

Devoir Surveillé 3 - CCINP

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.
Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION : - La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

Aide aux applications numériques

$\frac{1}{3,2} = 0,315$	$\frac{1}{2\pi} = 0,16$	$\frac{1}{2\pi \times 6,8 \times 4,7} = 5,0 \times 10^{-3}$
$20 \log 3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{6,8}{6} = 1,1$	$\frac{6}{6,8} = 0,88$
$\frac{1}{6,5} = 0,15$	$\frac{1}{1,65} = 0,60$	

I) Autour de la guitare

Dans ce sujet, nous allons aborder la composition de différents composants utilisés par les guitaristes : un accordeur, et un microphone que l'on peut retrouver par exemple dans une guitare électrique.

I.1) Principe de l'accordeur

La problématique est la suivante :

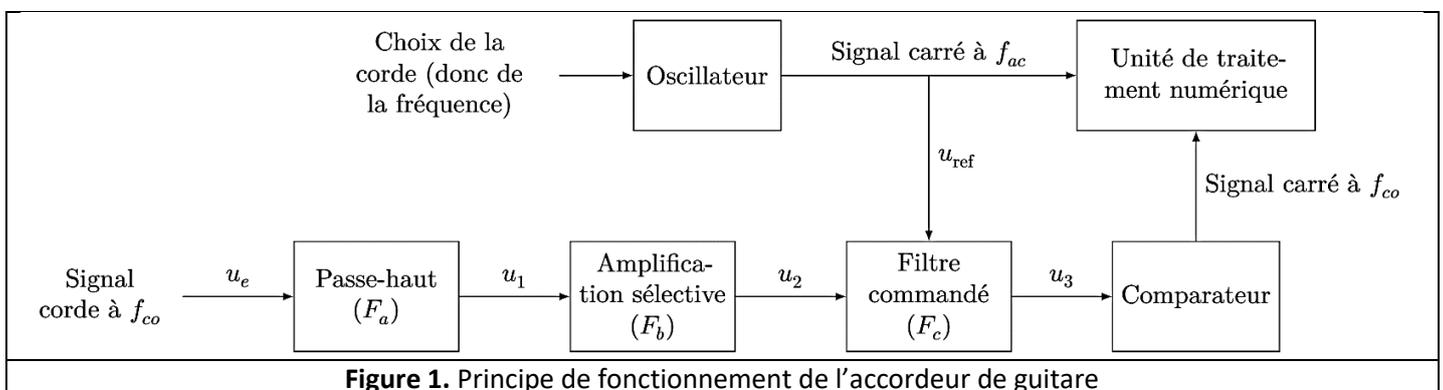
- La guitare comporte six cordes : Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu.
- Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées f_{ac} sont données dans le tableau 1.
- On souhaite accorder une corde légèrement désaccordée : on notera f_{co} la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question.

Corde	Fréquence (f_{ac})
Mi grave	82,4 Hz
La	110,0 Hz
Ré	146,8 Hz
Sol	196 Hz
Si	246,9 Hz
Mi aigu	329,6 Hz

Tableau 1. Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare.

Il faut alors réaliser les étapes suivantes :

- Sélection de la corde à accorder (donc f_{ac} est fixée).
 - Création d'un signal carré de référence de fréquence f_{ac} avec un oscillateur de type astable (non étudié).
 - Enregistrement (à l'aide d'un microphone étudié en partie I.2) du signal $u_e(t)$ provenant de l'excitation de la corde à accorder : signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence f_{co} .
 - Amplification et filtrage de ce signal.
 - Extraction de la fondamentale du signal : obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.
 - Mise en forme de ce signal : obtention d'un signal carré de fréquence f_{co} .
 - On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives f_{ac} et f_{co} . Dans les accordeurs récents le traitement est numérique : les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand $f_{co} = f_{ac}$.
- Ce principe général est schématisé sur la Figure 1.



A. Généralités

Tous les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) de ce problème sont supposés idéaux.

- 1) Rappeler les hypothèses du modèle de l'ALI parfait.
- 2) On appelle ALI idéal, un ALI parfait de gain infini. Expliquer. On représentera en particulier la caractéristique de l'ALI idéal en identifiant les différents régimes de fonctionnement.

B. Le signal

La figure 2 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique de période 3,2 ms.

- 3) Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
- 4) Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal. De quelle corde de guitare s'agit-il ?
- 5) L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier.

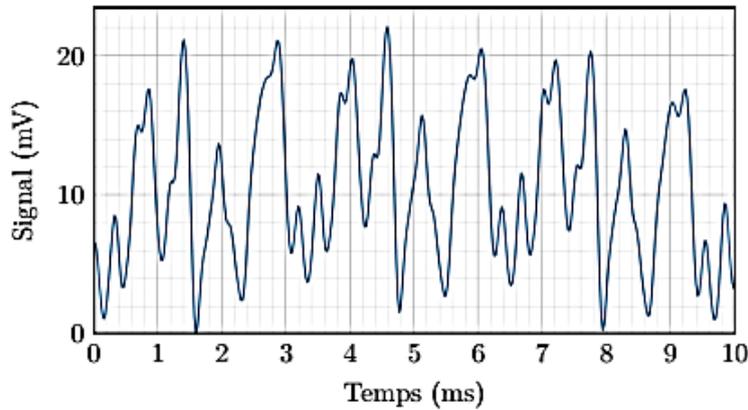


Figure 2. Signal de la guitare

C. Premier filtre (F_a)

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 3 (Filtre (F_a)).

- 6) En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega) = \frac{U_1}{U_e}$ de ce filtre en fonction de R_1 , C_1 et de la pulsation ω du signal. De quel type de filtre s'agit-il ? Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.
- 7) Au vu de l'allure du signal de la figure 2, quel est le rôle de ce premier filtre ?

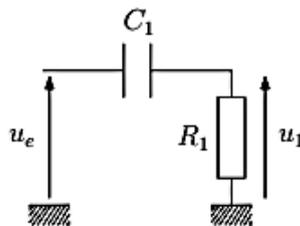


Figure 3. Filtre (F_a)

D. Deuxième filtre (F_b)

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux.

Préambule

Soit le filtre de la figure 4(a).

- 8) Qu'est-ce qui permet d'être certain que l'ALI fonctionne en régime linéaire ? Que peut-on dire de ses impédances d'entrée et de sortie ? Quel intérêt cela présente-il ?
- 9) Exprimer sa fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{S}{E}$ en fonction de \underline{Z} et \underline{Z}' .
- 10) Que devient \underline{H} si \underline{Z} et \underline{Z}' sont des résistances ($\underline{Z} = R$, $\underline{Z}' = R'$) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

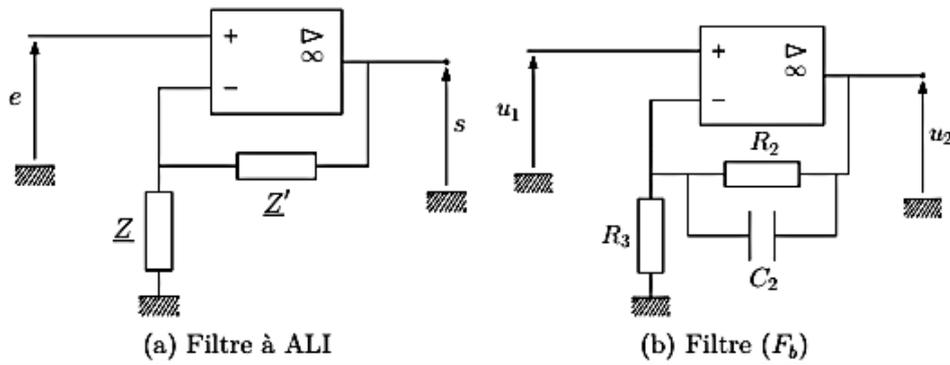


Figure 4. Deux filtres

Amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 3 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 4(b) (Filtre (F_b)).

11) Quelle est l'impédance Z_{eq} de la branche constituée par R_2 en parallèle avec C_2 ?

12) Dédire de la question 9 l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_2(j\omega) = \frac{u_2}{u_1}$ de ce filtre en fonction de R_2 , R_3 et C_2 . La mettre sous la forme : $\underline{H}_2 = 1 + \frac{G_0}{1+j\omega/\omega_2}$ et donner les expressions de G_0 et ω_2 .

13) Quelle est la limite de $|\underline{H}_2|$ en basse fréquence ? en haute fréquence ?

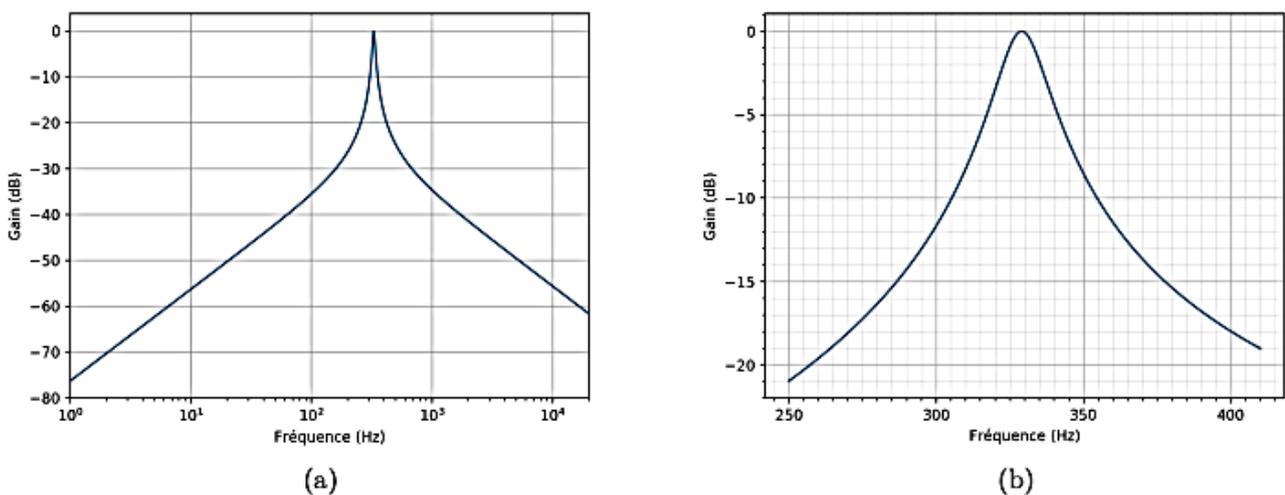
14) Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à ω_2 si $R_2 = 680k\Omega$, $R_3 = 6k\Omega$ et $C_2 = 470pF$ ainsi que son gain G_0 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

E. Filtre (très) sélectif commandé (F_c)

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal u_2 , dont la valeur est a priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi Aiguë que l'on souhaite accorder.

Le principe du filtre (F_c) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence f_{ac} . Ce type de commande ne sera pas étudiée dans ce problème.

La figure 5 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre (F_c) tracé à deux échelles différentes.

Figure 5. Diagramme de Bode en gain du filtre (F_c)

15) Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?

F. Mise en forme

À la sortie de l'étage précédent, le signal est donc proche d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} et d'amplitude dépendant de la force avec laquelle on a gratté la corde, mais de l'ordre du volt. Pour effectuer un traitement numérique qui permettra de comparer f_{co} à la fréquence théorique f_{ac} , on souhaite fabriquer à partir du signal précédent un signal créneau de fréquence f_{co} . Pour cela, on utilise un comparateur à hystérésis, représenté Figure 6.

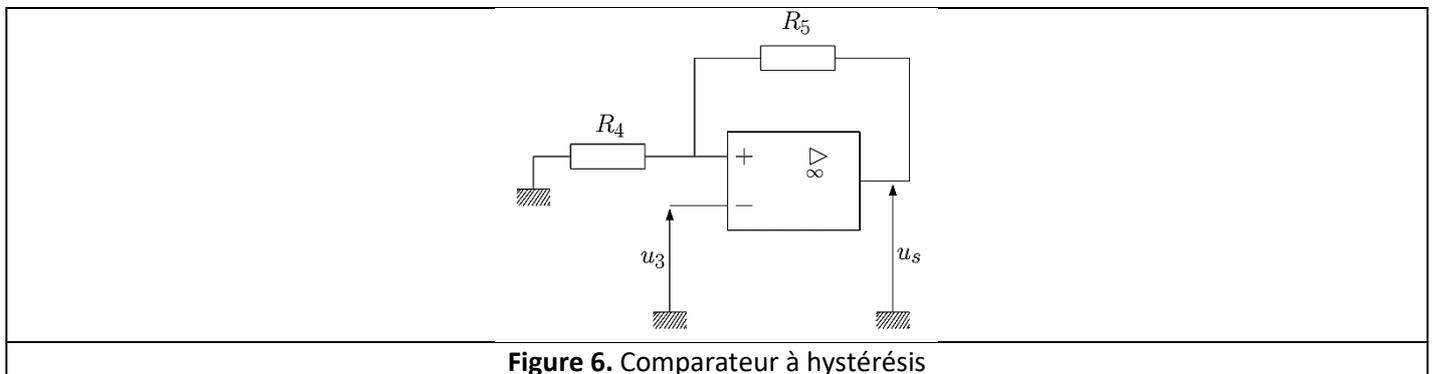


Figure 6. Comparateur à hystérésis

On note U_{sat} la tension de saturation de l'ALI et on suppose que l'ALI est idéal. Le signal u_3 est sinusoïdal alternatif d'amplitude 1 V et de fréquence f_{co} (c'est le signal sortant du filtre sélectif (F_c)).

- 16) Qu'est-ce qui permet d'être certain que l'ALI fonctionne en régime saturé ? En pratique le signal créneau obtenu n'est pas parfait. A quoi cela est-il dû ?
- 17) Exprimer V_+ le potentiel de la borne non inverseuse de l'ALI en fonction de R_4 , R_5 et u_s . En déduire l'expression de $\varepsilon = V_+ - V_-$.
- 18) Comment varie ε quand u_3 varie (u_s étant fixé) ?
Supposons que u_3 soit suffisamment faible pour que $\varepsilon > 0$.
- 19) Quelle est la valeur de u_s ? A partir de cette situation, u_3 augmente : exprimer en fonction des données la valeur U_{seuil} de u_3 pour laquelle on observera le basculement de u_s . Quelle est alors la nouvelle expression de ε ?
- 20) À partir de cette nouvelle situation, traiter le cas où u_3 diminue.
- 21) Représenter finalement le cycle d'hystérésis de ce montage : $u_s = f(u_3)$.
Dans le cadre de l'accordeur de guitare, $R_4 = 1k\Omega$, $R_5 = 10k\Omega$ et $U_{sat} = 5V$.
- 22) Tracer sur le document réponse (Annexe 1) l'allure du signal de sortie $u_s(t)$ correspondant aux deux exemples de signal $u_3(t)$ proposés.
- 23) Que peut-il se passer si la corde est vraiment trop désaccordée ?

I.2) Microphone électrostatique

Situés sous les cordes, les microphones sont l'un des éléments les plus fondamentaux d'une guitare électrique, car c'est sur eux que repose toute production du son, même en l'absence totale de caisse de résonance. On étudie ici un type de microphones, le microphone électrostatique.

Le microphone électrostatique est constitué d'une membrane P_1 de surface S , extrêmement légère de masse m_e . Celle-ci, réalisée en métal (ou en polyester rendu conducteur par un saupoudrage de métal), est mobile et constitue l'une des armatures d'un condensateur plan.

L'espace entre la membrane P_1 et l'armature fixe P_2 est entièrement rempli d'air de permittivité électrique ϵ_0 . Au repos, la distance entre les deux armatures parallèles est notée e . En mouvement, la liaison entre l'isolant et la membrane peut être modélisée par une force de rappel élastique de constante de raideur k_e .

Les variations de pression provoquées par l'onde sonore font varier la distance entre les deux armatures par un déplacement de la membrane parallèlement à l'axe (Ox). Ce déplacement induit une variation de la capacité et cet effet est exploité dans le circuit électrique de la Figure 9 de manière à récupérer le signal $u(t)$ aux bornes de la résistance $R = 10k\Omega$. Les variations de $u(t)$ sont à l'image de celles de la pression acoustique.

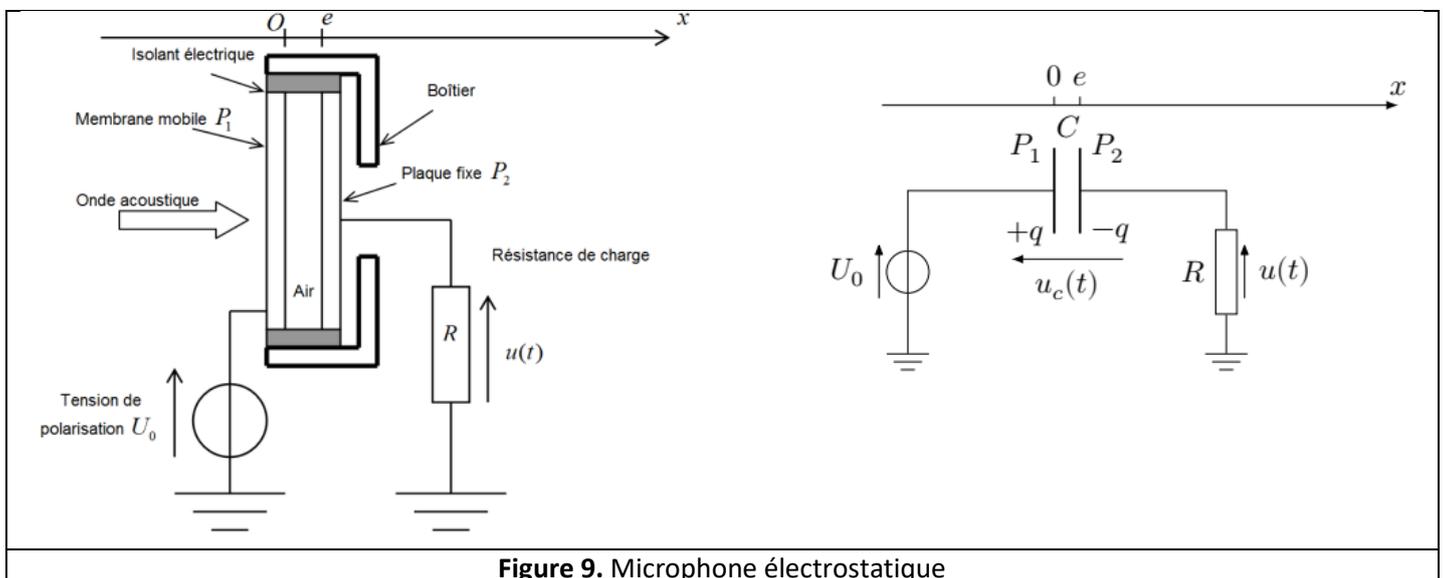
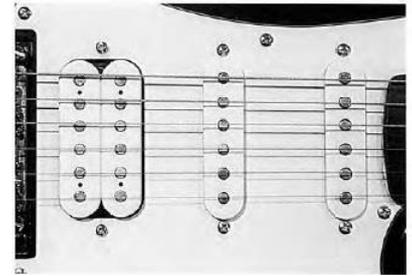


Figure 9. Microphone électrostatique

La membrane P_1 et l'armature fixe P_2 sont chargées uniformément respectivement par les charges $+q$ et $-q$. On associe à P_1 et P_2 les densités surfaciques uniformes de charges $+\sigma = \frac{+q}{S}$ pour P_1 et $-\sigma = \frac{-q}{S}$ pour P_2 . De plus, on assimile les deux plaques à des plans infinis afin de négliger par la suite les effets de bord.

24) Énoncer le théorème de Gauss.

A. Champ électrique créé par un plan infini chargé en surface

25) Montrer, par des considérations de symétrie et d'invariance, que le champ électrique $\vec{E}_1(M)$ créé par la plaque P_1 en tout point de l'espace est dirigé par \vec{u}_x et ne dépend que de x .

26) Justifier que $\vec{E}_1(M) = -\vec{E}_1(M')$ où M et M' sont deux points placés symétriquement par rapport au plan P_1 .

27) En appliquant le théorème de Gauss sur une surface clairement indiquée, exprimer le champ électrique $\vec{E}_1(M)$.

B. Champ électrique et potentiel électrostatique dans un condensateur plan

28) Dédire du résultat précédent l'expression du champ électrique total $\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$ créé par les deux plaques P_1 et P_2 en tout point de l'espace.

29) Rappeler l'équation locale liant le champ et le potentiel électrostatique. Montrer que le potentiel $V(x)$ entre les armatures du condensateur varie de manière linéaire selon :

$$V(x) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}x + U_0$$

30) Montrer que la différence de potentiel entre les deux plaques s'exprime par $u_C = V_{P_1} - V_{P_2} = \frac{q}{C_0}$ avec $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$, la capacité du condensateur au repos.

C. Lignes de champ et équipotentiels

On s'intéresse ici au cas du condensateur plan avec des armatures de taille finie. Le calcul du champ électrique, ainsi que du potentiel électrostatique s'avère alors trop complexe et on fait appel à la simulation numérique. Le programme Python est donné en Annexe 2.

Tout au long de cette étude, nous nous placerons dans le plan xOy .

On souhaite calculer puis tracer le potentiel $V(x, y)$ et champ électrostatiques $\vec{E} = E_x(x, y)\vec{u}_x + E_y(x, y)\vec{u}_y$ créés par un condensateur plan.

31) Rappeler l'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ créée par une charge ponctuelle q placée en $O(x_0, y_0)$ en un point $M(x_M, y_M)$ en fonction de q, ε_0 et OM , puis en fonction de $q, \varepsilon_0, x_0, y_0, x_M$ et y_M .

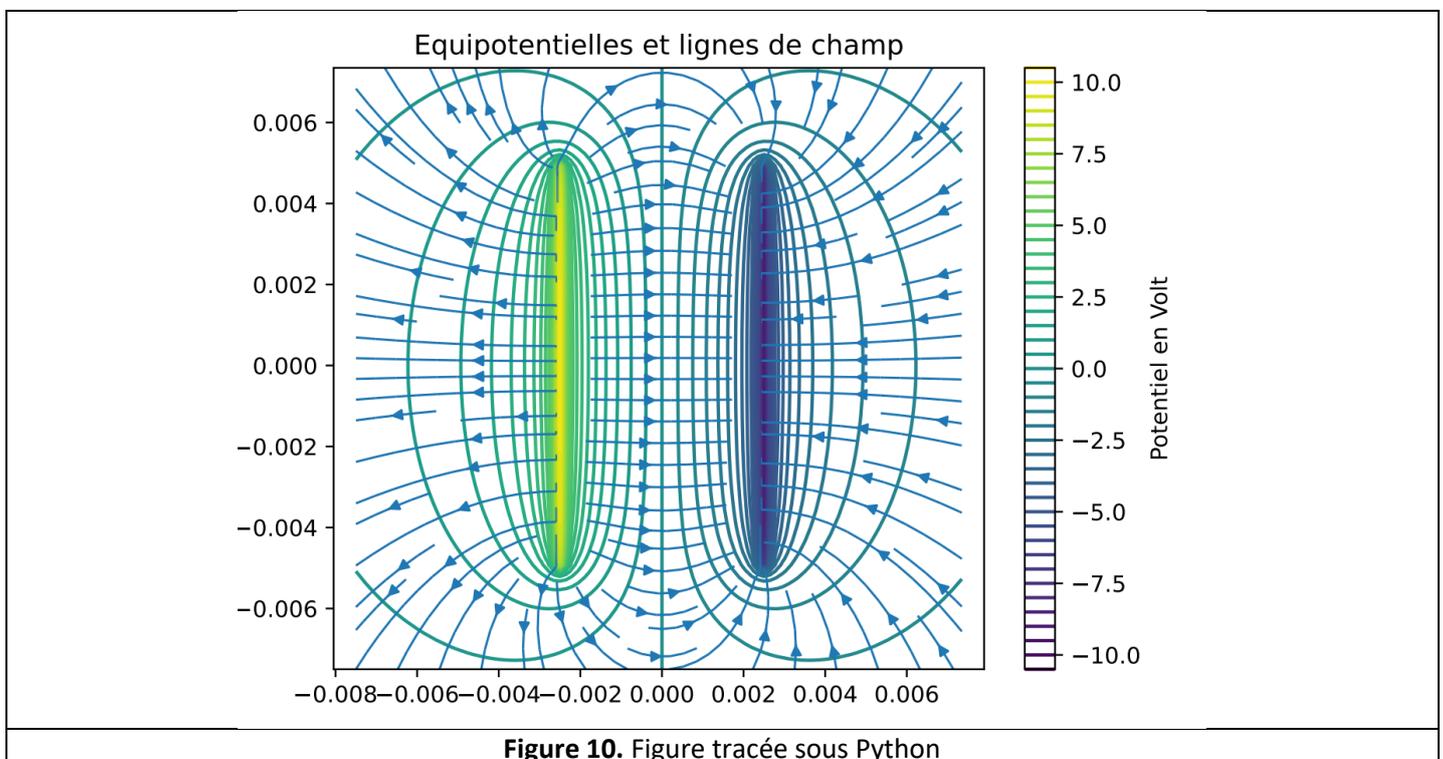
32) Expliquer ce que l'on fait dans la fonction **calculV** du programme. Pourquoi traite-t-on à part le cas $x_M = x_0$ et $y_M = y_0$?

33) Connaissant le potentiel électrostatique en M , comment peut-on en déduire le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en ce point ? On donnera la formule en faisant apparaître deux dérivées partielles mais sans essayer de résoudre l'équation.

34) Rappeler la méthode d'Euler explicite et exprimer la composante du champ électrostatique suivant x, E_x , en fonction de $V(x + a, y), V(x, y)$ et a . Faire de même pour la composante du champ électrostatique suivant y, E_y , en fonction de $V(x, y + a), V(x, y)$ et a . A quelles lignes du programme utilise-t-on ce schéma numérique ?

35) Comparer la taille des matrices E_x et E_y en fonction de celle de la matrice V . Que fait-on entre les lignes 55 et 68 du programme ?

Le programme donne en sortie la Figure 10.



36) Comparer la forme des lignes de champ par rapport à la question 28 et aux surfaces équipotentiels.

II) Etude thermique d'un bâtiment

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes. On peut ensuite cibler les travaux d'isolation à effectuer en toute connaissance de cause. L'isolation peut s'effectuer par l'intérieur ou l'extérieur avec des matériaux adéquats.

On pourra alors vérifier, à réception des travaux, l'efficacité de ces derniers.

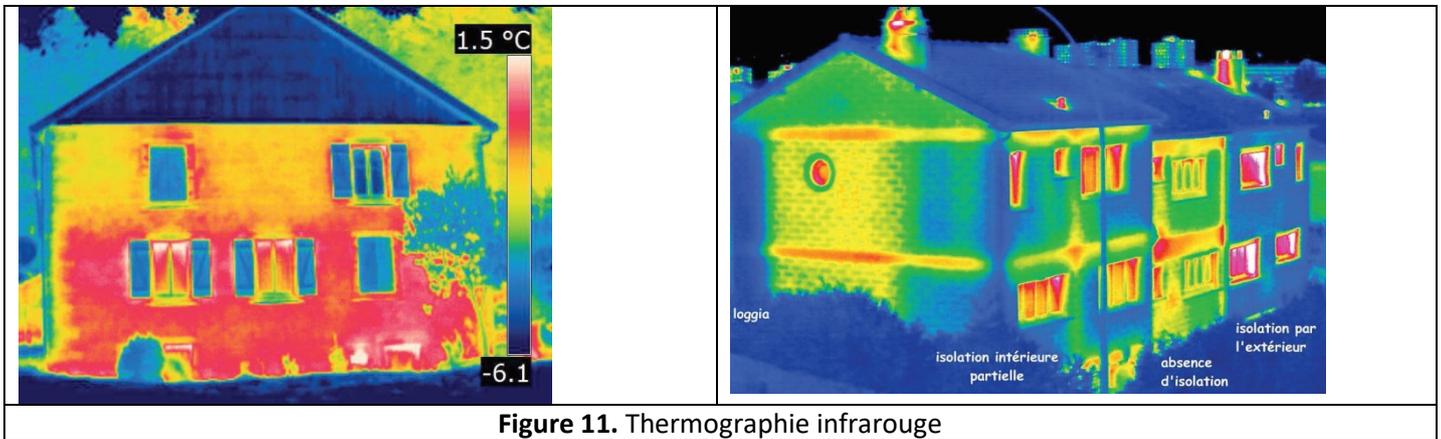


Figure 11. Thermographie infrarouge

II.1) Préambule

A. Modélisation du studio

On étudie une pièce parallélépipédique de longueur $a = 8m$, de largeur $b = 5m$, de hauteur $h = 2,5m$ et possédant un radiateur électrique de puissance maximale $P = 2kW$. Dans l'ensemble du problème, la pièce sera supposée parfaitement isolée au niveau du sol et du plafond. La capacité thermique volumique de l'air est $C_v = 1,25 \cdot 10^3 SI$. On suppose ici que la pièce est parfaitement calorifugée.

37) Quelle est l'unité de la capacité thermique volumique ? Quelle est la valeur de la capacité thermique C de la pièce ? A l'aide d'un bilan d'énergie thermique appliqué à la pièce, montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(t)$ dans la pièce s'écrit :

$$P = C \frac{dT}{dt}$$

38) Résoudre l'équation sachant que la température initiale de la pièce est $T_0 = 10^\circ C$. Tracer $T(t)$. Déterminer la durée nécessaire pour atteindre la température finale $T_f = 20^\circ C$.

39) Proposer un modèle électrique simple conduisant à une équation différentielle du même type. Préciser quelles sont les grandeurs électriques associées aux grandeurs thermodynamiques que sont $T(t)$, C et P . Dessiner le montage électrique analogue.

B. Influence des murs

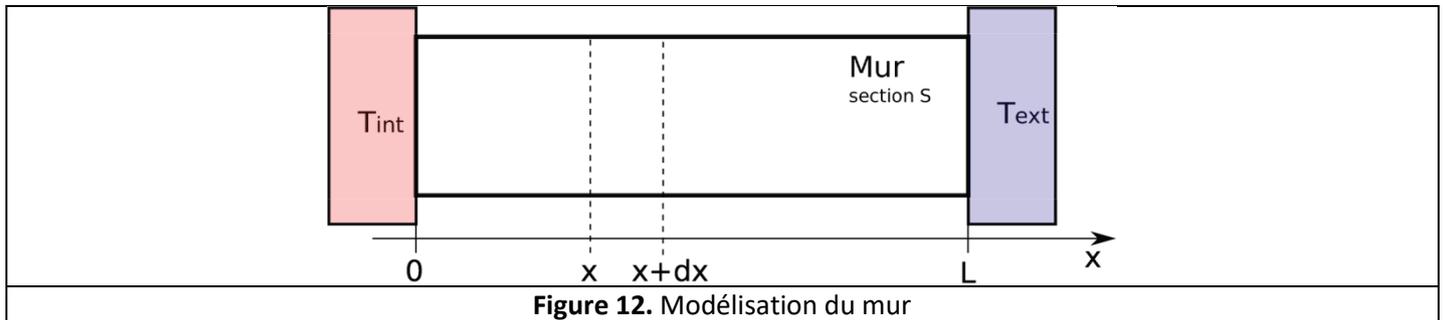
La pièce est constituée d'une enceinte en béton d'épaisseur $L = 15cm$ et de masse volumique $\rho = 2,2 \cdot 10^3 kg \cdot m^{-3}$. On note $c = 1,0 \cdot 10^3 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ sa capacité thermique massique et λ sa conductivité thermique ($\lambda = 1,5 SI$).

40) Exprimer l'aire S_p de la surface en contact avec la pièce en fonction de a , b et h , en négligeant l'épaisseur des murs. Exprimer le volume de béton V_b et la capacité thermique C_{mur} de l'enceinte en fonction de S_p , L , ρ et c . Comparer numériquement C_{mur} à la capacité thermique de la pièce C . Par rapport à ces premiers résultats, quels commentaires pouvez-vous faire sur la durée de montée en température de la pièce en prenant en considération l'influence de la capacité thermique du mur ?

II.2) Equation de la chaleur

On étudie la conduction thermique dans le mur modélisé par une barre de section S , de longueur L en contact avec deux thermostats de températures T_{int} et T_{ext} (voir Figure 12).

On note : $\vec{j} = j(x, t)\vec{u}_x$ le vecteur densité de flux thermique.



A. Généralités

41) Rappeler la loi de Fourier. Interpréter son signe. Donner une signification physique de $j(x, t)$ et préciser son unité. Quelle est l'unité de la conductivité thermique ?

42) A l'aide d'un bilan d'énergie thermique sur la tranche comprise entre les abscisses x et $x + dx$ du mur, montrer que l'équation de diffusion thermique se met sous la forme :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{c\rho}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

B. Etude du régime stationnaire

43) Rappeler la signification de « régime stationnaire ». Les températures de surface seront prises égales à celles des thermostats. Résoudre l'équation de la diffusion thermique et déterminer alors $T(x)$ la température à l'intérieur du mur à l'abscisse x . Tracer $T(x)$.

44) Définir et exprimer la température moyenne du mur notée T_{moy} . Indiquer la position particulière x_p où la température est égale à la température moyenne.

45) Exprimer la densité de flux thermique $j(x)$ qui traverse le mur. Que remarquez-vous ?

46) Calculer la puissance P que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à 20°C pour une température extérieure de 10°C . Commenter ce résultat par rapport au radiateur installé.

C. Résistance thermique

On définit en électricité la résistance d'un conducteur ohmique en convention récepteur par $R = \frac{\Delta V}{I}$ où ΔV est la différence de potentiels aux bornes de la résistance et I l'intensité du courant électrique qui traverse le conducteur (Figure 13).

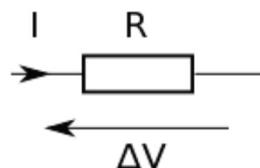


Figure 13. Résistance

47) En faisant une analogie, indiquer à quelles grandeurs thermodynamiques sont analogues la conductivité électrique, la densité de courant électrique, le potentiel électrique et l'intensité du courant. Donner cette réponse sous la forme d'un tableau récapitulatif. Donner l'expression de la résistance thermique R_{mur} du mur étudié. Préciser son unité et calculer sa valeur.

II.3) Isolation

Afin de limiter sa consommation énergétique, le propriétaire décide d'isoler la pièce. Le propriétaire peut disposer de l'isolant à l'intérieur ou à l'extérieur du mur (Figure 14). Pour cela, il recouvre les murs d'un isolant de faible capacité thermique, de conductivité thermique $\lambda_i = 0,05 \text{ SI}$ et d'épaisseur $e = 5 \text{ cm}$.

- 48) Calculer la résistance thermique R_i relative à l'isolant. Comparer cette valeur à R_{mur} . Par la suite, on prendra $R_i = \beta R_{mur}$ avec $\beta = 10$.
- 49) Faire le schéma électrique équivalent en régime stationnaire au mur recouvert d'isolant. Ce schéma est-il différent en fonction du type d'isolation par l'intérieur ou l'extérieur ?
- 50) Calculer la nouvelle puissance P_i que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à 20°C pour une température extérieure de 10°C . Commenter.
- 51) Pensez-vous que le choix d'une isolation intérieure ou extérieure soit important ? On précisera son raisonnement.

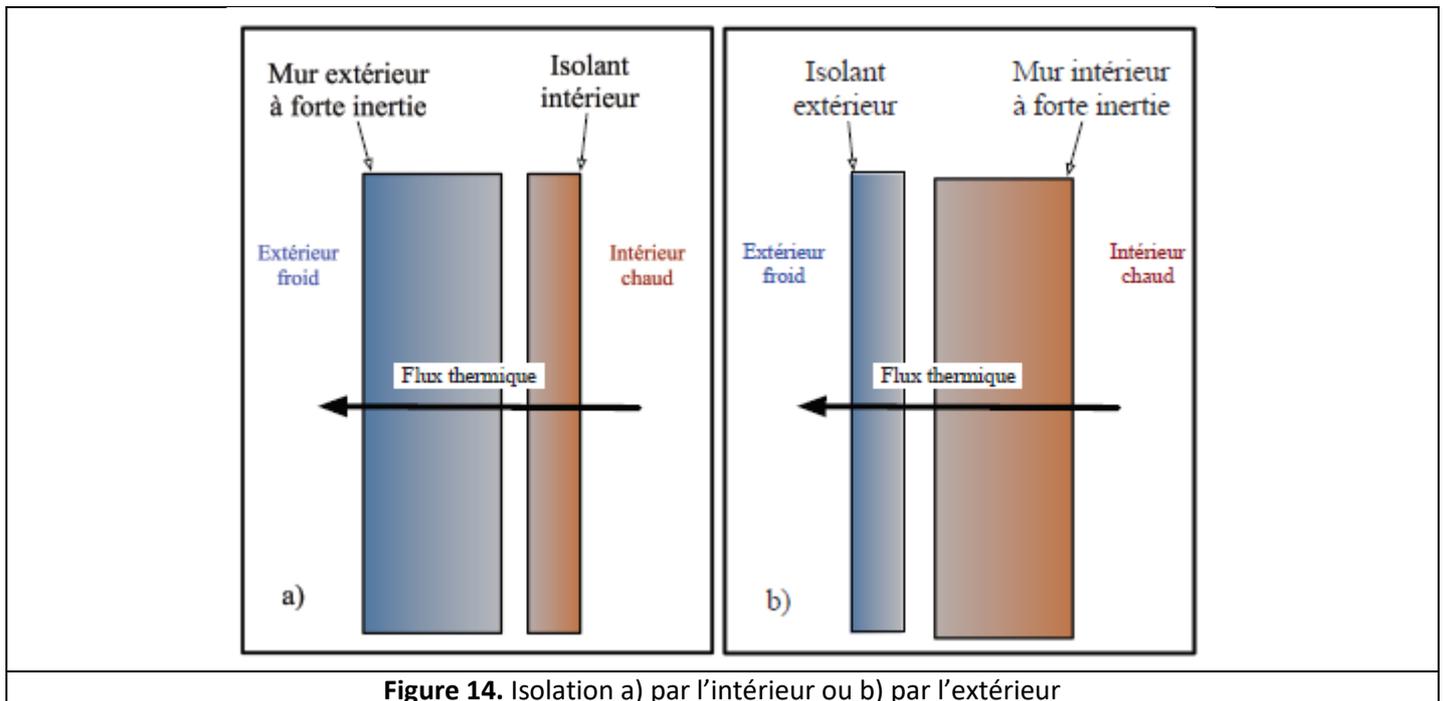


Figure 14. Isolation a) par l'intérieur ou b) par l'extérieur

II.4) Prise en compte des échanges de surface

Dans le cas du mur sans isolation, on prend maintenant en compte les échanges thermiques à la surface en contact avec l'air extérieur par la loi de Newton, dont on rappelle l'énoncé :

La densité de flux thermique j_N sortant à travers la surface d'un solide en contact avec un fluide est proportionnelle à l'écart entre la température T_S de la surface du solide et la température T_0 du fluide :

$$j_N = k(T_S - T_0)$$

On prendra pour le coefficient de transfert thermique de surface : $k = 10 \text{ SI}$

- 52) Etablir en $x = L$ la relation entre le flux thermique sortant Φ et les données k, S, T_0 et $T(L)$. Quelle est l'unité de k ?
- 53) Modéliser l'échange thermique en $x = L$ par une résistance thermique notée R_e . Comparer R_e à R_{mur} et à R_i .
- 54) Calculer la nouvelle puissance P_e que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à 20°C pour une température extérieure de 10°C . Quelle est la conséquence principale de R_e sur l'installation ?

II.5) Etude en régime transitoire

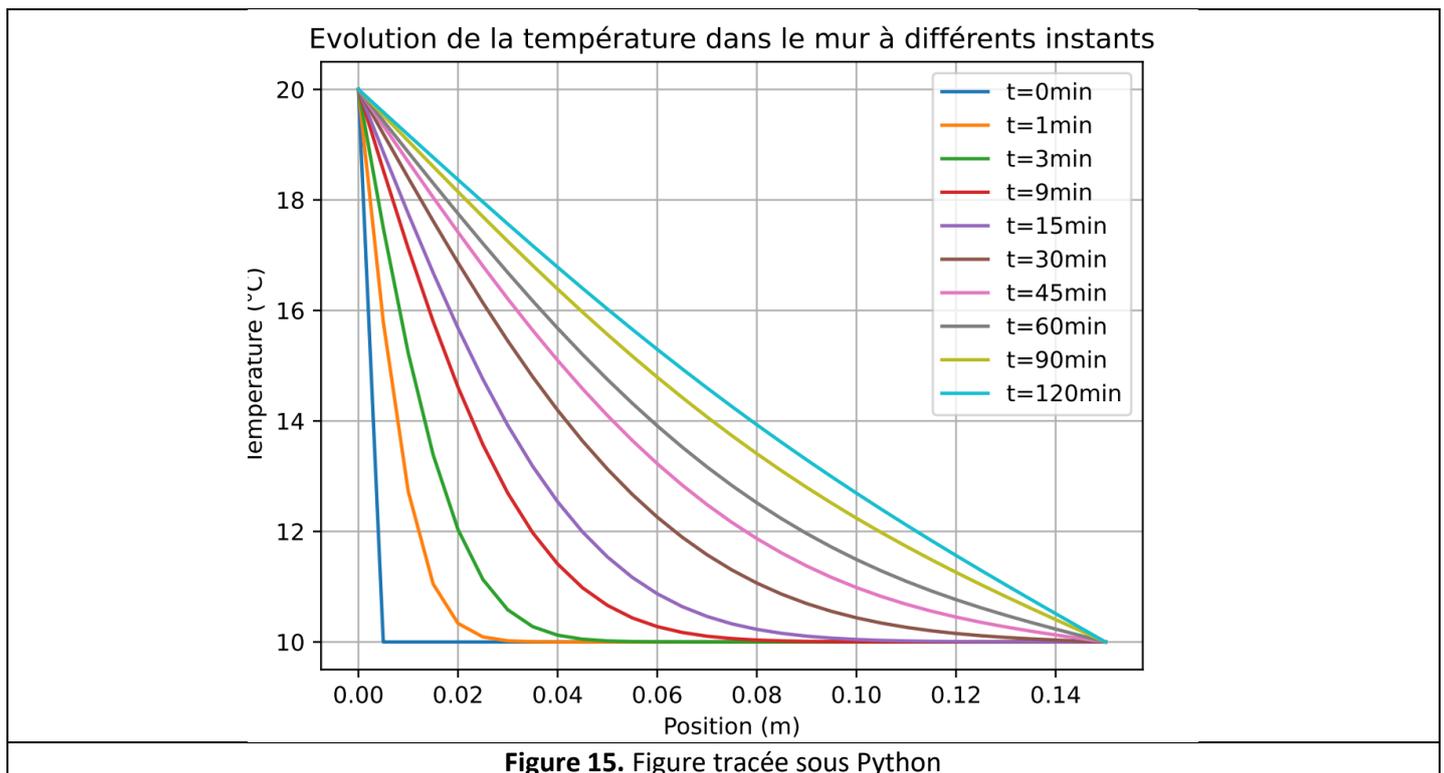
L'étude précédente s'est faite en régime stationnaire car la résolution de l'équation de la chaleur en régime transitoire s'avère trop complexe. On fait donc appel à la simulation numérique pour la résoudre. Le programme Python est donné en Annexe 3.

On s'intéresse au mur sans isolation et sans échange thermique de surface. On considère que sa face intérieure en $x = 0$ est maintenue à 20°C et sa face extérieure en $x = L$ à 10°C . On s'intéresse à l'évolution de la température dans le mur en fonction du temps (toutes les secondes) et de la position (tous les 5 mm).

55) Que représentent les paramètres dx , dt , L , Δt , T_g , T_d , N_x et N_t ?

56) Que fait-on des lignes 20 à 22 et 25 à 27 ?

57) En vous aidant de la ligne 37, expliquer la méthode des différences finies dérivée de la méthode d'Euler explicite. Le programme donne en sortie la Figure 15.

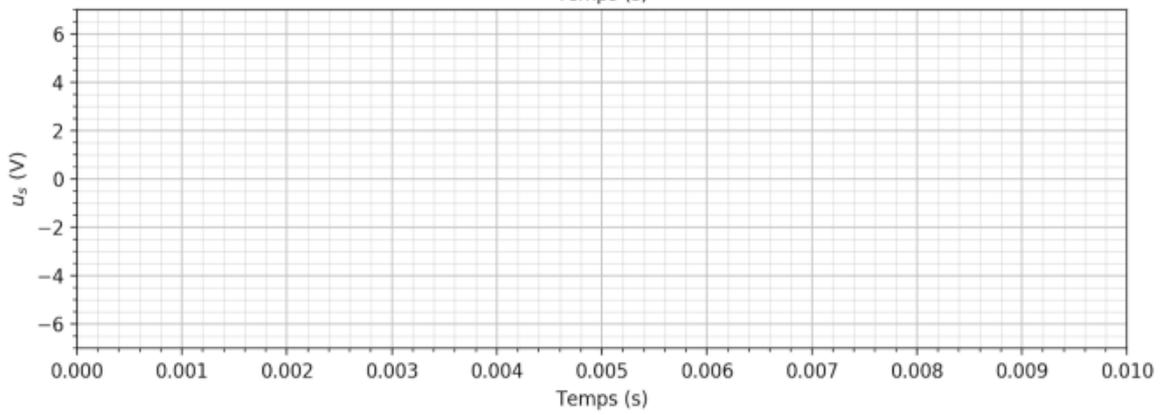
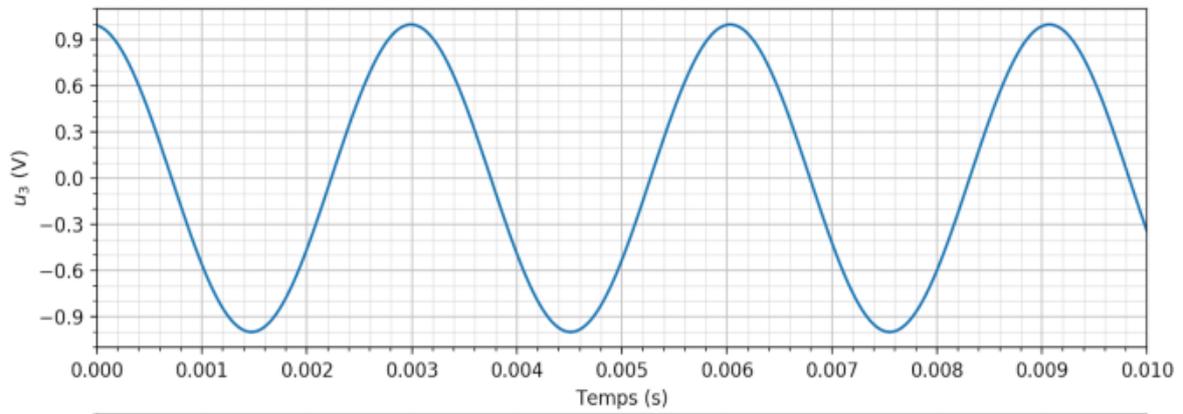


58) D'après la Figure 15, au bout de combien de temps le régime stationnaire est-il atteint ? Commenter.

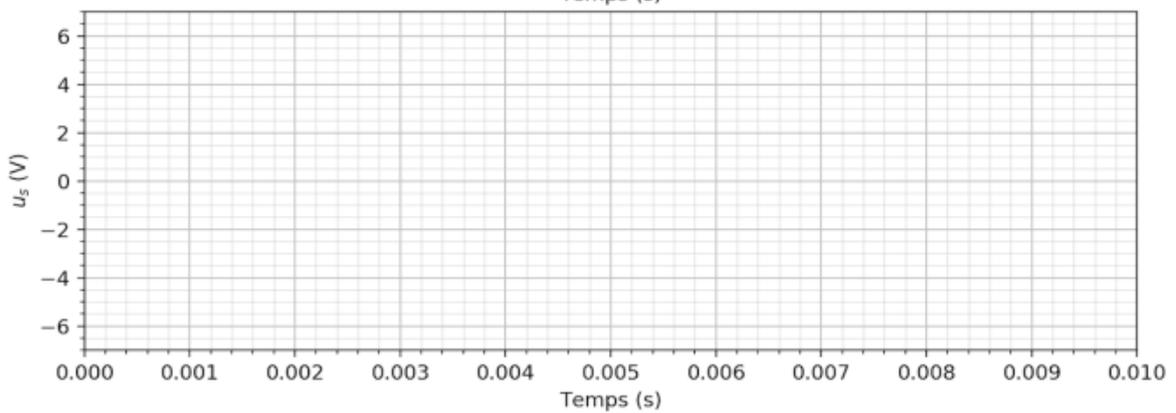
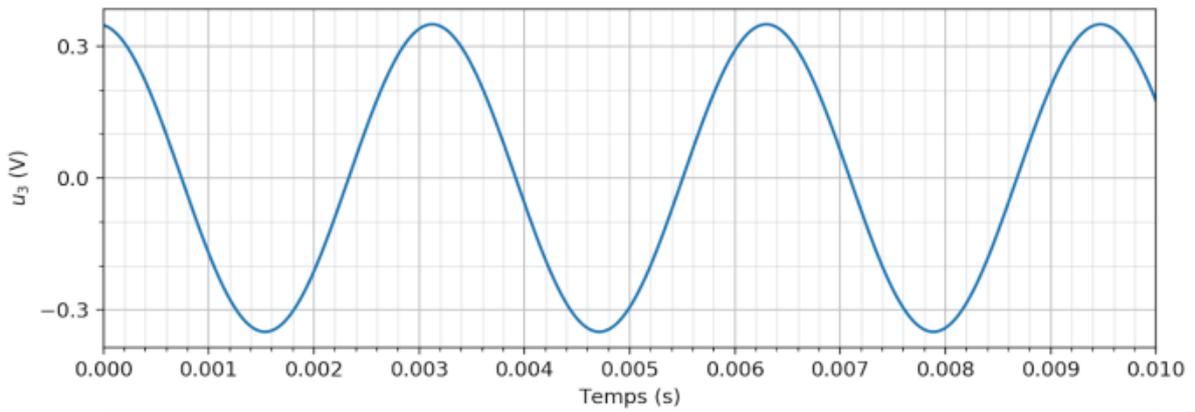
59) Comment aurait-on pu trouver un ordre de grandeur du temps caractéristique du phénomène de conduction thermique ?

Nom :

Question 22 – Exemple 1



Question 22 – Exemple 2



```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3
4 # Paramétrage
5 e_0 = 8.85*10**(-12)
6 q_cond = 10 ** (-14)
7 L_cond = 0.01
8 e_cond = 0.005
9 L = 0.015
10 objets = []
11
12 def ajouter_objet(x,y,q):
13     objets.append([x,y,q])
14
15 # Ajout d'un condensateur
16 xi = np.linspace(0, L_cond, 100)
17 for i in xi:
18     ajouter_objet(-L_cond/2 + i, - e_cond/2, q_cond)
19
20 for i in xi:
21     ajouter_objet(- L_cond/2 + i, e_cond/2, - q_cond)
22 no = len(objets)
23
24 # Maillage de l'espace
25 a = L / 100
26 x = np.linspace(- L/2, L/2, int(L/a))
27 y = np.linspace(- L/2, L/2, int(L/a))
28 X, Y = np.meshgrid(x,y)
29 nM = len(X)
30
31 # Calcul du potentiel
32 V = np.zeros((nM,nM))
33
34 def calculV(xM,yM,q,xO,yO):
35     if xM == xO and yM == yO :
36         return 0
37     else :
38         return q/(4*np.pi*e_0)*1/((xM-xO)**2+(yM-yO)**2)**(1/2)
39
40 for i in range(0,nM) :
41     for j in range (0,nM):
42         for k in range(0,no):
43             V[i,j] = V[i,j] + calculV(x[i], y[j], objets[k][2], objets[k][0], objets[k][1])
44
45 # Calcul du champ électrique
46 Ex = np.zeros((nM - 1, nM - 1))
47 Ey = np.zeros((nM - 1, nM - 1))
48
49 for i in range (0, nM-2) :
50     for j in range (0, nM-2) :
51         Ex[i,j] = - (V[i,j+1] - V[i,j]) / a
52         Ey[i,j] = - (V[i+1,j] - V[i,j]) / a
53
54

```

```
55 # Ajustage des matrices V, X et Y
56 Vajust = np.zeros((nM - 1, nM - 1))
57 for i in range (0, nM - 1) :
58     for j in range (0, nM - 1) :
59         Vajust[i,j] = V[i,j]
60
61 Xajust = np.zeros((nM - 1, nM - 1))
62 for i in range (0, nM - 1):
63     for j in range (0, nM - 1):
64         Xajust[i,j] = X[i,j]
65
66 Yajust = np.zeros((nM - 1, nM - 1))
67 for i in range (0, nM - 1):
68     for j in range (0, nM - 1):
69         Yajust[i,j] = Y[i,j]
70
71 # Affichage des courbes
72 schema = plt.contour(Xajust, Yajust, Vajust, 40)
73 cbar = plt.colorbar()
74 cbar.set_label("Potentiel en Volt")
75 plt.axis("equal")
76 plt.title("Equipotentielles et lignes de champ")
77 schema = plt.streamplot(Xajust, Yajust, Ex, Ey, linewidth=1, density=1)
78 plt.show()
```

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3
4 # Initialisation
5 dx=5e-3
6 dt=1
7 L=0.15
8 Deltat=120*60
9 Tg=20
10 Td=10
11
12 Nx=int(L/dx)+1
13 Nt=int(Deltat/dt)+1
14
15 x=[j*dx for j in range(Nx)]
16 t=[i*dt for i in range(Nt)]
17 T=np.zeros((Nt,Nx))
18
19 # Conditions initiales
20 T[0,0]=Tg
21 for j in range(1,Nx):
22     T[0,j]=Td
23
24 # Conditions aux limites
25 for i in range (1,Nt):
26     T[i,0]=Tg
27     T[i,-1]=Td
28
29 # Résolution de l'équation de la chaleur
30 cond=1.5
31 mas_vol=2.2e3
32 cap=1e3
33 D=cond/(mas_vol*cap)
34
35 for i in range(0,Nt-1):
36     for j in range(1,Nx-1):
37         T[i+1,j]=T[i,j]+D*dt/(dx*dx)*(T[i,j+1]+T[i,j-1]-2*T[i,j])
38
39 # Tracé de la température à différents instants
40 instants_min=[0,1,3,9,15,30,45,60,90,120] # instants choisis en minutes
41 for k in range(len(instants_min)):
42     i=int(instants_min[k]*60/dt)
43     plt.plot(x,T[i,:],label="t="+str(instants_min[k])+"min")
44 plt.xlabel("Position (m)")
45 plt.ylabel("Température (°C)")
46 plt.title("Evolution de la température dans le mur à différents instants")
47 plt.legend()
48 plt.grid()
49 plt.show()

```