHz. La tension aux bornes de la diode est proportionnelle à la puissance moyenne de l'onde reçue, à condition que cette puissance ne soit pas trop élevée.

L'antenne cornet peut tourner autour d'un axe horizontal. Il est ainsi possible de choisir la direction de polarisation de l'onde reçue.



Récepteur avec antenne cornet

7.2.3 Boîtier d'alimentation

Le boîtier d'alimentation contient les circuits nécessaires à l'alimentation de la diode Gunn.

La face avant du boîtier permet de régler la fréquence désirée : $f_1 = 9,5GHz$ ou $f_2 = 11,4GHz$.

7.2.4 Antenne dipôle

Cette antenne est composée de deux fils fins placés à 180° l'un de l'autre. Elle est utilisée en réception et permet de recevoir une onde électromagnétique polarisée rectilignement. Elle est aussi reliée à une diode réceptrice mais sans cavité résonante. La tension en sortie sera donc moins élevée qu'avec le cornet.

7.2.5 Questions

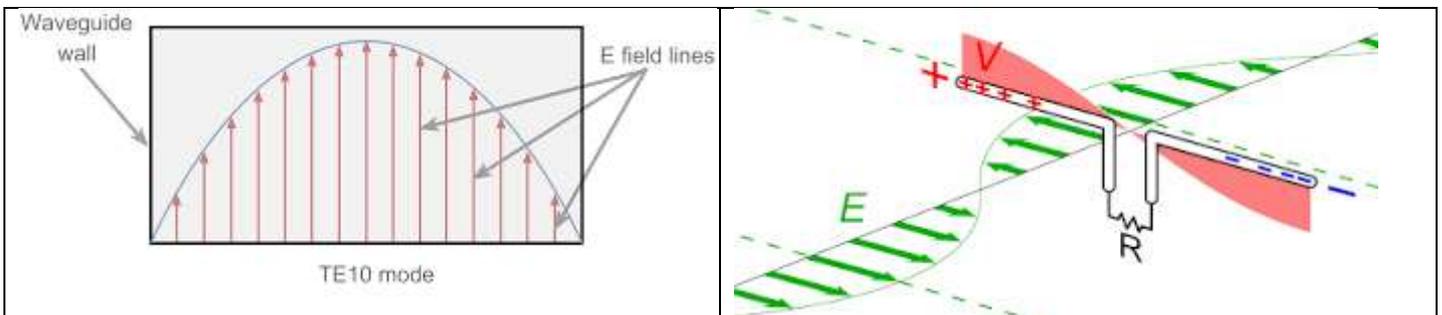
1) Expliquer pourquoi les diodes en émission et réception sont placées dans des cavités. Donner une valeur de la longueur de la cavité pour qu'elle sélectionne une fréquence de 10 GHz.

7.3 Manipulations

L'antenne cornet est alimentée et émet une onde à la fréquence $f_1 = 9,5GHz$. En face d'elle, l'antenne cornet de réception ou l'antenne dipôle sont reliées à l'oscilloscope pour observer le signal continu en sortie de la diode réceptrice.

7.3.1 Polarisation

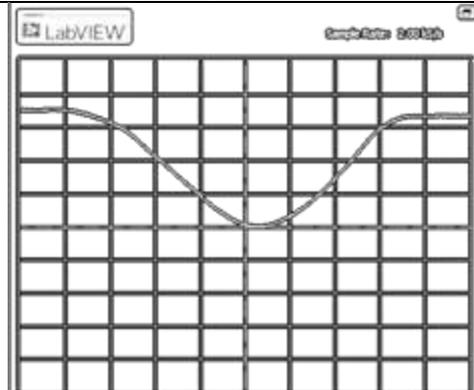
L'onde émise par le cornet émetteur est polarisée rectilignement, comme illustré ci-dessous.



Champ électrique dans l'ouverture d'un antenne cornet

Champ électrique reçu par une antenne dipole

2) En utilisant le cornet en réception et en le faisant tourner autour de son axe, on obtient le graphe suivant sur l'oscilloscope. Expliquer la courbe obtenue et conclure sur l'orientation respective des cornets en fonction de la tension reçue.

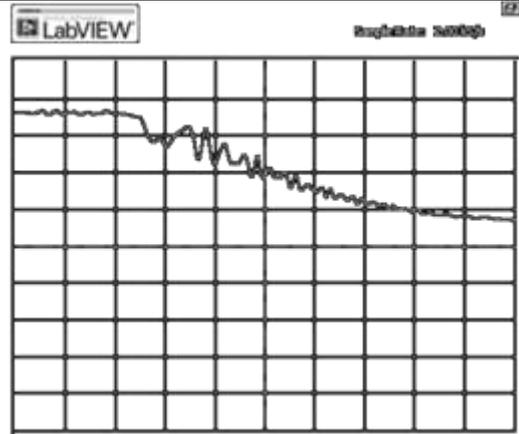


3) On obtient une courbe similaire en faisant tourner l'antenne dipôle en réception autour de son axe. Quelle est sa direction de polarisation ?

7.3.2 Atténuation avec la distance

On replace les deux cornets (émission et réception) en face l'un de l'autre.

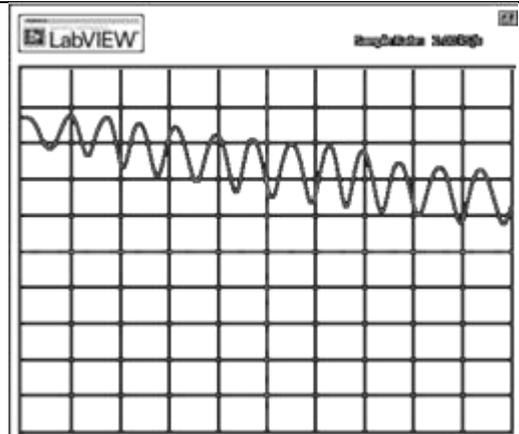
4) On relève la tension reçue tout en modifiant la distance entre émetteur et récepteur (ci-contre). Comment peut-on modéliser sa variation ? Commenter.



7.3.3 Réflexion et ondes stationnaires

Antenne cornet en émission, antenne dipôle en réception et écran métallique sont maintenant alignés sur un banc d'optique. L'antenne dipôle est déplacée entre le cornet et l'écran métallique. La figure suivante montre l'acquisition faite sur l'oscilloscope.

5) Réaliser un schéma du dispositif expérimental.



6) On utilise les graduations du banc d'optique (au mm près) pour trouver les positions des minimums de notre signal. Le premier minimum se trouve en $x_1 = 71,4 \text{ cm}$, le onzième minimum se trouve en $x_{11} = 85,8 \text{ cm}$.

En déduire la longueur d'onde de l'émetteur et remonter à sa fréquence.

7) Evaluer l'incertitude de cette mesure.

8 Approche documentaire (à rendre en DM pour le 21/03/2022)

En relation avec le cours sur les ondes, décrire le fonctionnement d'un oscillateur optique (laser) en termes de système bouclé auto-oscillant. Relier les fréquences des modes possibles à la taille de la cavité.

8.1 Documents à votre disposition

Document 1 : Le laser : principe de fonctionnement, article extrait des Reflets de la physique n_21 (Octobre 2010), p.12-16

Document 2 : vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=KxkuqxKH_Tw

Document 3 : Cours d'électronique : Oscillateur TP2

Document 4 : Cours d'électromagnétisme : Propagation partie 6

8.2 Questions

1) Etablir les analogies entre l'oscillateur optique qu'est le laser et l'oscillateur quasi-sinusoidal qu'est le pont de Wien en remplissant le tableau ci-dessous. Représenter le Laser comme un système bouclé à l'aide d'un schéma-bloc.

Laser	Oscillateur à pont de Wien
Onde optique	
Milieu amplificateur	
Pompage optique	
Cavité optique	
Emission spontanée	
Saturation du milieu amplificateur	

2) Décrire le phénomène physique qui permet l'amplification de la lumière dans un laser.

3) Expliquer le double intérêt de la cavité optique.

4) En considérant l'onde optique se propageant dans la cavité laser comme une onde électromagnétique stationnaire, vérifier alors que la condition de résonance (et dans le cas d'une cavité de type Fabry-Pérot) est bien : $2L = p\lambda$.

5) Exprimer alors les fréquences ν_p des modes longitudinaux qui peuvent exister dans la cavité en fonction de la longueur L de celle-ci puis retrouver l'écart en $\Delta\nu = \frac{c}{2L}$ entre deux modes voisins.

6) Expliquer la figure 2 page 16 du document par analogie avec l'oscillateur quasi-sinusoidal. Donner la condition de démarrage des oscillations.

7) Pour un Laser Hélium-Néon, quelle est la longueur d'onde de l'onde générée ? Donner la fréquence correspondante. Quelle est la taille minimale de la cavité optique nécessaire ?

8) Citer quelques applications du laser.

9 Questions de cours

- 1) Donner l'équation de propagation pour le champ électrique et la démontrer dans un espace vide de charges et de courants.
- 2) On suppose que l'équation de propagation est vérifiée par une fonction scalaire $s(x, t)$. Donner l'équation de propagation simplifiée. Quelle est la solution générale d'une telle équation ? On donnera la définition de l'onde obtenue et on précisera bien chacun des termes entrant dans sa composition.
- 3) Démontrer que les champs électriques et magnétiques sont forcément transverses, terme que l'on définira. Quelle relation permet de relier les champs électriques, magnétiques et la direction de propagation ?
- 4) Donner les expressions de la densité volumique d'énergie électromagnétique, de la puissance volumique cédée par le champ aux porteurs de charge et du vecteur de Poynting pour une onde électromagnétique se propageant dans le vide sans charge ni courant. Commenter.
- 5) On suppose que l'équation de propagation est vérifiée par une fonction scalaire $s(x, y, z, t)$. Cette fonction représente une onde plane progressive monochromatique. Sous quelle forme peut-elle s'écrire ? Définir toutes les caractéristiques de cette onde.
- 6) Quelle relation permet de relier les champs électriques, magnétiques et le vecteur d'onde pour une onde plane progressive monochromatique ? Donner la relation de dispersion.
- 7) Expliquer ce qu'est la polarisation d'une onde. Donner certains cas particuliers. Comment mettre en évidence une polarisation rectiligne ?
- 8) Qu'appelle-t-on conducteur parfait ? Quelles en sont les conséquences ?
- 9) Soit une onde électromagnétique incidente polarisée rectilignement selon Oy se propageant dans le vide dans une région sans charges ni courants selon l'axe Ox croissant dans le demi-espace $x < 0$. En $x = 0$, dans le plan Oyz, se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle. Donner l'expression de l'onde incidente (champ E et B).
- 10) En utilisant le fait que la composante tangentielle du champ électrique est continue à la traversée d'une interface, donner l'expression de l'onde réfléchie (champ E et B).
- 11) Retrouver l'expression de l'onde résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies. Commenter.

10 Questions à choix multiples

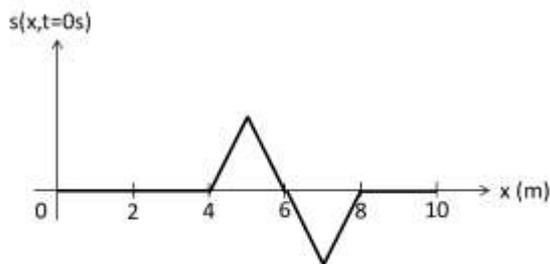
En ligne sur la plateforme Moodle accessible via Atrium : section « EM / Propagation des ondes EM/ Test ».

11 Exercices d'applications directes du cours

11.1 Onde progressive

On considère l'onde $s(x, t = 0)$ représentée ci-contre se propageant à la célérité $c = 2m \cdot s^{-1}$ dans le sens des x croissants.

- 1) Représenter la forme de l'onde à l'instant $t = 1s$.
- 2) Un récepteur est placé à l'abscisse $x_0 = 8m$. Tracer l'évolution temporelle du signal reçu par ce récepteur.



11.2 Champ électromagnétique

On considère le champ électrique, régnant dans une partie de l'espace vide de charge et de courant :

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t + kz) \vec{u}_x + E_0 \sin(\omega t + kz) \vec{u}_y \quad \text{avec} \quad k = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \omega$$

- 1) Vérifier la compatibilité de cette expression avec l'équation de propagation.
- 2) Que peut-on dire de sa polarisation ? de sa direction de propagation ?
- 3) Déterminer le champ magnétique associé.
- 4) Déterminer le vecteur de Poynting de ce champ électromagnétique.

11.3 Onde plane progressive monochromatique et notation complexe

On considère une onde électromagnétique polarisée selon Oy . Le champ électrique possède donc une seule composante selon \vec{u}_y . On utilise la notation complexe. On peut donc écrire le champ électrique sous la forme :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{E_0} e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{avec} \quad \underline{E_0} = E_{0,y} e^{j\varphi_{0,y}} \vec{u}_y = E_0 \vec{u}_y \quad \text{où} \quad \underline{E_0} \text{ représente l'amplitude complexe du champ électrique.}$$

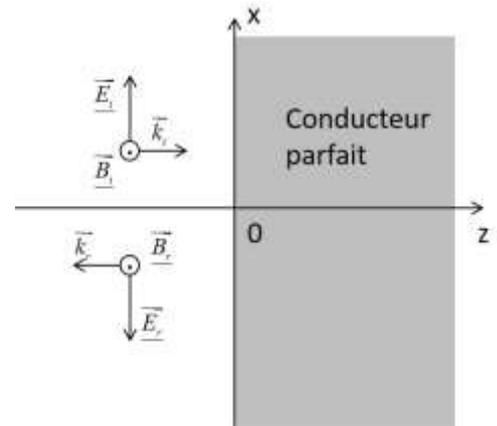
- 1) Il est possible de simplifier l'écriture des équations de Maxwell en utilisant la notation complexe. Montrer que :

$$\left[\begin{array}{l} (MG) \quad \text{div} \vec{E} = 0 \\ (MA) \quad \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ (MT) \quad \text{div} \vec{B} = 0 \\ (MF) \quad \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (MG) \quad \vec{k} \cdot \underline{\vec{E}} = 0 \\ (MA) \quad \vec{k} \wedge \underline{\vec{B}} = -\frac{\omega}{c^2} \underline{\vec{E}} \\ (MT) \quad \vec{k} \cdot \underline{\vec{B}} = 0 \\ (MF) \quad \vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} = \omega \underline{\vec{B}} \end{array} \right]$$

- 2) Retrouver à partir de ces équations que le champ électromagnétique est transverse et forme un trièdre direct avec la direction de propagation.
- 3) L'équation de propagation peut aussi se simplifier en utilisant la notation complexe. En déduire la relation de dispersion : $k = \frac{\omega}{c}$.
- 4) Donner l'expression de $\underline{\vec{B}_0} = B_{0,x} \vec{u}_x + B_{0,z} \vec{u}_z$ où $B_{0,x}$ et $B_{0,z}$ représentent respectivement les amplitudes complexes du champ magnétique selon Ox et Oz .

11.4 Réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait

Soit une onde électromagnétique plane progressive monochromatique polarisée (OPPM) rectilignement selon Ox se propageant dans le vide, dans une région sans charges ni courants, selon l'axe Oz croissant dans le demi-espace $z < 0$. En $z = 0$, dans le plan Oxy , se trouve un conducteur parfait. Pour simplifier l'étude, on suppose sa phase à l'origine nulle.



1) Proposer une expression du champ électrique incident \vec{E}_i se propageant dans le demi-espace $z < 0$.

2) Pour une OPPM, il est possible d'utiliser la notation complexe telle que : $\vec{E}_i = \Re(\underline{\vec{E}}_i)$. Proposer une expression du champ électrique incident complexe $\underline{\vec{E}}_i$.

3) Donner l'expression du champ magnétique incident complexe $\underline{\vec{B}}_i$.

4) On pose l'expression suivante du champ électrique réfléchi complexe :

$$\underline{\vec{E}}_r = E_{0r} e^{j(\omega t + kz)} \vec{u}_x$$

Expliquer la forme du champ électrique réfléchi fournie. A l'aide de la relation de passage pour le champ électrique en $z = 0$, donner l'expression de l'amplitude du champ électrique réfléchi E_{0r} en fonction de l'amplitude du champ électrique incident E_{0i} . On suppose que la réflexion ne change pas la polarisation de l'onde.

5) Donner l'expression du champ magnétique réfléchi complexe $\underline{\vec{B}}_r$.

6) Donner l'expression du champ électrique complexe total dans le vide $\underline{\vec{E}}_{vide}$ résultant de la superposition des ondes incidentes et réfléchies. En déduire l'expression du champ électrique réel \vec{E}_{vide} .

7) Faire de même pour le champ magnétique.

12 Exercices type oral

12.1 Superposition des deux ondes planes progressives monochromatiques

On s'intéresse à la superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques de même amplitude E_0 , de même pulsation ω et se propageant respectivement selon les vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_2 . On pose pour $0 \leq \alpha \leq \pi/2$:

$$\begin{aligned}\vec{u}_1 &= \sin \alpha \vec{u}_x + \cos \alpha \vec{u}_z \\ \vec{u}_2 &= -\sin \alpha \vec{u}_x + \cos \alpha \vec{u}_z\end{aligned}$$

- 1) Quelles sont les normes des deux vecteurs d'onde $\|\vec{k}_1\|$ et $\|\vec{k}_2\|$? En déduire l'expression de \vec{k}_1 et \vec{k}_2 en fonction de \vec{u}_1 et \vec{u}_2 , respectivement.
- 2) Sachant que les deux champs électriques \vec{E}_1 (se propageant selon \vec{u}_1) et \vec{E}_2 (se propageant selon \vec{u}_2) sont parallèles à \vec{u}_y et de déphasage nul à l'origine du repère, donner leur expression sous forme complexe.
- 3) En déduire l'expression du champ électrique total. Décrire l'onde obtenue. Est-elle plane ? Est-elle progressive ?
- 4) Donner la forme du champ magnétique. Commentaires.
- 5) En déduire le vecteur de Poynting moyen. Pouvait-on deviner sa direction ?

12.2 Cavité résonante

On s'intéresse à une cavité contenue entre deux plans parallèles infinis, taillée dans un conducteur parfait entre $z = 0$ et $z = a$. On s'intéresse à un champ électromagnétique, qui est la superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques polarisées rectilignement suivant Ox et de sens de propagation opposés $\pm u_z$, de normes respectives E_1 et E_2 .

- 1) Donner l'expression du champ électrique complexe résultant de la superposition, puis la forme exacte du champ électrique dans la cavité en utilisant les conditions aux limites.
- 2) Montrer que seules certaines longueurs d'onde discrètes λ_n peuvent exister dans la cavité. Quelles sont les fréquences f_n associées ?
- 3) Comment appeler ce phénomène ? Donner une analogie en électrocinétique. Que se passe-t-il si on essaie de créer un champ électromagnétique de fréquence différente de f_n ?
- 4) Tracer sur un même graphe l'allure, à un instant donné, du champ électrique pour les trois plus basses fréquences. Combien de nœuds et de ventres possède le mode numéro n ?
- 5) En admettant que, dans le [domaine de l'acoustique](#), un tube soit régi par les mêmes équations qu'une cavité résonante, identifier les tubes d'une flûte de Pan produisant les sons aigus et ceux produisant les sons graves. On supposera que le mode fondamental $n = 1$ est prédominant.

13 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 14/03/2022)

Les grandes ondes sont des ondes électromagnétiques appelées AM. La fréquence de ces ondes varie de 150 kHz à 300 kHz. Par exemple, la station Europe 1 émet des ondes dont la fréquence caractéristique vaut 185kHz. Elles sont émises par quatre masts haubanés qui émettent au total une puissance moyenne $P = 2000kW$. Dans toute la suite, on supposera que ces antennes rayonnent une onde électromagnétique plane et monochromatique de fréquence $f = 185kHz$. On supposera, dans cette partie, que l'onde se propage dans l'air que l'on assimilera au vide.

- 1) Calculer la longueur d'onde associée à ce rayonnement électromagnétique.
- 2) Rappeler l'expression des équations de Maxwell en précisant tous les termes entrant dans leur composition. Les simplifier dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide.
- 3) Dédire des équations de Maxwell l'équation de propagation vérifiée dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide par le champ magnétique \vec{B} . En déduire celle vérifiée par le champ électrique \vec{E} .
- 4) On suppose que le champ électrique est polarisé suivant Oy , et que l'onde se propage suivant les z croissants. En appelant l'amplitude du champ électrique E_0 en O , donner une expression possible du champ électrique en notant k la norme du vecteur d'onde. Donner, sans démonstration, l'expression de k en fonction de ω et c .
- 5) Donner le champ magnétique associé à cette onde.
- 6) Donner l'expression du vecteur de Poynting et en calculer sa valeur moyenne temporelle.
- 7) En supposant schématiquement que toute la puissance des antennes se retrouve sur une surface plane notée $S = 100km^2$, établir l'expression de E_0 en fonction de P (puissance moyenne temporelle du rayonnement). Faire l'application numérique.
- 8) Le modèle de l'onde plane est-il correct à l'échelle des récepteurs radios couramment utilisés ? Justifier votre réponse.