Devoir Surveillé 4

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.
Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION :
- La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

Toutes les données utiles aux problèmes suivants se trouvent en Annexe 2.

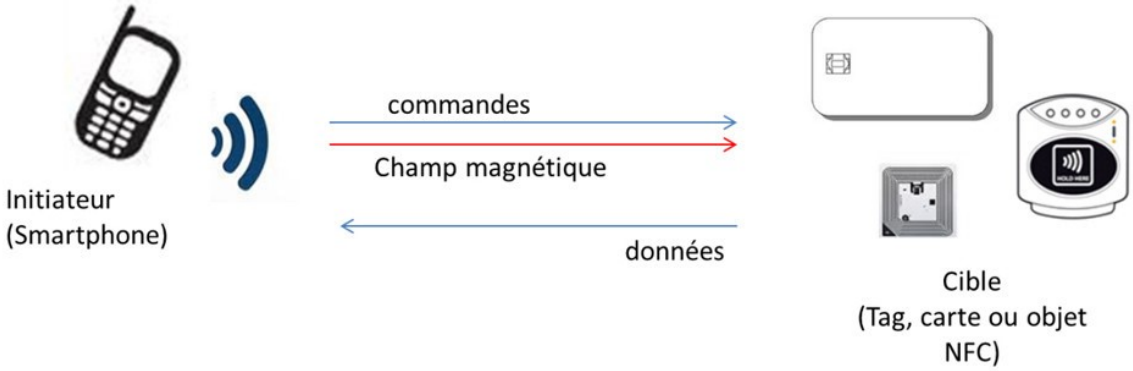
Attention certaines parties sont notée (Version Centrale) : ne pas les faire si vous avez choisis de faire le DS en 3h.
Pour ceux qui restent 4h, vous serez évalués sur l'ensemble des 60 questions.

Etude d'une transmission sans fil de type « NFC »

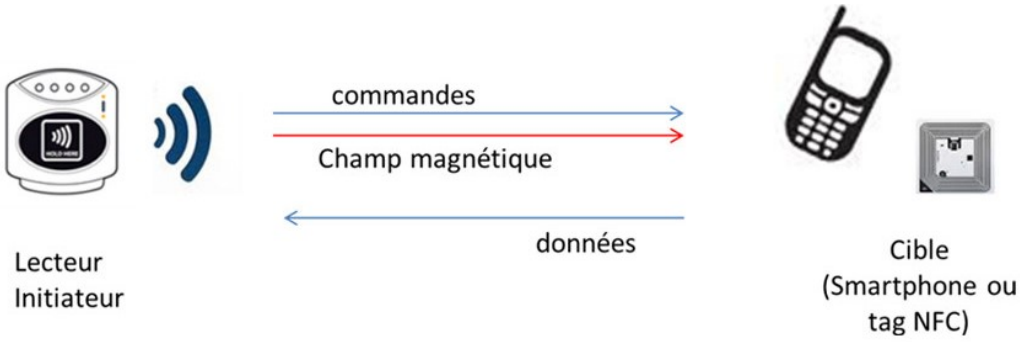
Le ***near-field communication*** ou la **communication en champ proche** (**CCP)**, souvent désigné par son sigle anglais **NFC**, est une technologie de communication sans fil à courte portée et à haute fréquence (f=13,56 MHz), permettant l'échange d'informations entre des périphériques jusqu'à une distance d'environ 10 cm dans le cas général.

Document 1. Near-field communication (source : Wikipedia)

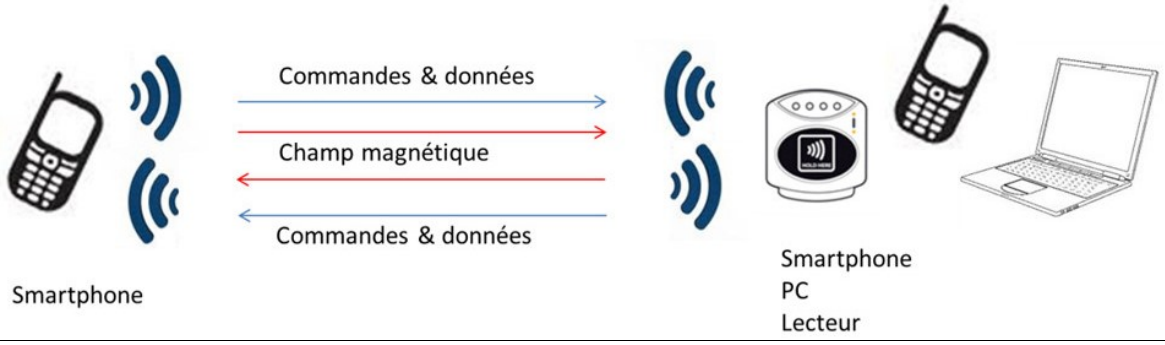
En mode lecteur (mode actif), le NFC initie la communication en émettant un champ magnétique puis en envoyant une commande à la cible. La cible répond à l'interrogateur par rétro-modulation de l'onde incidente.
La cible peut être un tag, une carte sans-contact ou un dispositif NFC se comportant comme une carte sans-contact.



Dans le mode dit d'émulation de carte, le dispositif NFC se comporte comme une carte à puce sans-contact conventionnelle ou un tag NFC. Il est donc une cible en mode « passif » (sans pile).
Une carte sans contact communique en tirant son énergie uniquement du champ émis par l'interrogateur. Or, un dispositif NFC peut demander plus d'énergie. Une application NFC sur un téléphone mobile, une tablette ou bien un équipement grand public peut utiliser d'autres fonctionnalités que la communication NFC : écran, applications, sécurité, communication interne… L'accès à ces fonctionnalités requière une source d'énergie interne, une batterie ou une alimentation.



Le mode peer-to-peer permet à deux « NFC Devices » de mêmes niveaux de performance NFC d'échanger entre eux des informations, en émettant ou recevant tour à tour de l'information.
La communication en mode pair-à-pair est plus lente que dans les modes classiques lecteur / émulation de carte, à cause de la gestion d'un protocole plus lourd nécessaire à la répartition des rôles entre les deux « NFC Devices ».



Document 2. Les différents modes de fonctionemment (source : www.connectwave.fr/techno-appli-iot/nfc)

I) Génération du signal NFC

Pour pouvoir transférer des données en NFC, il faut générer un signal à la fréquence de la porteuse $f_{ref} = 13{,}56\,MHz$, puis encoder les données autour de cette fréquence en utilisant un modulateur (Figure 1). Le signal à transmettre est alors amplifié avant d'être envoyé à l'antenne. Le but de cette partie n'est pas d'entrer dans le détail de la modulation, mais de voir comment peut être généré le signal de référence à la fréquence f_{ref}.

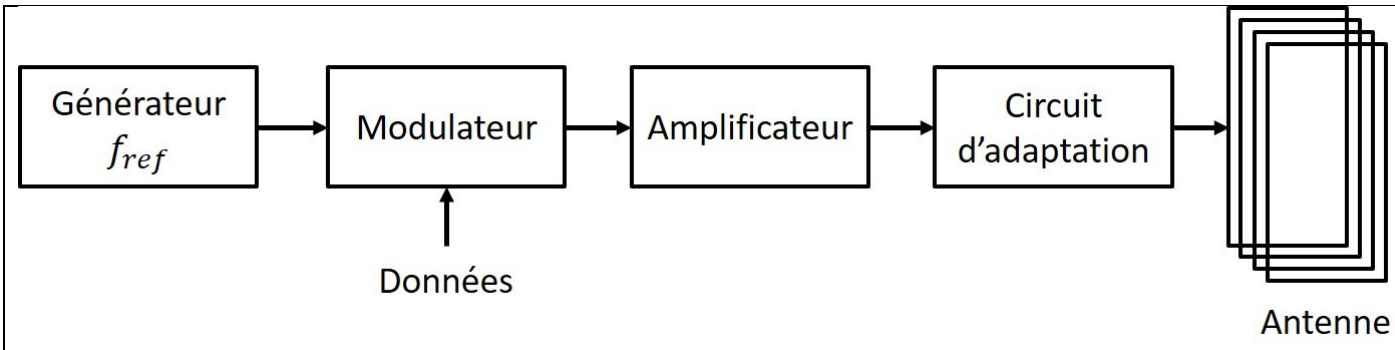


Figure 1. Architecture d'un émetteur NFC

I.1) Oscillateur à réaction

On s'intéresse au circuit donné en Figure 2. Le schéma du circuit prend la forme de deux quadripôles de fonctions de transfert respectives $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ (définies comme le rapport des amplitudes complexes de la tension de sortie sur la tension d'entrée).

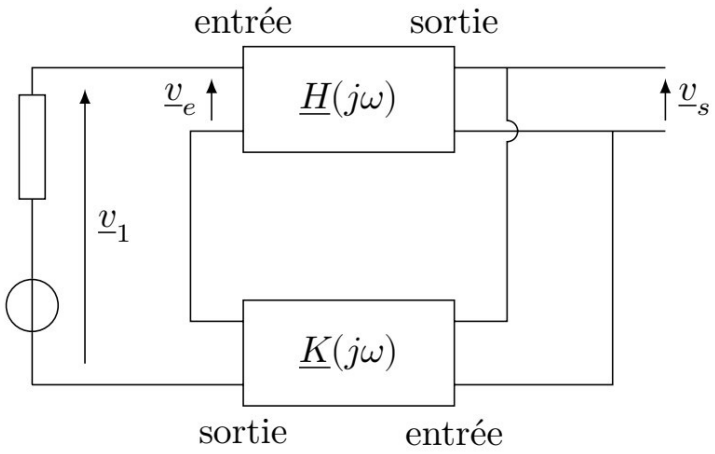


Figure 2. Circuit avec contre-réaction

1) Donner les relations faisant intervenir les fonctions de transfert entre $\underline{v_s}$ et $\underline{v_e}$, puis entre $\underline{v_s}$, $\underline{v_e}$ et $\underline{v_1}$.

2) En déduire la fonction de transfert globale du montage $\underline{A}(j\omega) = \underline{v_s}/\underline{v_1}$ en fonction de $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$.

À fréquence non nulle, l'ensemble représenté peut constituer un oscillateur si la tension de sortie est non nulle alors que la tension d'entrée est nulle. En effet, le montage est alors capable de générer seul des oscillations.

3) Donner une relation vérifiée par $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ qui permette d'avoir un oscillateur.

4) En déduire deux relations entre :

- les gains $\left|\underline{H}(j\omega)\right|$ et $\left|\underline{K}(j\omega)\right|$
- les phases $arg\left(\underline{H}(j\omega)\right)$ et $arg\left(\underline{K}(j\omega)\right)$.

I.2) Filtre de Wien

Dans cette sous-partie, on étudie le filtre de Wien, dont on va voir après qu'il peut servir dans un montage oscillateur.

Le filtre est constitué de deux condensateurs identiques de capacité C et de deux conducteurs ohmiques identiques de résistance R. Le circuit correspondant est représenté sur la Figure 3.

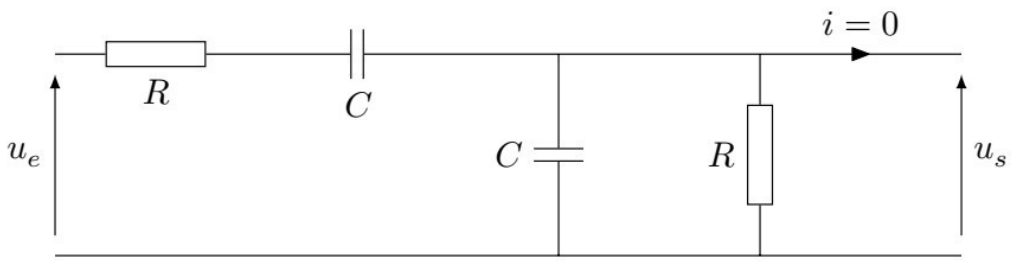


Figure 3. Filtre de Wien

5) Déterminer la fonction de transfert $\underline{K}(j\omega) = \underline{u_s}/\underline{u_e}$ de ce filtre. La mettre sous la forme :

$$\underline{K}(j\omega) = \frac{K_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On exprimera K_0, Q et ω_0 en fonction des composants.

6) A quel type de filtre a-t-on affaire ?

Représenter l'allure du gain en décibels $20log\left(\left|\underline{K}(j\omega)\right|\right)$ de ce filtre en fonction de $20log(\omega)$.

7) Que vaut $\left|\underline{K}(j\omega)\right|$ à la résonance ?

I.3) Oscillateur quasi-sinusoïdal

Le filtre de Wien est inséré dans le montage de la Figure 4 ; on supposera que l'amplificateur linéaire intégré est idéal et fonctionne en régime linéaire.

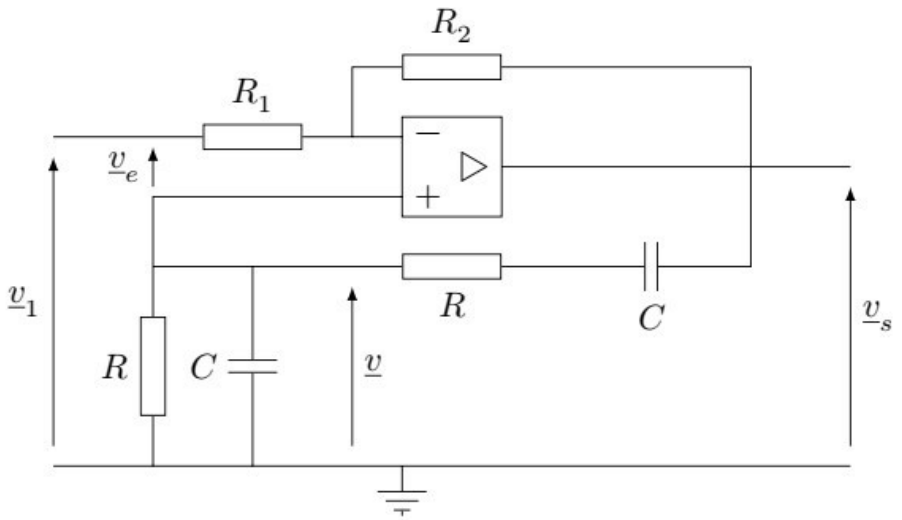


Figure 4. Oscillateur à pont de Wien

On choisit de se placer à la pulsation $\omega_0 = 1/RC$.

8) Que vaut le rapport $\left|\underline{v}/\underline{v_s}\right|$?

9) Exprimer la différence de potentiel $\underline{v}$ en fonction de $\underline{v_e}$, $\underline{v_s}$, R_1 et R_2.

10) Montrer que la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ se simplifie en $\omega = \omega_0$ sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega_0) = -\frac{3}{2}\frac{R_2}{R_1}$$

11) Proposer de valeurs de R_1 et de R_2 permettant à ce montage de fonctionner comme oscillateur.

I.4) Simulation informatique

Avant de réaliser un circuit électronique intégré, il est nécessaire de réaliser des simulations pour vérifier que le circuit fonctionnera comme prévu. On se propose ici d'utiliser le programme Python donné en Annexe 1 pour vérifier la naissance des oscillations.

12) Commenter les valeurs de composants choisis. Pourquoi ne pas avoir pris $R_2 = 20\ \Omega$?

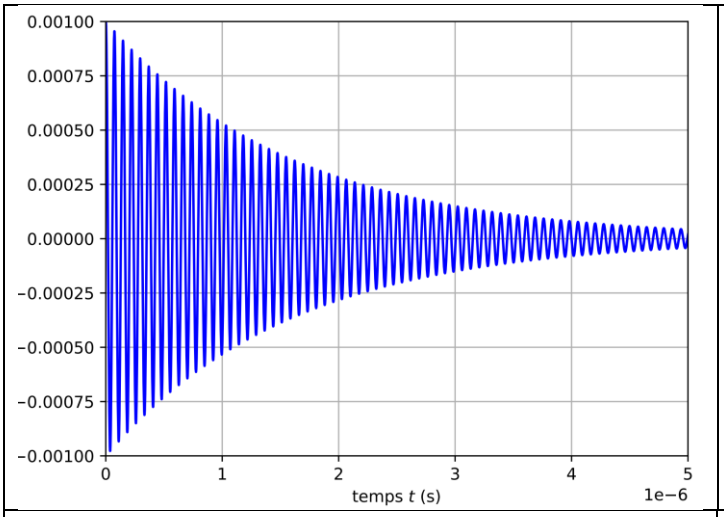
13) Que fait-on des lignes 27 à 29 ? Retrouvez alors que l'équation différentielle vérifiée par $s = v_s$ s'écrit :

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q_{lin}}\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s(t) = 0$$

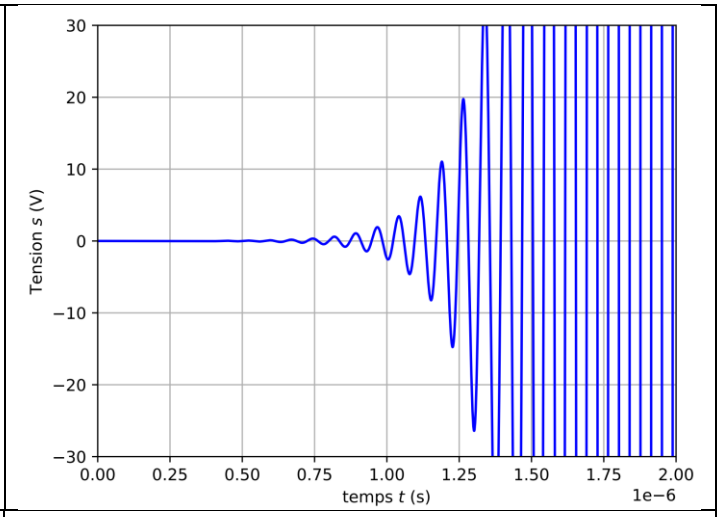
On réutilise le même programme en prenant différentes valeurs pour R_2. On obtient les courbes en Figure 5.

14) Commenter l'allure de chacune d'entre elles, notamment l'allure générale, la période et fréquence des oscillations et l'amplitude des oscillations. Conclure.

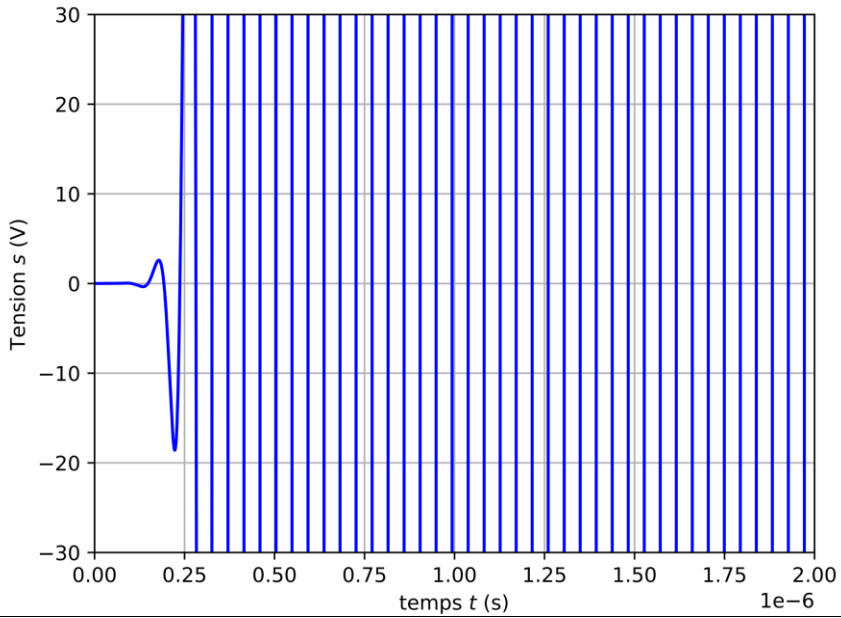
Cette question demande une réponse détaillée. Le barème en tiendra compte.



(a) $R_2 = 19\ \Omega$



(b) $R_2 = 21\ \Omega$



(c) $R_2 = 30\ \Omega$

Figure 5. Tracé de la fonction s pour différentes valeurs de R_2

I.5) Oscillateur à quartz (Version Centrale)

15) Si on ne considère plus l'ALI idéal, expliquer pourquoi ce type de circuit ne peut être utilisé pour les fréquences envisagées.

Plus fiable que les oscillateurs électriques, une lame de quartz peut être utilisée à la place du filtre de Wien. On donne fréquemment pour le quartz le modèle électrique de la Figure 6 qui résume assez bien son comportement.

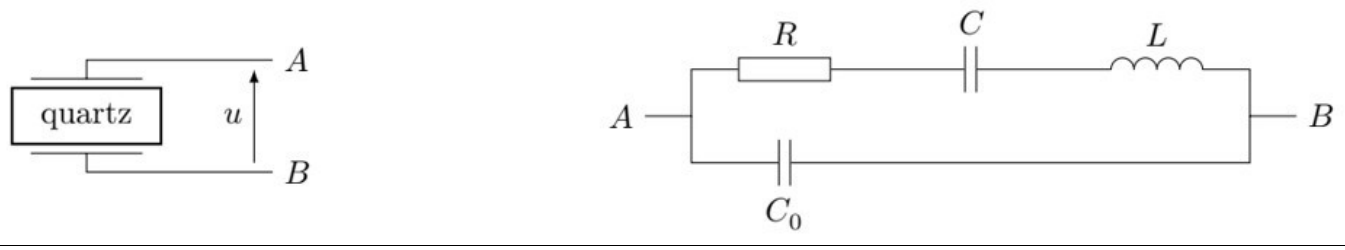


Figure 6. Quartz et modèle équivalent

16) Étudier le comportement asymptotique du modèle : il s'agit, qualitativement, de trouver une représentation simplifiée du quartz pour les cas $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$.

La courbe de la Figure 7 représente l'allure de la partie imaginaire de l'impédance équivalente du modèle électrique du quartz : $Im\left(\underline{Z_{AB}}\right)$ en fonction de la fréquence lorsque la résistance R est négligeable.

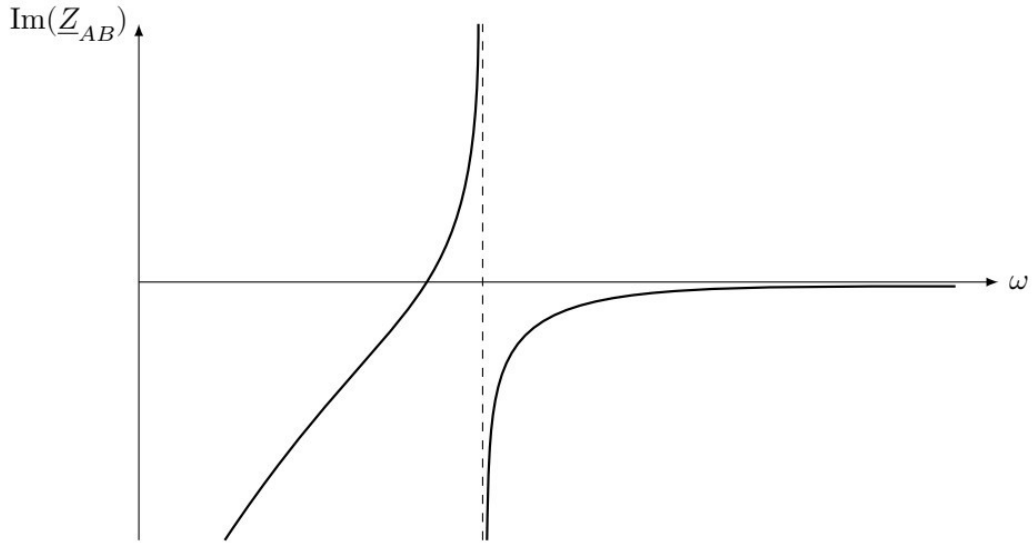


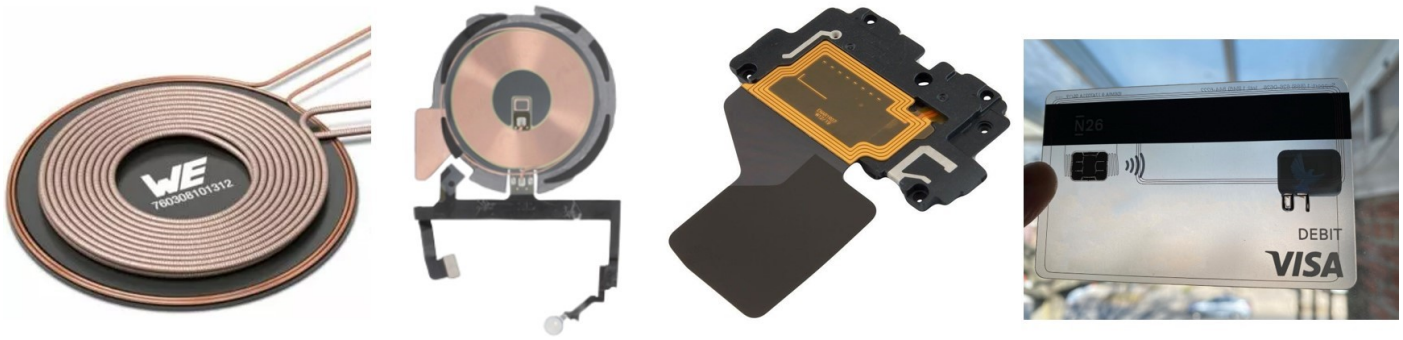
Figure 7. Représentation de la partie imaginaire de l'impédance du quartz en fonction de la pulsation

17) Quelles sont les pulsations remarquables ?

18) Dans quel(s) intervalle(s) peut-on dire que le comportement du quartz est capacitif ?

II) Couplage inductif

Les communications NFC sont basées sur le couplage en champ proche de deux champs magnétiques, celui d'une bobine émettrice et celui d'une bobine réceptrice.



Document 3. Exemples d'antennes NFC

II.1) Etude du champ magnétique généré par une bobine

Considérons tout d'abord le cas d'un solénoïde de longueur l et d'axe de révolution (Oz), comportant N spires circulaires jointives de rayon a, et parcourues par un courant d'intensité variable $i(t)$. On fait l'hypothèse d'être dans le cadre de l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS) : on calcule le champ magnétique créé par des courants variables $i(t)$, comme en magnétostatique par le théorème d'Ampère.

19) Rappeler les équations de Maxwell relatives au champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ et les simplifier dans le cadre de l'ARQS.

20) En déduire deux équations intégrales que l'on commentera.

On suppose dans un premier temps que le solénoïde est infini et on cherche à exprimer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ en tout point M de l'espace, repéré par ses coordonnées cylindriques (r,θ,z). On admet que le champ magnétique est identiquement nul à l'extérieur du solénoïde.

21) En invoquant des arguments de symétries et d'invariances de la distribution de courants, déterminer la direction du champ $\vec{B}(M)$, ainsi que la (ou les) coordonnée(s) dont dépend(ent) son module.

22) En précisant le contour d'Ampère choisi, montrer que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde et déterminer le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde en fonction de l, N et i.

On s'intéresse à présent au cas d'une bobine « plate », constituée (pour simplifier) de N spires circulaires identiques, d'axe de révolution (Oz) et de rayon a, placées dans le plan $z=0$ et parcourues par un courant d'intensité $i(t)$. On se place à nouveau dans le cadre de l'ARQS et on considère un point M de l'axe Oz, de cote $z>0$.

23) Que dire du plan d'équation $z=0$ d'un point de vue des courants ? Qu'en déduire d'un point de vue du champ magnétique ? En déduire une relation simple entre $B_z(-z)$ et $B_z(z)$ où B_z représente la composante du champ magnétique selon (Oz).

On donne l'expression du champ magnétique selon (Oz) créé par la bobine « plate » au point M :

$$B_z(z)=\frac{\mu_0 N i(t) a^2}{2(z^2+a^2)^{3/2}}$$

24) Exprimer le champ magnétique maximal $B_{z,max}$, et déterminer à quelle distance $z_{1/2}$ de la spire le champ magnétique vaut $B_{z,max}/2$, en fonction de a.

On donne sur les Figures 8 et 9 les cartes de champ du solénoïde et de la bobine « plate », simulées.

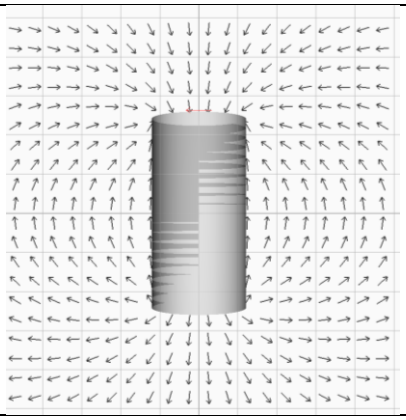


Figure 8. Carte du champ magnétique autour d'un solénoïde de longueur l

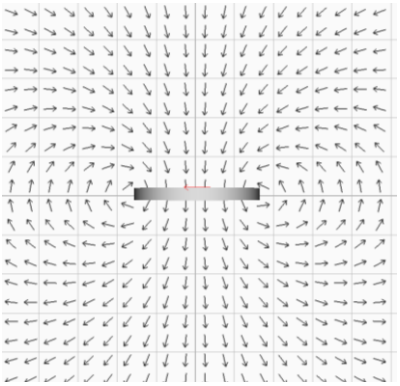


Figure 9. Carte du champ magnétique autour d'une bobine « plate ».

25) Justifier les symétries et/ou antisymétries observées sur chacune de ces cartes de champ.

26) En faisant un bilan sur la surface intérieure du solénoïde, retrouver une propriété énoncée en Q20.

WAKEFIELD, Mass. – May 5, 2020 – The NFC Forum, the global standards and advocacy association for Near Field Communication (NFC) technology, announced today that its Board of Directors approved and adopted the Wireless Charging Specification (WLC) that makes it possible to wirelessly charge small, battery-powered consumer and IoT devices with a smartphone or other NFC charging device at a power transfer rate of up to one watt. This will improve the user experience for the two billion consumers and businesses using smartphones and other NFC-enabled devices.

The WLC enables a single antenna in an NFC-enabled device to manage both communications and charging. This solution makes it easier and more convenient to charge low-power IoT devices such as smart watches, fitness trackers, wireless earbuds, digital pens and other consumer devices.

This NFC specification uses the 13.56 MHz base frequency and leverages the NFC communication link to control the power transfer. NFC technology is unique in that it allows the transfer of power to an NFC tag to enable communication by providing a constant carrier signal. The WLC specification extends this communication functionality of NFC technology to enable wireless charging.

Document 4. Le NFC et la recharge sans fil WLC (source : https://nfc-forum.org/news)

II.2) Transfert de puissance

On modélise à présent le transfert inductif de puissance entre deux bobines, comme celles représentées sur la Figure 3. Une bobine émettrice « plate », de résistance électrique R_1 et d'inductance propre L_1, comportant N_1 spires circulaires de rayon a, est parcourue par un courant imposé par un générateur (non représenté sur la Figure 10). d'intensité :

$$i(t) = I_0 cos(\omega t)$$

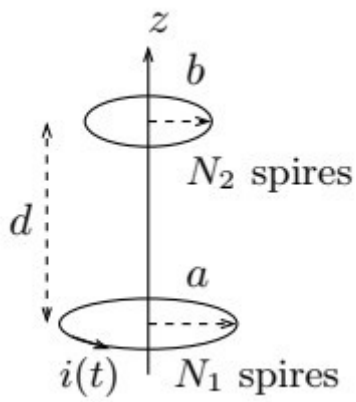


Figure 10. Schéma et notations utilisées

27) Définir et exprimer la puissance instantanée reçue par la bobine émettrice de la part du générateur, notée $P_{reçue}$, en fonction de L_1, R_1, de l'intensité $i(t)$ et de sa dérivée di/dt. En déduire la moyenne temporelle de cette puissance $\langle P_{reçue} \rangle$ en fonction de R_1 et I_0.

On considère également une bobine réceptrice «plate», de résistance électrique R_2, d'inductance propre L_2 et comportant N_2 spires circulaires de rayon b, située à une distance d de la bobine émettrice. On cherche à définir et exprimer le rendement de transfert de puissance entre les deux bobines, dans le cas d'un alignement parfait. On utilise l'expression du champ magnétique $B_z(z)$ créé par la bobine « plate » en un point M de l'axe Oz vue précédemment. Pour simplifier, on suppose ce champ magnétique uniforme dans le plan de la bobine réceptrice.

28) Exprimer le flux ϕ du champ magnétique créé par la bobine émettrice à travers la bobine réceptrice, en fonction de $i(t)$, a, b, d, N_1 et N_2.

29) Le courant $i(t)$ étant variable, il apparaît une force électromotrice (fem) $e(t)$ aux bornes de la bobine réceptrice. Quel phénomène est ainsi mis en évidence ? Donner l'équation locale de Maxwell à l'origine de celui-ci.

30) Après avoir nommé la loi utilisée, exprimer la fem $e(t)$ en fonction de I_0, ω, t, a, b, d, N_1 et N_2. On négligera le flux magnétique propre du circuit récepteur devant le flux extérieur.

31) En négligeant l'inductance propre L_2 de la bobine réceptrice, en déduire la puissance reçue par cette dernière de la part de la bobine émettrice, notée $P_{généré}$, puis sa moyenne temporelle $\langle P_{généré} \rangle$ en fonction de I_0, ω, a, b, d, N_1, N_2 et R_2.

On définit le rendement de transmission de puissance par le quotient :

$$\eta = \frac{\langle P_{généré} \rangle}{\langle P_{reçue} \rangle}$$

32) Montrer que le rendement peut se mettre sous la forme :

$$\eta = k \frac{\mu_0^2 N_1^2 N_2^2 a^4 b^4 \omega^2}{R_1 R_2 (d^2 + a^2)^3}$$

avec k un coefficient sans dimension à expliciter. Ce résultat constitue la loi de Yates.

33) Quelle est l'annonce faite dans le Document 3 ? Pourquoi cela concerne-t-il surtout les objets connectés de faible puissance ?

III) Protection contre le piratage

Comme toutes les technologies sans fil, le NFC est plus sensible aux attaques qu'un réseau câblé, un contact physique n'étant pas nécessaire.

Le Eaves Dropping ou "écoutes aux portes" est le fait de récupérer le signal radio émis par les appareils pour subtiliser des informations personnelles. Il est donc primordial de sécuriser les échanges, ce qui est fait, par exemple, pour la carte Navigo qui ne contient aucune donnée personnelle et dont le contenu est chiffré.
Ces sécurités ne sont pourtant pas en place pour toutes les cartes de paiement NFC, qui disposent d'information bien plus sensibles.
Une solution pour éviter tout piratage est d'utiliser un portefeuille ou porte carte possédant un doublage métallique pour faire office de « cage de Faraday ».

Document 5. Etui pour carte NFC

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$.

III.1) Propagation d'une onde plane progressive monochromatique

34) Rappeler la fréquence f à laquelle se font les communications NFC. Calculer la longueur d'onde λ associée.

35) Rappeler l'expression des équations de Maxwell simplifiées dans un milieu sans charges, ni courants, assimilable au vide.

36) Déduire des équations de Maxwell l'équation de propagation vérifiée dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide par les champs électriques $\vec{E}$ et magnétiques $\vec{B}$.

37) Montrer que l'équation de propagation fait intervenir la vitesse de propagation c de l'onde et donner son expression en fonction de μ_0 et ε_0.

38) On suppose que le champ électrique est polarisé suivant Ox, et que l'onde se propage suivant les z croissants. En appelant l'amplitude du champ électrique E_0, donner une expression possible du champ électrique $\overrightarrow{E_\iota}$ en notant k_0 la norme du vecteur d'onde. On prendra la phase à l'origine du champ électrique nulle. Expliquer la fonction mathématique choisie.

39) Donner, sans démonstration, l'expression de k_0 en fonction de f et c. Aurait-on pu polariser le champ électrique suivant Oz ? Expliquer.

40) Déterminer l'expression du champ magnétique $\overrightarrow{B_\iota}$ associé à cette onde.

41) Donner l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à une onde électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$.
Quelle est la signification physique de ce vecteur ? Quelle est son unité?
En déduire l'expression du vecteur de Poynting $\overrightarrow{\Pi_\iota}$ en fonction de c, ε_0, d'un vecteur unitaire que l'on précisera et de E (norme du vecteur champ électrique) et en calculer sa valeur moyenne temporelle $\langle\overrightarrow{\Pi_\iota}\rangle$.

III.2) Réflexion à la surface de l'étui

L'onde précédente atteint, sous incidence normale, la surface (plan xOy) d'un conducteur métallique supposé parfait (modélisant l'étui étudié) occupant le demi-espace infini ($z \geq 0$) (Figure 11).

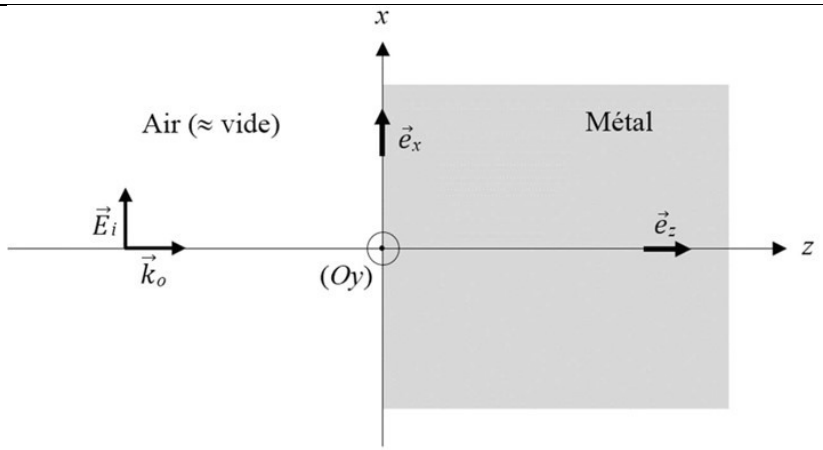


Figure 11. Modélisation du problème

42) Que vaut le champ électrique pour tout $z \geq 0$? Même question pour le champ magnétique.

L'onde précédemment décrite arrive en $z = 0$ et donne naissance à une onde réfléchie se propageant dans la direction (Oz) dans le sens des z décroissants : $\overrightarrow{E_r} = \overrightarrow{E_{0r}}\, cos\left(\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right)$.

43) Montrer que le champ électrique réfléchi est lui aussi polarisé suivant l'axe Ox et établir l'expression du vecteur $\overrightarrow{E_{0r}}$ en fonction de E_0 et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

44) Déterminer l'expression du champ magnétique réfléchi $\overrightarrow{B_r}$.

45) Déterminer le champ électrique $\overrightarrow{E_{total}}$ et le champ magnétique $\overrightarrow{B_{total}}$ du champ électromagnétique résultant de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie dans le demi-espace $z < 0$. Caractériser l'onde résultante.

46) Déterminer les positions des ventres et des nœuds du champ électrique $\overrightarrow{E_{total}}$ résultant de la superposition. Faire de même pour le champ magnétique $\overrightarrow{B_{total}}$. Représenter les variations des champs électriques $\overrightarrow{E_{total}}$ et magnétiques $\overrightarrow{B_{total}}$ résultants de la superposition en fonction de z sur un même graphe.

47) Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\overrightarrow{\Pi_{total}}$ de l'onde résultante ainsi que sa valeur moyenne $\langle\overrightarrow{\Pi_{total}}\rangle$. Commenter.

III.3) Modélisation plus poussée du problème (Version Centrale)

On se place maintenant dans le cas d'un conducteur en aluminium de conductivité électrique $\sigma = 3{,}8.10^7\ S.m^{-1}$ d'épaisseur $a = 1{,}0.10^{-4}\ m$ (Figure 12). Le conducteur n'est plus parfait, il est donc possible à l'onde électromagnétique de pénétrer dans le conducteur et d'y engendrer un champ transmis $\overrightarrow{E_t}$ que l'on pourra mettre sous la forme :

$$\overrightarrow{E_t} = E_{0t} e^{-\frac{z}{\delta}} cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right)\overrightarrow{u_x}\ \ avec\ \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}}$$

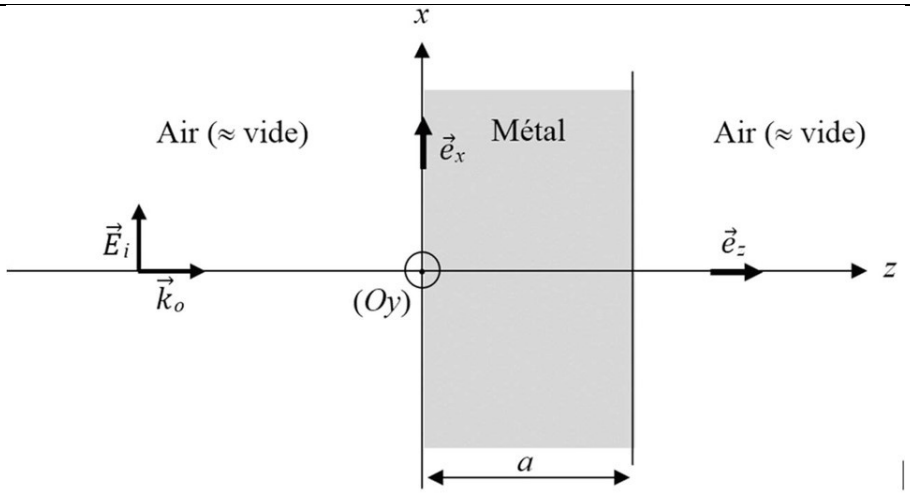


Figure 12. Modélisation du problème

48) Donner l'unité de δ. Quelle peut être sa signification physique ? Calculer sa valeur numérique.

49) Tracer l'allure, pour $z \geq 0$ m, de la courbe représentative de l'amplitude du champ E_t en fonction de z.

50) L'onde transmise est-elle plane ? En déduire l'expression du champ magnétique transmis, $\overrightarrow{B_t}$.

51) Montrer que la moyenne temporelle du vecteur de Poynting de l'onde transmise se met sous la forme :

$$\langle \overrightarrow{\Pi_t} \rangle = \frac{E_{0t}^2}{2\omega\mu_0\delta} e^{-\frac{2z}{\delta}} \overrightarrow{u_z}$$

52) Déterminer la valeur du coefficient d'atténuation de l'onde défini par :

$$A = \frac{\left\| \langle \overrightarrow{\Pi_t}(z=a) \rangle \right\|}{\left\| \langle \overrightarrow{\Pi_t}(z=0) \rangle \right\|}$$

Pour savoir exactement quelle quantité de la puissance incidente de l'onde arrive à traverser l'épaisseur de l'étui, il faut faire appel au coefficient de transmission en puissance T, défini pour $z = 0$ et $z = a$ par :

$$T = \frac{\left\| \langle \overrightarrow{\Pi_t}(z=0) \rangle \right\|}{\left\| \langle \overrightarrow{\Pi_i}(z=0) \rangle \right\|} = \frac{\left\| \langle \overrightarrow{\Pi_i}(z=a) \rangle \right\|}{\left\| \langle \overrightarrow{\Pi_t}(z=a) \rangle \right\|}$$

53) Pour une valeur de $T = 1{,}2.10^{-5}$, déterminer le rapport :

$$\frac{\left\| \langle \overrightarrow{\Pi_i}(z=a) \rangle \right\|}{\left\| \langle \overrightarrow{\Pi_i}(z=0) \rangle \right\|}$$

Conclure sur l'opportunité de protéger la carte bancaire par une feuille d'aluminium.

Quelques propriétés de l'eau

I) Géométrie de la molécule

L'eau est un élément essentiel permettant la vie sur notre planète. Le corps humain en contient près de 60%. On s'intéresse ici à la molécule d'eau et son interaction avec un champ électrique extérieur.

54) Donner la formule de Lewis de la molécule d'eau en la justifiant.

55) Donner la géométrie de la molécule en la nommant et la justifiant.

56) La molécule possède-t-elle un moment dipolaire ? Expliquer et le représenter sur la molécule dessinée précédemment.

57) Lorsque l'on approche une règle en plastique préalablement frottée sur un pull en laine d'un filet d'eau. Le filet d'eau a tendance à se rapprocher de la règle. Expliquer ce phénomène.

58) Quelle propriété de l'eau fait d'elle un solvant très efficace pour les molécules protiques ? Expliquer.

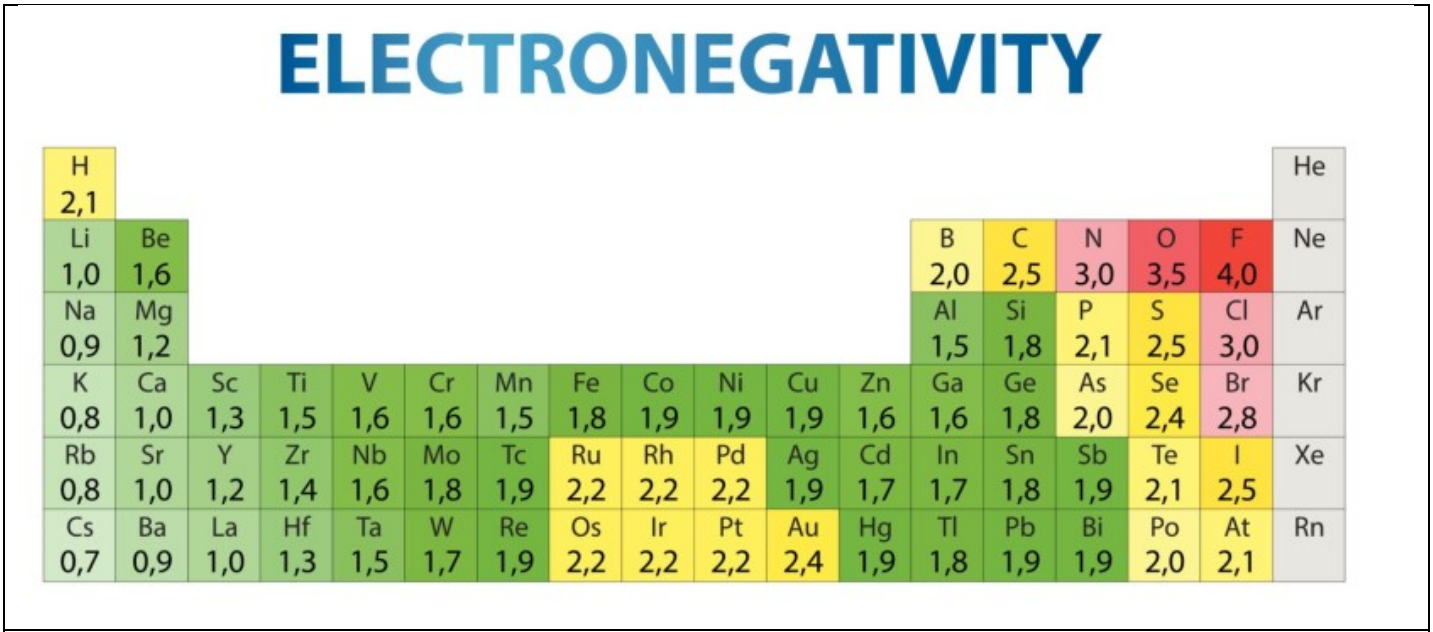


Figure 13. Classification périodique et électronégativité

II) Four à micro-onde (Version Centrale)

La fréquence des ondes utilisées dans un four à micro-ondes est généralement égale à 2,50 GHz. Dans un modèle approché simplifié, on considérera le four à micro-ondes comme un parallélépipède rectangle d'arêtes parallèles aux axes Ox, Oy et Oz, Oz étant la verticale ascendante et de faces d'équations : x = 0 et x = d ; y = 0 et y = d ; z = 0 et z = d (Figure 14).

On mène une étude simplifiée de l'onde présente dans le four à micro-ondes. On admet que l'onde résultante à l'intérieur du four s'écrit sous la forme :

$$\vec{E} = 2E_0\, sin(\omega t)\, sin(kx)\, \overrightarrow{e_y}$$

où E_0 est une constante.

On suppose que le four est vide, c'est-à-dire sans aliment et donc rempli d'air, de caractéristiques assimilables avec une excellente approximation à celles du vide. Ses parois sont épaisses constituées de conducteur parfait.

59) En déduire que le champ électrique total est nul au niveau des parois $x = 0$ et $x = d$. Écrire les conditions aux limites que cela impose pour $\vec{E}$.

60) Montrer que cela entraîne : $\vec{E} = 2E_0\, sin(\omega t)\, sin\left(n\pi \frac{x}{d}\right) \overrightarrow{e_y}$ avec n un entier.

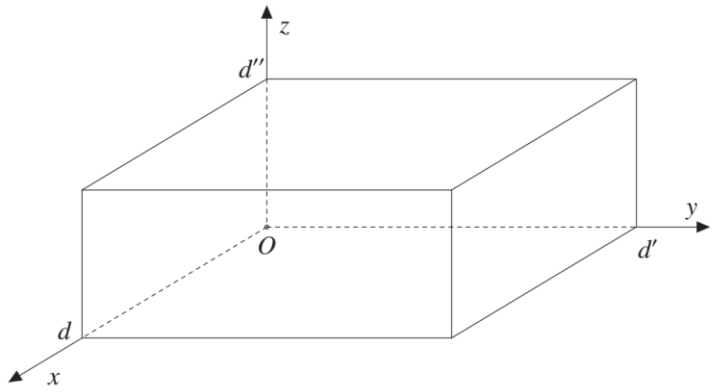


Figure 14. Représentation schématique du four à micro-ondes

Annexe 1

```
1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy as np
3
4  ## Paramétrage des grandeurs électriques
5  R = 11.74
6  R1 = 10
7  R2 = 21
8  r = R2/R1
9  C = 10**(-9)
10 omega_0 = 1/(R*C)
11 Q_lin = 1/(2-r)
12
13 ## Conditions initiales
14 s_0 = 0.001
15 dots_0 = 0.001
16
17 ## Paramétrage et initialisation de la simulation
18 duree = 0.00001
19 Delta_t = 10**(-9)
20 N = 1 + int(duree / Delta_t)
21
22 t = np.array([k * Delta_t for k in range(N)])
23 s = np.array([s_0] + [0 for k in range(N - 1)])
24 dots = np.array([dots_0] + [0 for k in range(N - 1)])
25
26 ## Génération de la tension s
27 for k in range(0, N - 1):
28     s[k + 1] = s[k] + dots[k] * Delta_t
29     dots[k + 1] = dots[k] * (1 - omega_0*Delta_t/Q_lin) - (omega_0**2) * Delta_t * s[k]
30
31 ## Affichage des tensions
32 plt.plot(t,s,'b')
33 plt.xlabel("temps $t$ (s)")
34 plt.ylabel("Tension $s$ (V)")
35 plt.axis([t[0], t[2000],-30, 30])
36 plt.grid()
37 plt.show()
```

Annexe 2 : Données

Constantes physiques :
Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 m.s^{-1}$
Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} H.m^{-1}$
Permittivité du vide : $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9} F.m^{-1}$

Formules mathématiques :

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{a})\right) = \overrightarrow{grad}\left(div(\vec{a})\right) - \vec{\Delta}(\vec{a})$$

$$cos(p) - cos(q) = -2\,sin\left(\frac{p+q}{2}\right)sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$cos(p) + cos(q) = 2\,cos\left(\frac{p+q}{2}\right)cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Théorème de Stokes :
Soit une surface ouverte S s'appuyant sur un contour fermé C dans une région de l'espace V où est défini un champ de vecteur $\vec{a}$, alors :

$$\oint_C \vec{a} \cdot \overrightarrow{dl} = \iint_S \overrightarrow{rot}(\vec{a}) \cdot \overrightarrow{dS}$$

Théorème d'Ostrogradsky : Soit une surface fermée S limitant un volume fini V à l'intérieur duquel est défini un champ de vecteur $\vec{a}$. Si les dérivées partielles de $\vec{a}$ sont bornées dans V alors :

$$\oiint_S \vec{a} \cdot \overrightarrow{dS} = \iiint_V (div\vec{a})dV$$

Relations de passage entre deux milieux :
Soit $\sigma(M)$ la densité surfacique de charge au point M, la relation suivante résume la relation de passage du champ électrique à la traversée de la surface :

$$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\varepsilon_0}\vec{n}_{1\to 2}$$

Aide aux applications numériques		
$\frac{1}{3{,}14 \times 2 \times 1{,}174} = 0{,}1356$	$\frac{2{,}5}{3{,}5} = 0{,}71$	$\frac{1}{0{,}71} = 14$
$\frac{5}{5{,}5} = 0{,}91$	$\frac{1}{0{,}91} = 11$	$\frac{3}{1{,}356} = 2{,}21$
$e^{-1} = 0{,}37$	$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{1{,}356 \times 3{,}8.10^7}} = 0{,}22.10^{-4}$	$e^{-10} = 4{,}54\,.10^{-5}$
$1{,}2^2 \times 4{,}54 = 6{,}5$		