Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite

Extrait du programme

Dans la partie **5**, on effectue des bilans énergétiques dans une conduite. On se place dans un premier temps dans le cadre de la dynamique des fluides parfaits. Toute utilisation de l'équation d'Euler ou de Navier-Stokes est exclue. On établit la relation de Bernoulli, puis on prend en compte les pertes de charge dans les conduites. On initie à ce sujet les étudiants à la lecture d'abaques. Dans un second temps, on tient compte des transferts thermiques pour exprimer les principes de la thermodynamique pour un système en écoulement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite.	
Bilan de grandeurs énergétiques extensives.	Définir un volume et une surface de contrôle stationnaire. Énoncer et mettre en oeuvre la conservation de l’énergie mécanique pour des systèmes ouverts et fermés.
Bilan d’énergie pour un fluide parfait, relation de Bernoulli.	Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe. Exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide incompressible. **Approche documentaire :** Analyser des méthodes et des dispositifs de mesure des grandeurs caractéristiques d’un écoulement.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d’énergie mécanique par frottement. **Mettre en évidence la perte de charge.**
Travail indiqué w_i.	Définir le travail indiqué comme la somme des travaux autres que ceux des forces de pression d'admission et de refoulement. Relier la notion de travail indiqué à la présence de parties mobiles.
Premier et second principes pour un écoulement stationnaire unidimensionnel d'un système à une entrée et une sortie	Établir et utiliser ces principes sous la forme : • $\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_i + q_e$ • $\Delta s = s_{éch} + s_{créée}$. Associer l'entropie massique créée aux causes d'irréversibilité de fonctionnement de la machine. Repérer les termes usuellement négligés.

Sommaire

<u>Liens utiles pour revoir le cours :</u>

La dynamique des fluides (Partie 1) : https://www.youtube.com/watch?v=vDQF8ktDGNc
La dynamique des fluides (Partie 2) : https://www.youtube.com/watch?v=EW9j-mC9_jk
La dynamique des fluides (Partie 3) : https://www.youtube.com/watch?v=egVh-es3uVY
La physique animée : Théorème de Bernoulli (Unisciel) https://www.youtube.com/watch?v=E32YHDTDy-4

2 Relation de Bernoulli

2.1 Enoncé

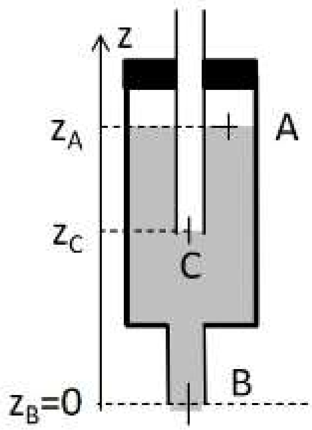
2.2 TP1 : Vérification de la loi de Torricelli

2.2.1 Matériel à disposition

Vase de Mariotte rempli d'eau + support	Chronomètre
Becher (250 mL)	Balance (jusqu à 1 kg)
Eprouvette (250 mL)	Mètre ruban
Bassine	Pied à coulisse

2.2.2 Mesure de débit

On désire mesurer le débit volumique d'un écoulement stationnaire. Pour cela, nous allons utiliser un dispositif appelé vase de Mariotte. Ce vase est composé d'un récipient cylindrique recevant le liquide étudié, ici de l'eau, d'un tube de sortie équipé d'un robinet, d'un tube vertical entouré d'un bouchon en caoutchouc.
Ce tube vertical ne doit pas contenir de liquide. Pour cela, on veillera, avant chaque manipulation, à ouvrir le robinet jusqu'à ce que le tube vertical «bulle». Ce dispositif permet de garder un débit constant. On veillera donc aussi à ce que le tube vertical plonge toujours dans le fluide pendant les manipulations effectuées.



Proposer un protocole pour mesurer le débit volumique du fluide (ici de l'eau) en sortie du vase.
Réaliser les mesures nécessaires tout en exprimant les origines des incertitudes.
Après mise en commun des résultats, donner le débit volumique en précisant l'incertitude associée.

2.2.3 Loi de Torricelli

On souhaite dans cette partie pouvoir prédire la vitesse de l'écoulement en sortie du vase.
En vous appuyant sur une relation de Bernoulli et en faisant les hypothèses nécessaires, retrouver l'expression de cette vitesse. Proposer un protocole qui permettrait de vérifier la relation précédente.
Réaliser les mesures nécessaires tout en exprimant les origines des incertitudes.
Si vous observez des différences entre l'expérience et la théorie, essayez de proposer une explication.

2.2.4 Rappels : Incertitudes

Pour évaluer l'incertitude-type d'une mesure $M = f(x_1, x_2)$ telle que $M = x_1 \times x_2$, on peut utiliser la formule suivante qui donne l'incertitude relative sur M : $\frac{\Delta M}{M} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$

En réitérant N fois la manipulation (mise en commun de résultats), on peut diminuer l'incertitude commise. Le résultat de mesure se met alors sous la forme : $M = \overline{m} \pm \frac{\Delta M}{\sqrt{N}}$ où $\overline{m} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} m_i$

Le niveau de confiance associé à l'incertitude-type ΔM peut être insuffisant, on peut alors utiliser une incertitude élargie (distribution associée à une gaussienne), telle que 99,7% des valeurs se trouvent dans $\overline{m} \pm 3\Delta M$.

3 Pertes de charge

3.1 Définition

3.2 Perte de charge régulière

3.3 Perte de charge singulière

3.4 TP2 : Mesure de pertes de charges

3.4.1 Matériel à disposition

Vase de Mariotte rempli d'eau colorée + support
Tubes pour étude des pertes de charge
Bassine

Papier millimétré
Ordinateur avec régressi et aviméca

3.4.2 Pertes de charge

Nous avons à disposition deux dispositifs, avec et sans rétrécissement. Dans chacun, un tube horizontal est surmonté par des tubes fins verticaux appelés tubes piézométriques. Le fluide s'écoule donc dans le tube horizontal. On peut supposer qu'il n'y a pas écoulement dans les tubes verticaux. Cependant, ces tubes se remplissent de liquide avec différentes hauteurs au cours de l'écoulement. L'utilisation des tubes piézométriques est appelée prise latérale de pression. Dans le dispositif avec rétrécissement, la section du tube horizontal est rétrécie sous le troisième tube piézométrique sur certains dispositifs ou à l'aide d'une pince de Mohr sur les plus récents.

3.4.2.1 Dispositif sans rétrécissement

Après avoir réalisé un schéma du dispositif, expliquez comment fonctionne ce dispositif. En particulier, reliez la différence de pression dans les tubes piézométriques à la hauteur de fluide dans ces mêmes tubes. Que se passe-t-il si la sortie du tube horizontal est bouchée ? Que se passe-t-il lors de l'écoulement ? Quel type de pertes de charges mesure-t-on ?
Proposer un protocole pour remonter aux pertes de charges.
Réaliser les mesures nécessaires tout en exprimant les origines des incertitudes.

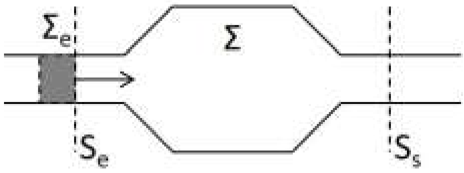
3.4.2.2 Dispositif avec rétrécissement

Après avoir réalisé un schéma du dispositif, expliquez comment fonctionne ce dispositif.
Proposer un protocole pour remonter aux pertes de charge. Réaliser les mesures nécessaires tout en exprimant les origines des incertitudes.

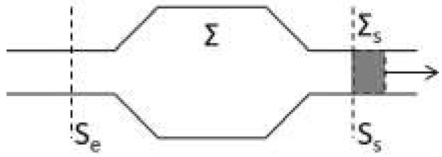
6 Questions de cours

1) Qu'appelle-t-on surface de contrôle, volume de contrôle ? Qu'est-ce qu'un système ouvert ?

2) En utilisant le système suivant, faire un bilan d'énergie entre les instants t et t + dt.



Instant t
Système Σ ouvert
+ masse δm dans $\Sigma_e$de fluide pénétrant dans Σ pendant dt



Instant t + dt
Système Σ ouvert
+ masse δm dans $\Sigma_s$de fluide sortant de Σ pendant dt

3) En réalisant un bilan d'énergie sur un système fermé que l'on précisera, aboutir à la relation de Bernoulli.

4) Donner la relation de Bernoulli en précisant toutes les hypothèses nécessaires.

5) Comment modifie-t-on la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie par frottement ?

6) Qu'appelle-t-on perte de charge ?

7) Qu'appelle-t-on travail indiqué ?

8) Démontrer l'expression du premier principe pour un système ouvert.

9) Quels termes peuvent être usuellement négligés ? Pourquoi ?

10) Démontrer l'expression du second principe pour un système ouvert.

7 Questions à choix multiples

En ligne sur la plateforme Moodle accessible via Atrium : section « Thermo / Energétique… / Test ».

8 Approche documentaire

8.1 Objectifs

A partir des documents présentés, en relation avec le cours sur l'énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire, étudier et analyser quelques méthodes et dispositifs de mesure des grandeurs caractéristiques d'un écoulement.

Il est demandé de répondre en détail aux questions posées, en s'appuyant sur des applications numériques que l'on commentera.

8.2 Questions

1) Expliquer pourquoi, dans le document 1, le point B_1 est appelé point d'arrêt. Exprimer la pression en B_1 en fonction de celle en A_1 et de la vitesse de l'écoulement.

2) On dit que la sonde sur le document 3 mesure la pression statique d'un écoulement. Que veut-on dire par là ?

3) On dit que la sonde sur le document 5 mesure la pression dynamique d'un écoulement. Que veut-on dire par là ?

4) Pourquoi les tubes Pitot sont-ils placés à l'avant de l'appareil ? Pourquoi utilise-t-on plusieurs sondes Pitot?

5) Expliquer le fonctionnement de deux capteurs de pression. Comment mesure-t-on alors la vitesse de l'écoulement ? Parmi les deux dispositifs, quel est celui qui sera utilisé dans un avion de ligne ?

6) Quelle variation de pression doit-on mesurer pour un Airbus A330-200 volant à sa vitesse de croisière ? Commenter ce résultat.

7) L'antenne de Prandlt peut-elle être utilisée dans le cas d'un A330-200 ?

8.3 Mesure de vitesse d'un écoulement en aéronautique

On suppose que le fluide est en écoulement parfait, stationnaire, homogène et incompressible de masse volumique μ.

8.3.1 Tube de Pitot simple

Rendu tristement célèbre à la suite de l'accident d'un avion de ligne A330-200 d'Air France en 2009, entre Rio et Paris, le tube de Pitot est un dispositif permettant de mesurer la vitesse d'un écoulement. Il est constitué d'un tube métallique de section $s = 5mm^2$ dont l'extrémité arrondie est percée d'un trou très fin de rayon $r = 0{,}5mm$. Le tube est placé longitudinalement dans un écoulement d'air de section $S >> s$. Loin du tube, l'écoulement peut être considéré comme unidimensionnel avec une vitesse $\overrightarrow{v_\infty} = v_\infty \overrightarrow{u_x}$ et une pression P_∞ uniformes. L'air à l'intérieur du tube est supposé au repos. Son principe est schématisé sur le document 1. Le document 2 représente une sonde Pitot utilisée sur un Airbus A340. Une ligne de courant entre A_1 et B_1 est représentée.

Document 1 : Schéma de principe

Document 2 : Sonde Pitot utilisée sur un Airbus A340

8.3.2 Sonde statique

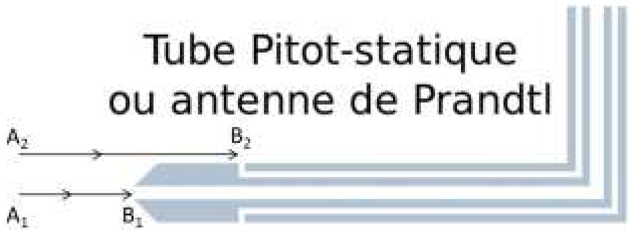
Une sonde statique est représentée sur le document 3. Une ligne de courant entre A_2 et B_2 est représentée. L'air à l'intérieur du tube est toujours supposé au repos. Le tube très effilé ne modifie quasiment pas la vitesse de l'écoulement. Le document 4 représente les prises de pression statique utilisées sur un Airbus A340. Les prises de pression statique sont composées d'un ensemble de trous. La surface est extrêmement polie de manière à ne pas influencer le flux d'air. Ces prises sont placées à des endroits « neutres » i.e. qui ne sont pas censés être, par exemple, directement dans le flux aérodynamique.

Document 3 : Schéma de principe

Document 4 : Prise de pression statique sur un Airbus A340

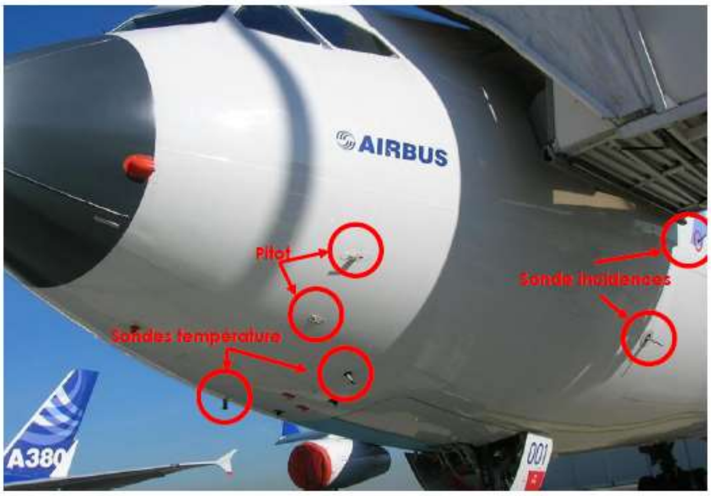
8.3.3 Sonde Pitot-statique ou antenne de Prandlt

Pour un régime subsonique pour un nombre de Mach inférieur à 0,3, les deux sondes précédentes peuvent être regroupées en une seule et même sonde connue sous le nom d'antenne de Prandtl. Cette dernière est représentée dans le document 5. Le document 6 présente différentes sondes Pitot-statique utilisées en aéronautique. Le document 7 donne l'emplacement des différentes sondes sur un Airbus A340. Plusieurs sondes Pitot sont utilisées sur un même avion.



Document 5 : Schéma de principe

Document 6 : Sondes Pitot-statique utilisées en aéronautique

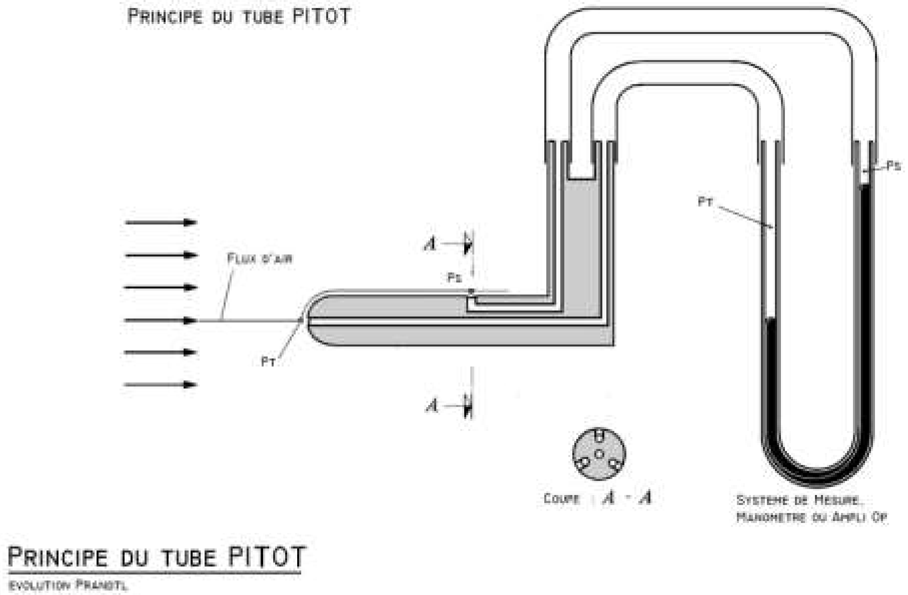


Document 7 : Sondes sur un Airbus A340

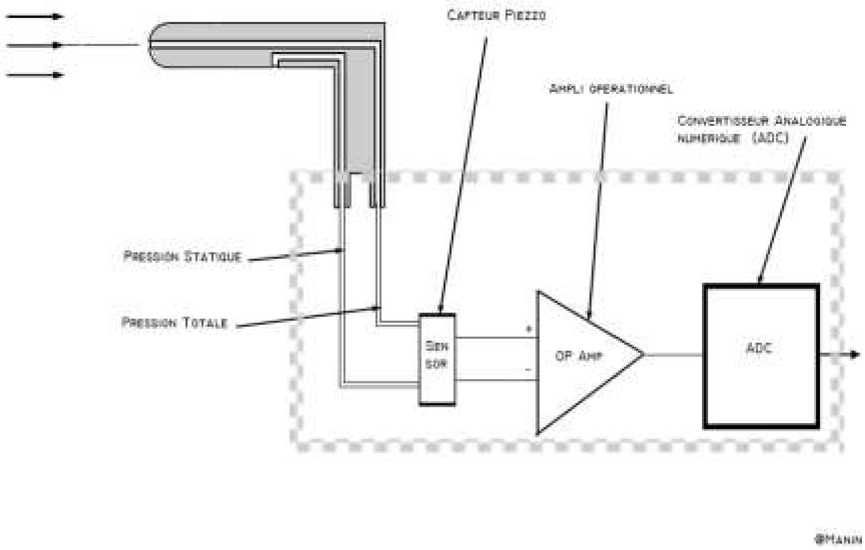
8.3.4 Mesure de pression

Le document 8 présente deux dispositifs permettant de remonter à la différence de pression entre B_1 et B_2.

(a)



(b)



Document 8 : (a) Sonde Pitot-statique avec mesure de pression manométrique, (b) Sonde Pitot-statique avec mesure de pression électronique

8.3.5 Cas pratique

Le document 9 donne quelques caractéristiques des avions A330-200 et 300 d'Airbus.

Version	**A330-200**	**A330-300**
Longueur	58,8 m	63,7 m
Hauteur	17,40 m	16,83 m
Diamètre du fuselage	5,64 m	
Largeur maximale cabine	5,28 m	
Longueur cabine	45,0 m	50,35 m
Envergure	60,3 m	
Surface portante	361,6 m^2	
Poussée unitaire	303-320 kN	
Passagers	380 max en classe unique	440 max en classe unique
Autonomie	13 400 km	10 800 km
Vitesse de croisière	Mach 0,82 (896 km/h)	
Altitude de croisière	10 700 m	
Vitesse maximum	Mach 0,86	
Distance de décollage	2 220 m	2 500 m
Masse maximum au décollage	202-230 t	230 (233) t
Masse maximum à l'atterrissage	182 t	185 (187) t
Capacité kérosène	139 090 l	97 530 l

Document 9 : Caractéristique des avions A330-200 et 300 d'Airbus

8.4 Bibliographie

[1] http://fr.wikipedia.org/wiki/Tube_de_Pitot

[2] http://fr.wikipedia.org/wiki/Instrument_de_bord_(a%C3%A9ronautique)

[3] http://fr.wikipedia.org/wiki/Airbus_A330

[4] http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/pitot.html

[5] http://cybermanin.wordpress.com/2009/06/08/airbus-af447-tubes-pitot-22/

9 Exercices type oral

9.1 Vase de Mariotte

Le vase de Mariotte est un dispositif très utile pour mettre en évidence le théorème de Torricelli.
Ce vase est composé d'un récipient cylindrique recevant le liquide étudié, ici de l'eau, d'un tube de sortie équipé d'un robinet, d'un tube vertical entouré d'un bouchon en caoutchouc (Figure 1).
1) On considère tout d'abord le vase de Mariotte sans le tube vertical (figure 2). Quelle est la pression au point B ? Ecrire la relation de Bernoulli entre A et$B$. Que peut-on dire de la hauteur z_A ? Comment évoluera alors la vitesse du point B au cours du temps ?
2) On considère maintenant le vase de Mariotte représenté sur la figure 3. On vient d'insérer le tube vertical le robinet étant fermé. De l'eau monte dans le tube expliquer pourquoi. Lorsque l'on ouvre le robinet des bulles d'air remontent à la surface dans le tube. Expliquez pourquoi.
3) Au bout d'un moment, le tube vertical ne contient plus de liquide (Figure 4). On prendra $z_A > z_C$. Quelle est la pression au point C ? Ecrire la relation de Bernoulli entre C et B. Que peut-on dire de la hauteur z_C ? de la vitesse en C ? Comment évoluera alors la vitesse du point B au cours du temps ? Quelle est alors l'influence de la hauteur z_C sur le débit volumique ?

Figure 1

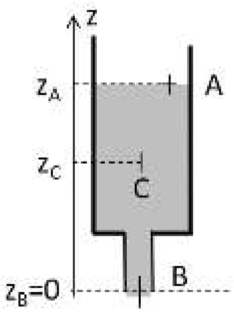


Figure 2

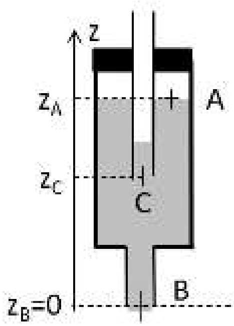


Figure 3

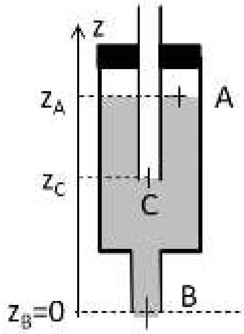
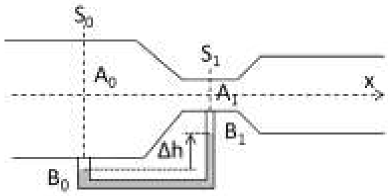


Figure 4

9.2 Mesure de débit

1) Un capteur destiné à mesurer le débit d'un fluide est constitué d'un étranglement. On note S_0 et S_1 les sections au niveau des points A_0 et A_1 situés sur une ligne de courant moyenne.
Un tube coudé vient se brancher latéralement sur la conduite, il contient une certaine quantité de mercure (masse volumique $\mu_{Hg} = 1{,}36.10^4 kg.m^{-3}$), qui se déplace lorsque le capteur est parcouru par un fluide.



En régime stationnaire, le dénivelé entre les points B_0 et B_1 situés sur les deux surfaces de mercure est Δh. Le fluide qui traverse le capteur est supposé incompressible, de masse volumique $\mu \ll \mu_{Hg}$, on le considère parfait. Appliquer la formule de Bernoulli entre les points A_0 et A_1 et relier les vitesses v_0 et v_1 à la différence des pressions P_0 et P_1 entre ces points.

2) On admet que la formule utilisable dans le cadre de la statique des fluides s'applique entre les points A_0 et B_0, ainsi qu'entre A_1 et B_1 (trajets perpendiculaires à un écoulement laminaire). En déduire une relation entreP_0 , P_1 et Δh.

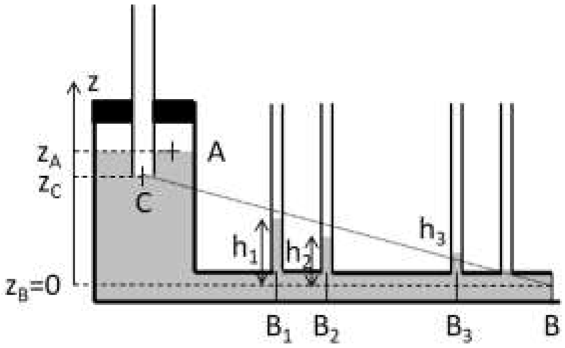
3) Que peut-on dire de la répartition des vitesses sur chacune des sections S_0 et S_1 ? En déduire une relation entre le débit volumique et le déniveléΔh.

4) En pratique, cette loi n'est pas très bien suivie, pour quelles raisons ?

5) On retient néanmoins la proportionnalité du débit à Δh^α . Quelle valeur de l'exposant α suggère l'étude idéale ? Comment obtenir en pratique un capteur exploitable ?

9.3 Mise en évidence d'une perte de charge régulière

En sortie du vase de Mariotte présenté dans l'exercice 8.1, il est possible de relier un dispositif permettant de mettre en évidence les pertes de charges dans une conduite cylindrique. Ce dispositif est composé un tube horizontal de diamètre D surmonté de tubes verticaux, appelés piézométriques, de diamètres $d \ll D$. Deux tubes verticaux consécutifs sont espacés d'une longueur L



Alors que le fluide s'écoule dans le tube horizontal, on peut le supposer fixe dans les tubes verticaux. Lors de l'écoulement, on s'aperçoit que le fluide ne monte pas de la même hauteur dans chacun des tubes verticaux.

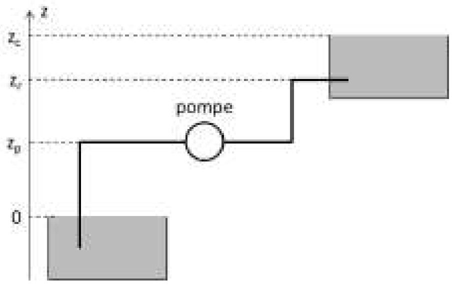
1) Expliquer pourquoi les tubes verticaux sont appelés prise latérale de pression.

2) Pourquoi n'a-t-on pas la même hauteur dans chacun des tubes verticaux ? Exprimer la différence de pression entre B_1 et B_2.

3) En déduire la valeur de la perte de charge par unité de longueur. Comment appelle-t-on cette perte de charge ?

9.4 Adduction d'un village

On s'intéresse au réseau d'alimentation en eau potable d'un village. Une pompe aspire de l'eau dans un bassin, dont l'altitude de la surface libre sert d'origine à l'axe (Oz) vertical ascendant. La conduite d'aspiration reliant le bassin à la pompe est de longueur $L_a = 20m$ et de diamètre $D_a = 0{,}20m$. Elle comporte un coude pour lequel la perte de charge singulière a pour coefficient $\alpha_a = 4{,}5$. La pompe est à une altitude$z_p = 3{,}0m$.



La conduite de refoulement qui emmène l'eau de la pompe au château d'eau est de longueur $L_r = 3{,}2km$ et de diamètre $D_r = 0{,}20m$. Elle comporte deux coudes pour lesquels la perte de charge singulière totale a pour coefficient $\alpha_r = 2{,}25$. L'arrivée de cette conduite est à une altitude $z_r = 240m$. Dans le château d'eau, la surface libre de l'eau est à une altitude $z_c = 250m$. Ces deux conduites sont réalisées avec le même matériau et présentent une rugosité $k = 0{,}80mm$. La pompe fonctionne jour et nuit, avec un débit $Q_v = 115\ m^3.h^{-1}$.

Le coefficient de perte de charge singulière est défini par : $\alpha = \frac{2\Delta P_{sing}}{\mu v^2}$

où ΔP_{sing} représente les pertes de charge singulière, v la vitesse de l'écoulement

Le coefficient de perte de charge régulière est défini par : $\lambda = \frac{2D\Delta P_{reg}}{\mu L v^2}$

où ΔP_{reg} représente les pertes de charge régulières, v la vitesse de l'écoulement, D le diamètre de la conduite et L la longueur de la conduite.

La valeur du nombre de Reynolds permet de savoir si le fluide s'écoule en régime laminaire ou turbulent. Il est défini par : $Re = \frac{\mu v D}{\eta}$

Données :
- masse volumique de l'eau : $\mu = 10^3 kg.m^{-3}$
- viscosité de l'eau : $\eta = 10^{-3} Pl$
- accélération de la pesanteur : $g = 9{,}8 m.s^{-1}$

1) Déterminer la vitesse v_a dans la conduite menant du bassin à la pompe. Quel est la valeur du nombre de Reynolds de l'écoulement dans la conduite ? Que peut-on en conclure ?

2) A l'aide de l'abaque ci-dessous, déterminer la valeur du coefficient de perte de charges régulière λ pour ces conduites. Que valent alors les pertes de charges régulières dans la conduite menant du bassin à la pompe ? et dans la conduite menant de la pompe au château d'eau ?

3) Que valent les pertes de charges singulières dans la conduite menant du bassin à la pompe ? et dans la conduite menant de la pompe au château d'eau ?

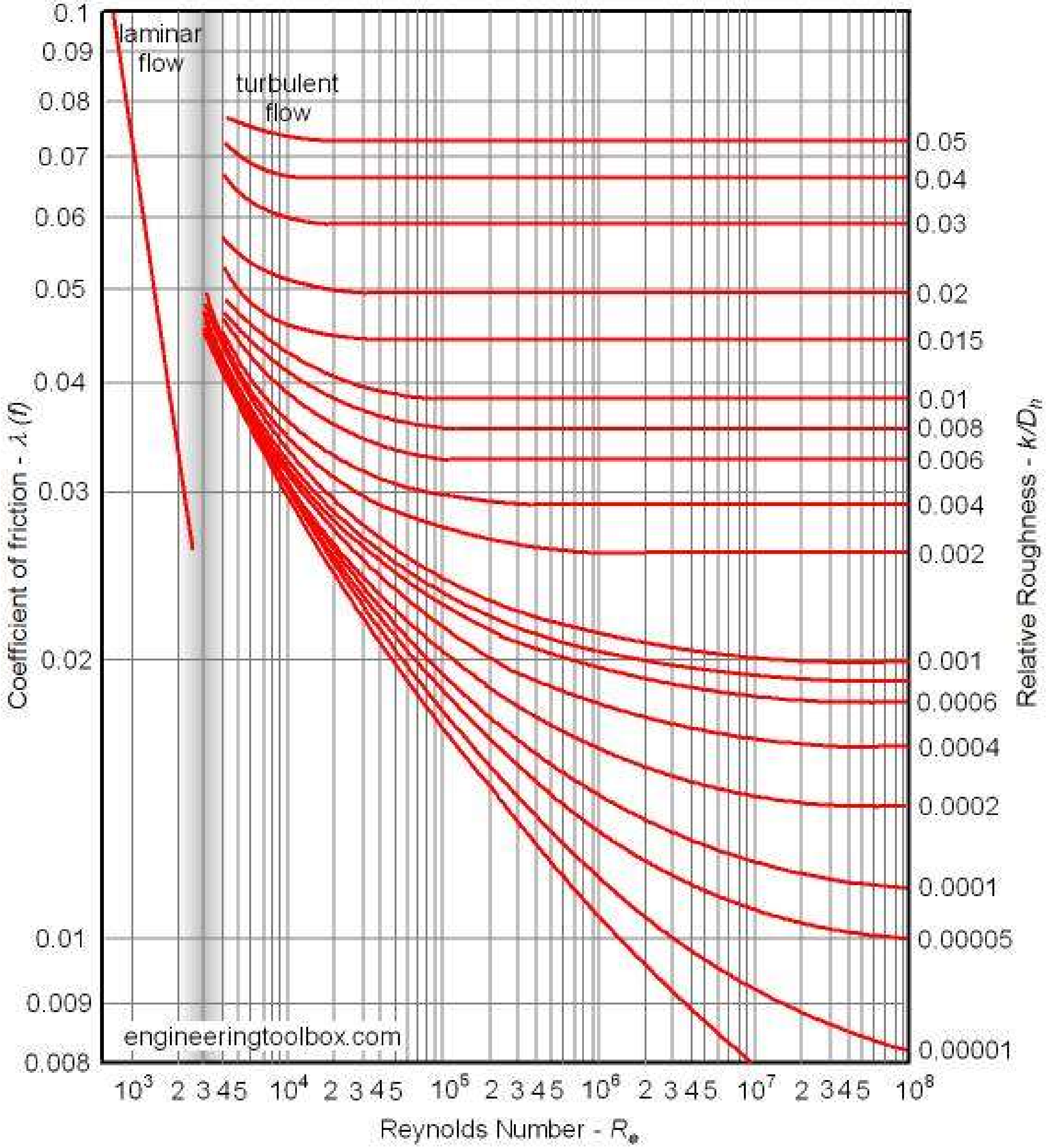
4) Quelle est la différence de pression ΔP_1 entre le bassin et l'entrée de la pompe ?

5) Quelle est la différence de pression ΔP_2 entre la sortie de la pompe et le château d'eau ?

6) Déterminer la puissance mécanique que doit fournir la pompe nécessaire au fonctionnement de cette installation.

<u>Aides au calcul :</u>

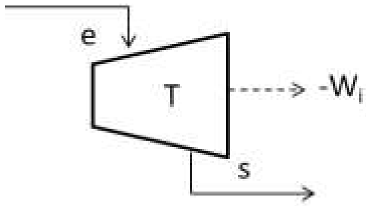
$\frac{1{,}15}{3{,}600} = 0{,}319$	$\frac{4 \times 3{,}19}{\pi \times 0{,}2^2} = 1{,}0 \times 10^2$	$\frac{2{,}9 \times 3{,}2}{2} = 4{,}6$	$3{,}19 \times 3{,}3 = 10{,}5$



9.5 Détente d'un gaz dans une turbine

Un fluide vaporisé peut mettre en mouvement les pales d'une turbine. L'axe mis en rotation peut alors entrainer une autre machine, on récupère de l'énergie mécanique.

Dans une centrale nucléaire ou thermique, la turbine est l'élément dans lequel le fluide, qui a reçu l'énergie thermique issue de la réaction nucléaire ou de la combustion, se détend. La turbine entraine un alternateur, qui est un convertisseur électromécanique : recevant de la puissance mécanique de la part de la turbine, il la transforme en puissance électrique, celle qui sera délivrée par la centrale.



La conception d'une turbine est totalement orientée vers la récupération maximale d'énergie utile, au détriment de l'énergie cinétique du fluide, on peut donc la négliger. On pourra de plus négliger l'énergie potentielle de pesanteur du fluide. Le régime est supposé stationnaire.

On considère donc une turbine dans laquelle un gaz parfait (de capacité thermique massique $c_p = 10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}$; $\gamma = 1{,}4$) subit une détente adiabatique (parois calorifugées). L'état du gaz est défini en entrée par sa pression $P_e = 10^6 Pa$ et sa température $T_e = 973K$, seule la pression de sortie $P_s = 10^5 Pa$ est fixée. La détente du fluide permet la récupération d'un travail massique.

1) Ecrire le premier principe pour cet écoulement.

On suppose la détente réversible ce qui permet de rendre maximum le travail massique récolté.

2) Exprimer le travail indiqué fourni par le fluide aux pales de la turbine. Quelle puissance utile maximale $P_T = -P_i$ peut-on récupérer, si le débit massique est $D_m = 1{,}5 kg.s^{-1}$?

3) En réalité, du fait de la présence de frottement, la température de sortie est $T'_s = 553K$, quelle puissance P'_T est obtenue ? Que représente le rapport $\eta = \frac{P'_T}{P_T}$?

Aides au calcul :

$(0{,}1)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} = 0{,}5$	$1{,}5 \times 487 = 730$	$1{,}5 \times 420 = 630$	$\frac{6{,}3}{7{,}3} = 0{,}9$

9.6 Détente d'un gaz parfait dans une tuyère

Dans une tuyère, le gaz subit une détente spontanée dans une conduite de forme bien choisie. Au cours de cette évolution, l'énergie cinétique du fluide s'accroit. Il est donc raisonnable de négliger l'énergie cinétique massique d'entrée, mais pas celle de sortie. On peut par contre toujours négliger les énergies potentielles de pesanteur.

Dans le cadre d'essais, un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1{,}4$) traverse une tuyère calorifugée, dans laquelle il acquiert une vitesse d'écoulement v_s sans apport de travail utile : la forme des parois de la tuyère permet l'acquisition de cette vitesse macroscopique lors de la détente. L'état du gaz en entrée est défini par $T_e = 900K$ et $P_e = 1{,}5 bar$. La pression de sortie est égale à $P_s = 1 bar$.

1) Déterminer la température de sortie si la détente est réversible.

2) En appliquant le premier principe à l'écoulement d'une unité de masse de fluide à travers la tuyère, relier la vitesse v_s à la variation d'une fonction d'état pertinente.

3) Déterminer la vitesse d'éjection. On donne : $c_P = 10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}$

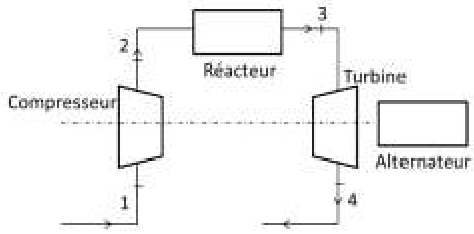
4) On précise que la vitesse du son dans un gaz parfait s'écrit : $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ où $M = 29 g.mol^{-1}$. L'écoulement est-il subsonique (nombre de Mach $M_a = \frac{v_s}{c} < 1$) ?

Aides au calcul :

$(1{,}5)^{-\frac{0{,}4}{1{,}4}} = 0{,}9$	$0{,}9 \times 900 = 801$	$\sqrt{19{,}8} = 4{,}44$	$\sqrt{\frac{1{,}4 \times 8{,}31 \times 8{,}01}{2{,}9}} = 5{,}67$

9.7 Prise en compte des irréversibilités dans une installation de production d'électricité

On étudie une installation complexe mettant en jeu de l'air, assimilé à un gaz parfait de capacité thermique massique $c_p = 1kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, de masse molaire $M = 29g.mol^{-1}$ et de coefficient $\gamma = 1{,}40$. Admis à la pression $P_1 = 1bar$ et à la température $T_1 = 293K$, l'air est comprimé dans le compresseur (C) jusqu'à la pression $P_2 = 8{,}3bar$; puis la conduite qui transporte le fluide traverse un réacteur où se déroule une réaction de combustion.



L'air subit alors une transformation isobare au cours de laquelle il reçoit un transfert thermique portant sa température à la valeur $T_3 = 1260K$; une détente dans une turbine calorifugée ramène finalement la pression du gaz à la valeur $P_4 = 1bar$. Le travail récupéré dans la turbine sert à entrainer le compresseur ainsi que l'alternateur, ces trois machines étant montées sur le même arbre de transmission.

Dans tout l'exercice, on suppose parfaite la liaison mécanique entre le compresseur, la turbine et l'alternateur. La conversion électromécanique dans l'alternateur s'effectue avec un rendement $\eta_a = 0{,}95$. Le rendement de l'installation est défini comme le rapport de la puissance électrique fournie par l'alternateur à la puissance thermique apportée au fluide au niveau du réacteur.

1) <u>Modélisation idéalisée</u>

Dans le compresseur et la turbine, les évolutions sont supposées adiabatiques et réversibles.

a) Déterminer la température dans les états (2) et (4) en exploitant les propriétés de l'air.

b) En déduire les travaux et transferts thermiques massiques dans le compresseur, le réacteur et la turbine.

c) Quel est le rendement de l'installation dans cette modélisation négligeant les irréversibilités ?

2) <u>Discussion de la réversibilité</u>

Dans l'installation réelle, on a mesuré la température aux différents points : $T'_2 = 576K$ et $T'_4 = 760K$.

a) Compte tenu de ces valeurs, les évolutions dans le compresseur et la turbine sont-elles adiabatiques et réversibles ?

b) Déterminer numériquement la variation d'entropie massique au cours de ces deux transformations. Commenter les résultats.

3) Dans la suite de l'exercice, on retient un modèle de compression et de détente réelles adiabatiques, mais pouvant présenter des irréversibilités. Les valeurs de température sont celles mesurées dans l'installation réelle.

a) Déterminer le travail massique de compression.

b) Faire de même pour la détente.

c) Calculer le transfert thermique massique reçu par le fluide dans le réacteur.

d) En déduire le rendement de l'installation.

<u>Aides au calcul</u> :

$(8{,}3)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} = 1{,}8$	$1{,}8 \times 193 = 536$	$(8{,}3)^{-\frac{0{,}4}{1{,}4}} = 0{,}5$	$0{,}95 \times 329 = 313$
$\frac{313}{723} = 0{,}43$	$0{,}95 \times 217 = 206$	$\frac{206}{684} = 0{,}30$	

10 Exercices type écrit (à rendre en DM pour le 18/10/2021)

Tout au long du problème les notations utilisées seront celles données par le Document 1. Les données numériques sont recensées en Annexe 1 et les aides au calcul en Annexe 2.

ρ : masse volumique du gazole
V_A (respectivement V_B) : vitesse moyenne (encore appelée vitesse débitante) de l'écoulement supposée constante au niveau de la section S_A (respectivement S_B)
P_A (respectivement P_B) : pression de l'écoulement supposée constante au niveau de la section S_A (respectivement S_B)
g : intensité du champ de pesanteur
S_A : section de la citerne au niveau du point A (en m²)
S_B : section de l'orifice d'écoulement au niveau du point B (en m²), $S_B << S_A$

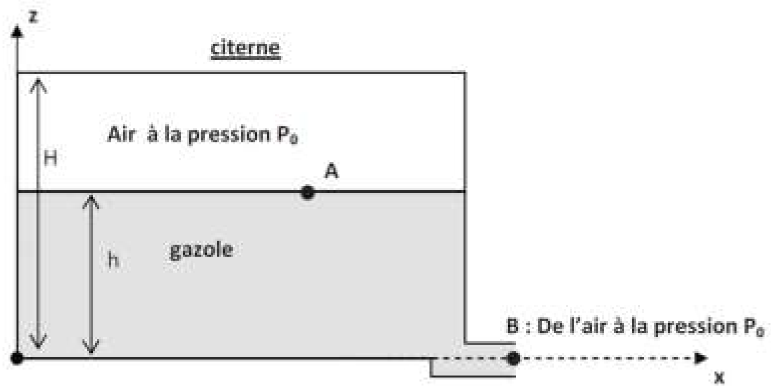
Document 1. Notations

I) Vidange de la citerne – Niveau 1

I.1) Ecoulement parfait

On considère une citerne munie d'un orifice par lequel le gazole peut s'écouler.

On suppose que toutes les conditions sont réunies pour qu'on puisse appliquer la relation de Bernoulli entre un point A de la surface libre du gazole et un point B au niveau de l'ouverture (Document 2).



Document 2. Ecoulement parfait

1) Donner la relation de Bernoulli tout en précisant ses conditions d'applications.

2) Comment se traduit la conservation de la masse lors de l'écoulement ?

En déduire une relation entre V_A, V_B, S_A et S_B.

3) Sachant que la section en A est nettement plus grande que celle en B, exprimer la vitesse moyenne V_B de l'écoulement en B à l'aide de h et g.

4) La citerne est initialement pleine. En remarquant que la vitesse V_A peut s'exprimer sous la forme : $V_A = -\frac{dh}{dt}$.

Exprimer le temps nécessaire T pour la vidanger complètement, à l'aide de S_A, S_B, H et g.

Calculer T en minutes.

I.2) Prise en compte d'une perte de charge singulière

Au niveau du convergent (rétrécissement de section sur la ligne de courant AB), on constate une zone de perturbation caractérisée énergétiquement par une « perte de charge singulière » : le bilan d'énergie se traduit par une perte d'énergie mécanique volumique (ou de pression) modélisable par la formule suivante :

$$\Delta P_{sing} = \frac{1}{2} K_C \rho V_B^2 \quad avec \quad K_C = 0{,}55$$

5) Déterminer une nouvelle expression de V_B en tenant compte de la perte de charge singulière.

6) Exprimer à nouveau le temps nécessaire T' pour vidanger complètement la citerne, à l'aide de T et K_C.

Calculer T'. Commenter.

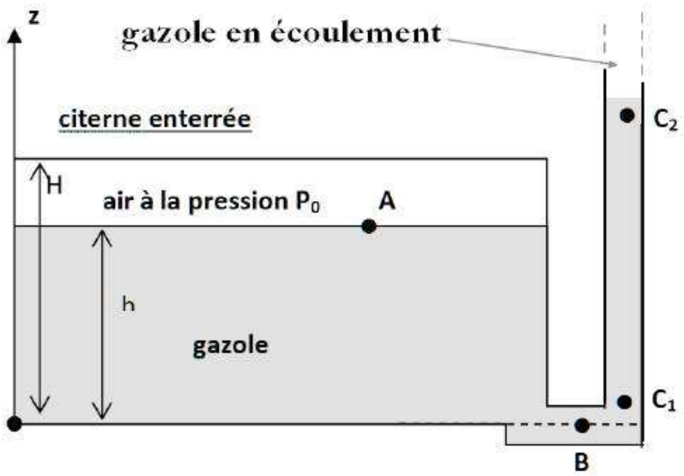
II) Ecoulement dans la conduite cylindrique – Niveau 2

II.1) Ecoulement laminaire d'un fluide Newtonien

On accroche au niveau de B une conduite cylindrique verticale de grande longueur et de diamètre $d = 2a$. Le document 3 ne représente qu'une portion $l = C_1C_2$ de cette conduite.

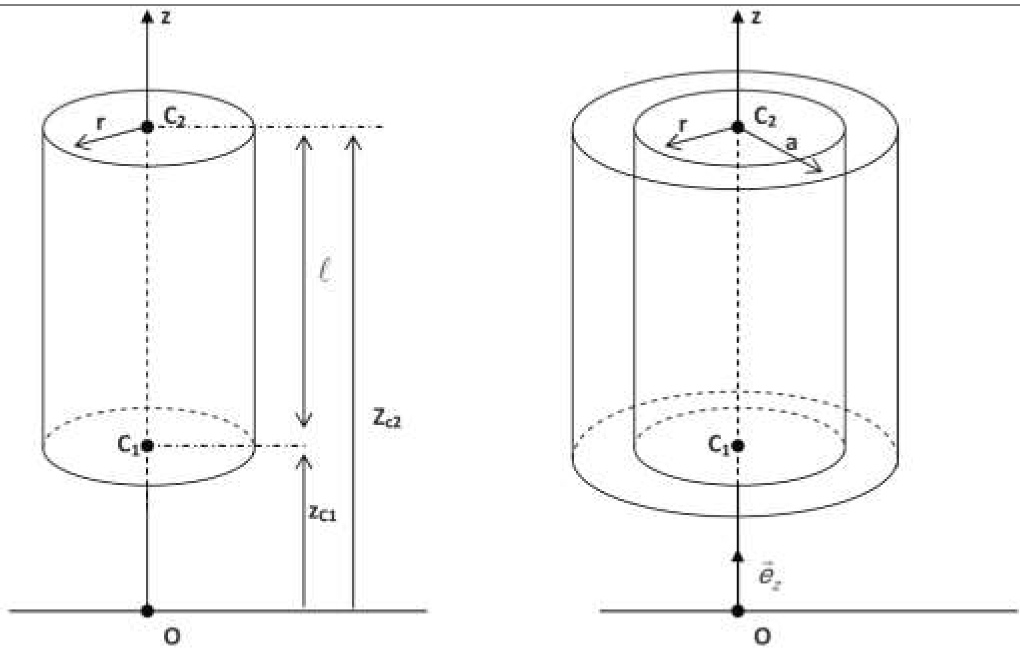
L'étude de l'écoulement entre C_1 et C_2 nécessite alors la prise en compte de la dissipation d'énergie par frottement dû à la viscosité du gazole.

Dans la suite, on considère que le gazole est un fluide incompressible, de masse volumique constante ρ, de viscosité dynamique η, en écoulement laminaire stationnaire.



Document 3. Citerne avec conduite cylindrique

Le champ de vitesse est à symétrie cylindrique $\vec{v}(r) = v(r)\overrightarrow{u_z}$ avec $v(r) > 0$ (Document 4). La vitesse du fluide est nulle le long des parois et maximale sur l'axe de la conduite. Les pressions sont supposées constantes pour une altitude donnée : P_{C_1} est la pression en C_1 à l'altitude z_{C_1}, P_{C_2} est la pression en C_2 à l'altitude z_{C_2}.



Document 4. Ecoulement du gazole dans la conduite cylindrique

On isole par la pensée un cylindre de fluide de rayon r inférieur à a et de longueur l. Ce cylindre subit des forces pressantes en C_1 et C_2, notées $\overrightarrow{F_{S1}}$ et $\overrightarrow{F_{S2}}$ respectivement, des forces de pesanteur, notées $\overrightarrow{F_V}$, et des forces visqueuses modélisées par la loi suivante : $\overrightarrow{F_\eta} = \boldsymbol{\eta \frac{dV}{dr} \Sigma \overrightarrow{u_z}}$ où Σ représente la surface latérale de contact entre le fluide contenu dans le cylindre et celui à l'extérieur du cylindre.

7) Donner l'expression des forces appliquées à ce cylindre, établir la relation suivante :

$$\frac{dV}{dr} = -\alpha r\left[\left(P_{C_1} + \rho g z_{C_1}\right) - \left(P_{C_2} + \rho g z_{C_2}\right)\right]$$

avec α un facteur que l'on exprimera à l'aide de η et l. Commentez le signe de α.

8) Montrer que $V(r)$ s'écrit : $V(r) = V_{max}\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$.

Exprimer V_{max} à l'aide de α, a et $\left[\left(P_{C_1} + \rho g z_{C_1}\right) - \left(P_{C_2} + \rho g z_{C_2}\right)\right]$.

9) Déterminer l'expression du débit volumique Q_V à l'aide de a et V_{max}. On rappelle que lorsque la vitesse n'est pas uniforme sur une section, le débit volumique s'exprime : $Q_V = \iint_S \vec{V} \cdot \vec{dS}$

10) En déduire l'expression de la vitesse moyenne V_{moy} dans une section de la conduite, supposée alors uniforme sur la section, (encore appelée vitesse débitante) en fonction de V_{max}.

II.2) Prise en compte d'une perte de charge régulière

La « perte de charge régulière » (due à la dissipation d'énergie à cause des frottements visqueux) est définie par $\Delta P_{reg} = \lambda \frac{1}{2} \rho V_{moy}^2 \frac{L}{d}$ où λ est une constante sans dimension dépendant de la nature de l'écoulement et de la rugosité de la conduite, L la longueur de la conduite et d son diamètre.

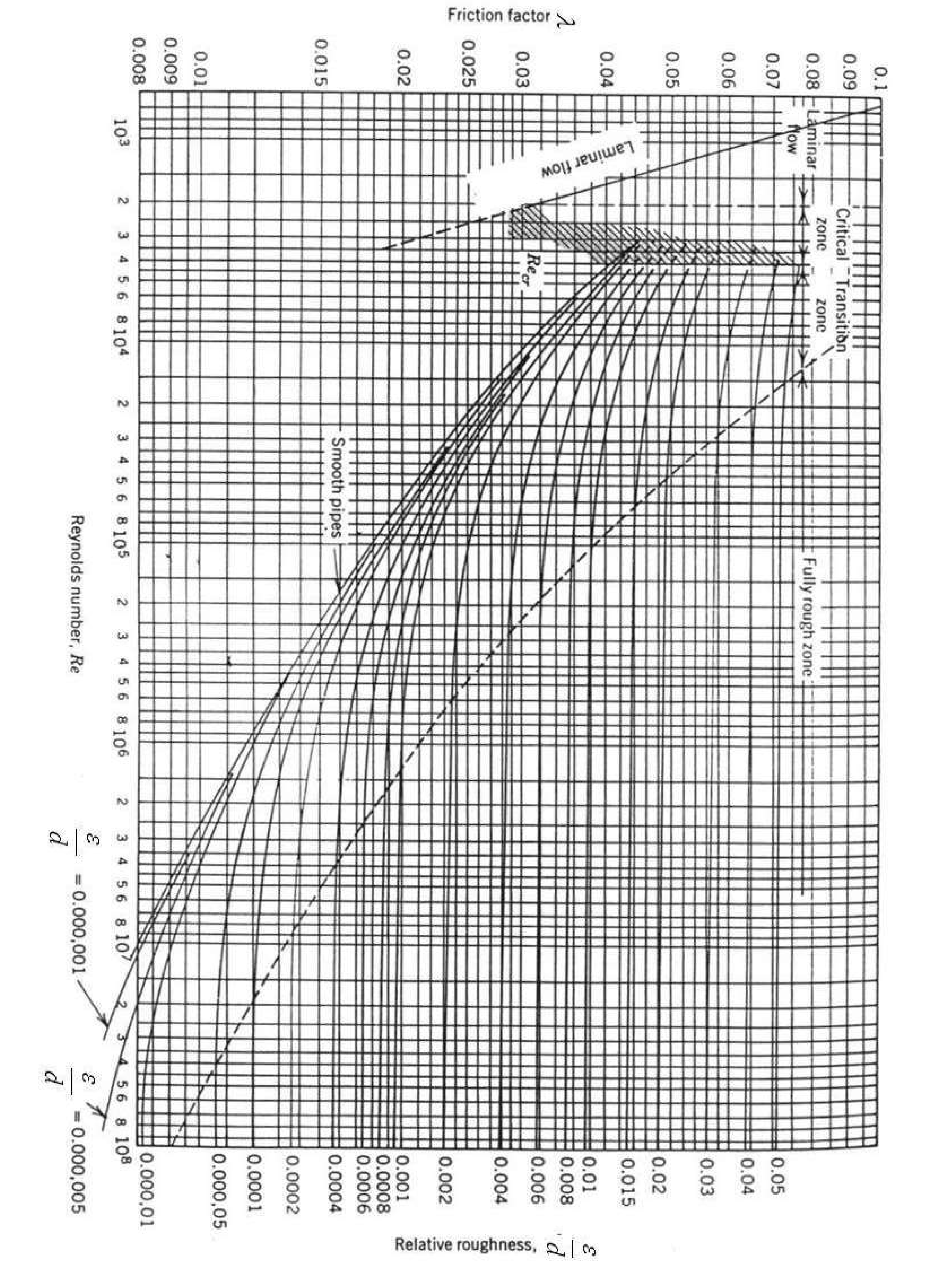
11) Le nombre de Reynolds Re pour une conduite cylindrique est donné par : $Re = \frac{\rho V_{moy} d}{\eta}$. La rugosité de la conduite est estimée à $\varepsilon = 72 \mu m$. En utilisant l'abaque donnée en Document 5, déterminer la valeur de λ. L'hypothèse d'écoulement laminaire utilisée est-elle valide ?

12) La totalité des longueurs droites de la conduite vaut approximativement $L = 10m$.

Calculer la valeur des pertes de charge régulières ΔP_{reg}.

Annexe 1. Données
Section de la citerne au point A : $S_A = 1{,}00 m^2$ Section de l'ouverture au point B : $S_B = 1{,}00.10^{-3} m^2$ Hauteur de la citerne : $H = 5m$ Rayon des sections des conduites et des coudes : $a = 1{,}80 cm$ Intensité du champ de pesanteur : $g = 10 m.s^{-2}$ Masse volumique du gazole : $\rho = 840 kg.m^{-3}$ Viscosité dynamique du gazole : $\eta = 5.10^{-3} kg.m^{-1}.s^{-1}$ Vitesse moyenne dans les conduites : $V_{moy} = 4{,}50 m.s^{-1}$

Annexe 2. Aide aux calculs	
$16 \times 60 = 960$	$\sqrt{1{,}55} = 1{,}24$
$\frac{8{,}4 \times 4{,}5 \times 1{,}8}{5} = 13{,}6$	$\frac{2{,}4 \times 8{,}4 \times 4{,}5^2}{2 \times 3{,}6} = 57$
$0{,}131 + 1{,}847\left(\frac{3{,}6}{10}\right)^{\frac{7}{2}} = 0{,}18$	$\frac{9{,}6 \times 8{,}4 \times 4{,}5^2}{2} = 8{,}2.10^2$
$\pi \times 1{,}8^2 \times 4{,}5 = 46$	$8{,}4 \times 5 = 42$
$8{,}4 \times 4{,}5^2 = 1{,}7.10^2$	$\frac{4{,}6}{0{,}8} = 5{,}8$
$1{,}9 \times 5{,}8 = 11$	$\frac{1}{59} = 1{,}7.10^{-2}$



Document 5. Diagramme de Moody