

Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen

Extrait du programme

La partie 1.1 « Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen » introduit sur le contexte de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.	
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme.	Établir la relation entre la dérivée de la pression par rapport à une coordonnée verticale, la masse volumique et le champ de pesanteur. Établir l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.

Sommaire

1	FORCES AU SEIN D'UN FLUIDE AU REPOS	2
1.1	DEFINITION DU SYSTEME	2
1.2	BILAN DES FORCES	2
2	RELATION DE STATIQUE DES FLUIDES	2
2.1	PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE	2
2.2	RELATION DE STATIQUE DES FLUIDES	2
3	EXERCICES DE COURS	3
3.1	CAS D'UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE ET HOMOGENE	3
3.2	CAS DE L'ATMOSPHERE ISOTHERME DANS LE MODELE DU GAZ PARFAIT	3
3.3	COMPARAISON DES DEUX MODELES	3
4	QUESTIONS DE COURS	4
5	EXERCICES TYPE ORAL	5
5.1	BAROMETRE DE TORRICELLI	5
5.2	TUBE EN U CONTENANT DEUX LIQUIDES	5
5.3	MODELES D'ATMOSPHERE	5
6	DM POUR LE 10/10/2022	6

3 Exercices de cours

3.1 Cas d'un fluide incompressible et homogène

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On utilisera une base cartésienne. L'accélération de la pesanteur est supposée uniforme et vaut : $\vec{g} = -g\vec{u}_z$.

1) Définir les termes « fluide incompressible » et « fluide homogène ». Donner un exemple.

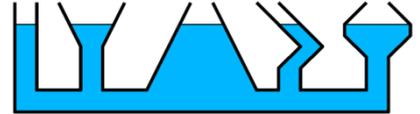
2) En partant de la relation fondamentale de la statique des fluides, montrer que, dans un fluide incompressible et homogène, la variation de pression entre deux points A et B , $P(B) - P(A)$, est proportionnelle à la différence de hauteur entre ces deux même points, $z(B) - z(A)$.

3) On souhaite ainsi modéliser la variation de pression dans le cas de l'océan. On choisit l'origine de l'axe Oz à la surface de l'eau et on note la pression P_{atm} . Montrer que la pression varie selon :

$$P(z) = P_{atm} - \mu gz \quad \text{pour } z \leq 0$$

4) Commenter l'expression précédente. On pourra notamment calculer la pression à 10m de profondeur.

5) Expliquer le principe des vases communicants. Dans ces vases reliés entre eux mais de taille et formes différentes, on peut remarquer que la hauteur du liquide est la même dans tous les vases.



3.2 Cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On utilisera une base cartésienne. L'accélération de la pesanteur est supposée uniforme et vaut : $\vec{g} = -g\vec{u}_z$. On note la pression à l'altitude $z = 0$, P_{atm} .

1) Définir les termes « atmosphère isotherme », « gaz parfait » et « fluide compressible ». Donner un exemple.

2) En partant de la relation des gaz parfaits, relier la masse volumique μ du gaz parfait et sa pression P .

3) Intégrer la relation fondamentale de la statique des fluides entre l'altitude $z = 0$ et l'altitude z . Montrer que la variation de pression varie de manière exponentielle avec l'altitude selon : $P(z) = P_{atm} \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ avec $H = \frac{RT_0}{Mg}$. On précisera la dimension de la grandeur H .

4) Commenter l'expression précédente. On pourra notamment calculer la pression à $z = 3H$.

3.3 Comparaison des deux modèles

Dans le cas d'un fluide incompressible, la dépendance avec l'altitude est linéaire. Dans le cas d'un fluide compressible et isotherme, la dépendance avec l'altitude est exponentielle.

1) Pour des altitudes (ou profondeur) très faibles, comparer les deux expressions obtenues précédemment.

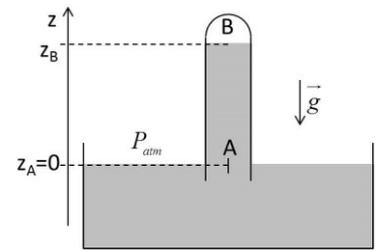
4 Questions de cours

- 1) Exprimer la densité volumique de forces de pesanteur.
- 2) Exprimer la densité surfacique de forces de pression.
- 3) Démontrer la relation de la statique des fluides. On considèrera une particule de fluide de volume $dV = dx dy dz$ et l'axe (Oz) ascendant.
- 4) Démontrer la relation de la statique des fluides. On considèrera une particule de fluide de volume $dV = dx dy dz$ et l'axe (Oz) descendant.
- 5) Retrouver l'évolution de la pression dans le cas d'un fluide incompressible et homogène, l'axe (Oz) étant ascendant.
- 6) Retrouver l'évolution de la pression dans le cas d'un fluide incompressible et homogène, l'axe (Oz) étant descendant.
- 7) Redémontrer la loi de pression en fonction de l'altitude dans le cas d'une atmosphère isotherme à la température T_0 . L'atmosphère peut être considérée comme un gaz parfait. La pression au niveau du sol est notée P_0 . On introduira une hauteur caractéristique H du phénomène que l'on précisera.

5 Exercices type oral

5.1 Baromètre de Torricelli

Le baromètre de Torricelli est composé d'un tube, rempli de mercure retourné sur une cuve, contenant également du mercure. L'atmosphère, qui exerce une pression P_{atm} sur la surface libre du mercure dans la cuve, empêche le tube de se vider.



1) A partir de quelle hauteur AB , la pression en B est-elle nulle ?

2) Expliquer alors le principe de la mesure barométrique (mesure de la pression atmosphérique).

3) Une unité employée parfois pour les pressions est le millimètre de mercure. Comment le convertit-on en Pascal ?

4) Quel serait le problème si l'on utilisait de l'eau, plutôt que du mercure ?

Données :

- masse volumique du mercure : $\mu_{Hg} = 13,5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- masse volumique de l'eau : $\mu_{eau} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- pression atmosphérique : $P_{atm} = 1 \text{ bar}$
- accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

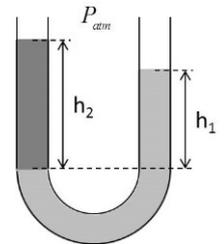
5.2 Tube en U contenant deux liquides

Un tube en U contient deux liquides non miscibles de masses volumiques μ_1 et μ_2 . Ces deux liquides sont en contact avec l'air libre à la pression P_{atm} .

1) Exprimer la masse volumique μ_2 en fonction de μ_1 , h_1 et h_2 .

2) Quel est le liquide le plus dense ?

3) Que dire du principe des vases communicants ?



5.3 Modèles d'atmosphère

L'air de la troposphère (partie de l'atmosphère dans laquelle nous vivons) est considéré comme un gaz parfait de masse molaire M . On suppose le champ de pesanteur uniforme. Au niveau du sol ($z = 0$), la pression est P_0 et la température T_0 .

1) On suppose que la température de l'atmosphère est uniforme. A partir de la relation de statique des fluides, établir la loi de variation de la pression en fonction de l'altitude z . On introduira une hauteur caractéristique H du phénomène.

2) On suppose maintenant que la température de l'air décroît linéairement avec l'altitude z selon la loi ($\lambda > 0$) :

$$T(z) = T_0 - \lambda z$$

2.a) Montrer que la pression à l'altitude z est de la forme :

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{\lambda}{T_0} z\right)^{\frac{T_0}{\lambda H}}$$

2.b) Calculer, dans ce modèle, la pression au sommet de l'Everest (8850 m).

3) Pour $z \ll H$, montrer que les résultats obtenus à l'aide des deux modèles précédents conduisent à une même fonction affine $P(z)$ donnant la pression en fonction de l'altitude.

Données : $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $P_0 = 1,0 \text{ bar}$; $T_0 = 310 \text{ K}$; $\lambda = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$

6 DM pour le 10/10/2022

Le saviez-vous ?

Torricelli, en 1643-1644, a retourné dans une cuvette de mercure des tubes de diamètres différents remplis du même liquide pour constater que le niveau de mercure obtenu était toujours le même quel que soit le diamètre des tubes : 760 millimètres.

En 1648, Pascal a démontré, en faisant gravir au tube de Torricelli le Puy de Dôme, que la pression diminue avec l'altitude et que le bout du tube est rempli de... vide !

Mesurer la pression en météorologie

L'instrument de mesure de la pression atmosphérique est le baromètre. Les météorologistes appliquent des normes définies par l'Organisation météorologique mondiale pour pouvoir comparer les mesures de pression entre elles. Elles sont ainsi ramenées au niveau de la mer et les baromètres sont calés pour indiquer la pression au niveau de la mer.

Il existe plusieurs types de baromètres :

- Le baromètre à mercure – de plus en plus rare du fait de la législation sur le mercure – indique la pression exacte du lieu. Il faut corriger cette pression de l'altitude pour obtenir la pression au niveau de la mer.
- Le baromètre anéroïde contient une ou plusieurs capsules à vide (capsule de Vidie) qui s'écrase plus ou moins en fonction de la pression. Cette variation est amplifiée par un mécanisme déplaçant une aiguille sur un cadran.
- Les baromètres utilisés par Météo-France sont des baromètres numériques compensés en température. En effet, le capteur étant sujet à dilatation en fonction de la température, la mesure de pression est corrigée grâce à un capteur de température.

En météorologie, on mesure aussi la variation de la pression avec l'altitude avec un capteur placé sous un ballon : c'est le radiosondage. C'est la connaissance fine des variations horizontales et verticales de la pression atmosphérique qui permet de déterminer les mouvements de l'atmosphère.



Baromètre anéroïde



Ballon-sonde

Variation horizontale de la pression atmosphérique

Au niveau de la mer, la pression moyenne est de 1 013,25 hPa.

En France métropolitaine, entre 1951 et 2012, on a relevé 951,8 hPa le 25 février 1989 à la Pointe de La Hague (Manche) et 1048,9 hPa à la pointe de Chemoulin (Loire-Atlantique) le 3 mars 1990.

Document 1. Extraits (<http://www.meteofrance.fr/>)

- 1) Démontrer la relation de statique des fluides sans oublier de donner les hypothèses et système étudié.
- 2) Expliquer l'expérience menée par Torricelli. On en donnera un schéma et on s'appuiera sur un calcul pour retrouver la valeur de 760 mm donnée dans le document 1. Pourquoi le diamètre du tube ne change-t-il pas la hauteur de mercure ?
- 3) Commenter l'extrait suivant du document 1 : « le bout du tube est rempli de... vide ! ».
- 4) Quel modèle doit-on adopter et quelles hypothèses doit-on faire pour déterminer la variation de la pression avec l'altitude dans l'atmosphère ?
- 5) Déterminer la valeur de la pression au sommet du Puy de Dôme d'altitude $z_p = 1465m$. Quelle serait alors la hauteur de la colonne de mercure ?