Nom :

Interrogation de cours

1) Soit deux sources secondaires S_1 et S_2 issues d'une même source S qui émettent des ondes planes monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2. On appelle $s_1(t)$ l'amplitude scalaire émise par S_1 et I_1 son intensité et $s_2(t)$ celle émise par S_2 d'intensité I_2. Donner l'expression de $s_1(M,t)$ et $s_2(M,t)$.
En déduire l'expression de l'intensité lumineuse résultant de la superposition de ces deux ondes.

Les deux signaux émis par les deux sources se propagent et atteignent le point M :

$$\begin{cases} s_1(M,t) = s_{1m}\cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{\lambda_1}(S_1M) + \varphi_{01}\right) = s_{1m}\cos\left(\omega_1 t - \varphi_1(M)\right) \\ s_2(M,t) = s_{2m}\cos\left(\omega_2 t - \frac{2\pi}{\lambda_2}(S_2M) + \varphi_{02}\right) = s_{2m}\cos\left(\omega_2 t - \varphi_2(M)\right) \end{cases}$$

La lumière étant une onde électromagnétique, on peut utiliser le théorème de superposition, l'onde résultante en M est donc : $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$

Puisque les détecteurs lumineux sont sensibles à la moyenne de la puissance surfacique de l'onde, on s'intéresse dans le cas d'ondes lumineuses à l'intensité lumineuse résultante en M (K est pris égal à 1) :

$$I(M) = \langle s^2(M,t)\rangle = \langle (s_1(M,t) + s_2(M,t)^2)\rangle = \langle s_1^2(M,t) + s_2^2(M,t) + 2s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle$$
$$= \langle s_1^2(M,t)\rangle + \langle s_2^2(M,t)\rangle + 2\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle = I_1(M) + I_2(M) + 2\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle$$

$$\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle = \langle s_{1m}\cos\left(\omega_1 t - \varphi_1(M)\right) s_{2m}\cos\left(\omega_2 t - \varphi_2(M)\right)\rangle$$

$$\langle s_1 s_2\rangle = \underbrace{\langle \frac{s_{1m}s_{2m}}{2}\cos\left((\omega_1+\omega_2)t - (\varphi_1(M)+\varphi_2(M))\right)\rangle}_{=0} + \langle \frac{s_{1m}s_{2m}}{2}\cos\left((\omega_1-\omega_2)t - (\varphi_2(M)-\varphi_1(M))\right)\rangle$$

$$\langle s_1 s_2\rangle = \frac{s_{1m}s_{2m}}{2}\langle\cos\left((\omega_1-\omega_2)t - (\varphi_2(M)-\varphi_1(M))\right)\rangle = \sqrt{I_1(M)I_2(M)}\langle\cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi(M)\right)\rangle$$

$$avec \quad \varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda_2}(S_2M) - \frac{2\pi}{\lambda_1}(S_1M) - \varphi_{02} + \varphi_{01}$$

L'intensité lumineuse résultante se met alors sous la forme :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}\langle\cos\left((\omega_1-\omega_2)t + \varphi(M)\right)\rangle$$

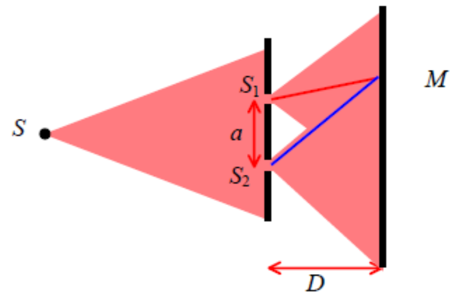
Deux sources cohérentes sont nécessairement ***synchrones*** *: elles ont même pulsation.*

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\varphi(M)\right)$$

2) Faire un schéma expliquant l'interféromètre des trous d'Young. Quelles observations pouvez-vous faire ?

Deux trous S_1 et S_2 identiques et de très petite dimension (rayon de l'ordre du dixième de millimètre, ou moins), sont percés dans un écran opaque et distants de a (de l'ordre de quelques millimètres).

La lumière incidente est diffractée par chacun d'eux et les ondes réémises se superposent dans toute une partie de l'espace.
Eclairés par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ, ils se comportent donc comme deux sources secondaires cohérentes.
La source S est placée à la même distance de chacun d'entre eux.
L'observation se fait sur un écran parallèle à S_1S_2 placé à une distance D.



3) Expliquer le modèle d'émission d'une source. Comment peut-on relier le temps de cohérence Δt et la largeur spectrale d'une source ? Deux formules sont attendues.

Pour modéliser les conditions microscopiques et expérimentales nécessaires à l'émission d'un rayonnement lumineux. On considère que le rayonnement émis par la source est constitué par la superposition de ***trains d'onde****.*
On peut relier la durée des trains d'onde à la largeur spectrale d'une source par :

$$\Delta f \Delta t \sim 1 \quad ou \quad \Delta\lambda\Delta t \sim \frac{\lambda^2}{c}$$

Nom :

Interrogation de cours

1) Comment fonctionne un récepteur lumineux ? Définir la notion d'intensité lumineuse (phrase et formule).

Les récepteurs lumineux ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent ou encore fournissent un signal proportionnel à l'énergie lumineuse reçue pendant son temps d'intégration
L'intensité lumineuse*, I (en candela, Cd) est proportionnelle à la moyenne temporelle du carré de l'amplitude lumineuse au point M :*

$$I(M) = K\langle s^2(M,t)\rangle$$

2) Sous quelles conditions deux sources sont-elles dites cohérentes ? Comment s'écrit alors la formule de Fresnel ?

Deux sources sont dites ***cohérentes****, lorsque l'intensité lumineuse résultante n'est pas la somme de leurs deux intensités, $I1$ et $I2$, il y a en plus un terme d'interférence.*

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,cos\big(\varphi(M)\big)$$

Deux sources cohérentes sont nécessairement ***synchrones*** *: elles ont même pulsation.*
Deux sources cohérentes doivent avoir un déphasage constant dans le temps , i.e. même train d'onde qui se superpose.

3) Dans le cas des trous d'Young espacés d'une distance a et se trouvant à une distance D d'un écran, démontrer l'expression de la différence de marche entre deux rayons passant par chacune des sources secondaires et se recouvrant en un point M de l'écran. On pose : $D \gg a,\ |x|,\ |y|\ \gg \lambda$
En supposant que les deux ondes interférant ont la même intensité lumineuse I_0, en déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point M.

La différence de marche se met sous la forme :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M) = (S_2M) - (S_1M)$$
$$\delta = n(S_2M - S_1M)$$

On exprime alors $S_2M - S_1M$ au point M, de coordonnées (x, y) situé au voisinage de O sur un écran placé à la distance D du plan des sources S_1 et S_2.

On a alors : $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y}$

$$\overrightarrow{OS_1} = \frac{a}{2}\overrightarrow{e_y} - D\overrightarrow{e_z}$$
$$\overrightarrow{OS_2} = -\frac{a}{2}\overrightarrow{e_y} - D\overrightarrow{e_z}$$

D'où :
$$\begin{cases} \overrightarrow{S_1M} = \overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_x} + \left(y - \frac{a}{2}\right)\overrightarrow{e_y} + D\overrightarrow{e_z} & \Rightarrow \quad S_1M = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \\ \overrightarrow{S_2M} = \overrightarrow{S_2O} + \overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_x} + \left(y + \frac{a}{2}\right)\overrightarrow{e_y} + D\overrightarrow{e_z} & \Rightarrow \quad S_2M = \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2} \end{cases}$$

En supposant que : $D \gg a,\ |x|,\ |y|\ \gg \lambda$

On peut effectuer un développement limité au second ordre en $\frac{a}{D}, \frac{x}{D}$ et $\frac{y}{D}$:

$$S_1M = D\sqrt{1 + \left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{ay}{D^2}} \approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{ay}{D^2}\right)\right)$$

$$S_2M \approx D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{x}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{a}{2D}\right)^2 + \frac{ay}{D^2}\right)\right)$$

Alors, pour la différence de marche, on obtient : $\delta(M) = n(S_2M - S_1M) \approx nD\frac{ay}{D^2} \approx n\frac{ay}{D}$

La répartition de l'intensité lumineuse sur l'écran peut alors se mettre sous la forme : $I(M) = 2I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi nay}{\lambda D}\right)\right)$