Magnétostatique

Extrait du programme

L'étude de la magnétostatique menée dans la partie **4.2 « Magnétostatique »** s'appuie le plus possible sur les différents aspects qualitatifs et quantitatifs vus en première année ; les étudiants sont donc déjà familiarisés avec le concept de champ magnétostatique.

On aborde les propriétés intégrales du champ et on utilise le théorème d'Ampère pour des calculs dans des cas présentant un haut degré de symétrie.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.2. **Magnétostatique**	
Vecteur densité de courant volumique. Intensité du courant. Distributions de courant électrique volumique et linéique.	Relier l'intensité du courant et le flux du vecteur densité de courant volumique. Justifier la modélisation d'une distribution de courant par une distribution filiforme.
Symétries et invariances des distributions de courant.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de courants. Identifier les invariances d'une distribution de courants. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de courants pour prévoir des propriétés du champ magnétostatique créé.
Propriétés de flux et de circulation. Théorème d'Ampère.	Identifier les situations pour lesquelles le champ magnétostatique peut être calculé à l'aide du théorème d'Ampère. Choisir un contour, une surface et les orienter pour appliquer le théorème d'Ampère en vue de déterminer l'expression d'un champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.
Modèles du fil rectiligne infini de section non nulle et du solénoïde infini.	Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution infinie. Établir les expressions des champs magnétostatiques créés en tout point de l'espace par un fil rectiligne infini de section non nulle, parcouru par des courants uniformément répartis en volume, par un solénoïde infini en admettant que le champ est nul à l'extérieur.
Lignes de champ, tubes de champ.	Orienter les lignes de champ magnétostatique créées par une distribution de courants. Associer les variations de l'intensité du champ magnétostatique à l'évolution de la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de ligne de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution.

Outils numériques

Outils numériques	Capacités exigibles
Représentation graphique d'un champ scalaire ou vectoriel.	Utiliser les fonctions de base (**contour** et **streamplot**) de la bibliothèque matplotlib (leurs spécifications étant fournies) pour représenter des lignes de niveau ou des lignes de champs.

Sommaire

1 MISE EN EVIDENCE DU CHAMP MAGNETIQUE ET EXPERIENCE 3

1.1 BOUSSOLE 3
1.2 EXPERIENCE D'OERSTED 3
1.3 VISUALISATION DE LIGNES DE CHAMP 3

2 DISTRIBUTIONS DE COURANTS ELECTRIQUES 4

2.1 COURANT ELECTRIQUE ET DISTRIBUTIONS FILIFORMES 4
2.2 VECTEUR DENSITE DE COURANT VOLUMIQUE 4

3 SYMETRIES ET INVARIANCES DU CHAMP MAGNETOSTATIQUE 6

3.1 SYMETRIES DE LA DISTRIBUTION DE COURANTS 6
3.2 INVARIANCES DE LA DISTRIBUTION DE COURANTS 8

4 PROPRIETES DU CHAMP MAGNETIQUE 9

4.1 FLUX DU CHAMP MAGNETIQUE 9
4.2 CIRCULATION DU CHAMP MAGNETIQUE 9
4.3 THEOREME D'AMPERE 10

5 DISTRIBUTIONS A HAUT DEGRE DE SYMETRIE 11

5.1 METHODE DE RESOLUTION 11
5.2 FIL RECTILIGNE INFINI PARCOURU PAR UN COURANT I 11
5.3 CYLINDRE PARCOURU PAR UN COURANT VOLUMIQUE 12
5.4 SOLENOÏDE « INFINI » CIRCULAIRE PARCOURU PAR UN COURANT I 13

6 QUESTIONS DE COURS 14

7 EXERCICES D'APPLICATION DIRECTE DU COURS 15

7.1 SYMETRIES DE LA DISTRIBUTION DE COURANTS 15
7.2 INVARIANCE DE LA DISTRIBUTION DE COURANTS 15
7.3 CONSERVATION DU FLUX DE B 15
7.4 CIRCULATION DU CHAMP MAGNETIQUE 16

8 EXERCICES TYPE ORAL ET REVISIONS SUR L'INDUCTION 17

8.1 RAPPELS 17
8.2 CADRE DANS UN CHAMP UNIFORME 17
8.3 BOBINAGE SUR UN NOYAU TORIQUE 17
8.4 BARRES MOBILES SUR DEUX RAILS 18

9 DM POUR LE 09/01/2023 19

9.1 ETUDE DU SOLENOÏDE 19
9.2 ETUDE DU CAPTEUR 19

Nous avons étudié jusqu'à présent les interactions entre des particules chargées immobiles. Mais que se passe-t-il si les particules chargées sont en mouvement ?

Ces particules chargées en mouvement vont créer des courants électriques. L'étude des effets dus à ces courants électriques s'appelle le magnétisme. Notre propos se limitera à la magnétostatique, c'est à dire à la description des phénomènes magnétiques indépendants du temps.

Nous allons reprendre dans un premier temps quelques expériences de visualisation de lignes de champ déjà vu en TSI1 pour resituer l'étude.

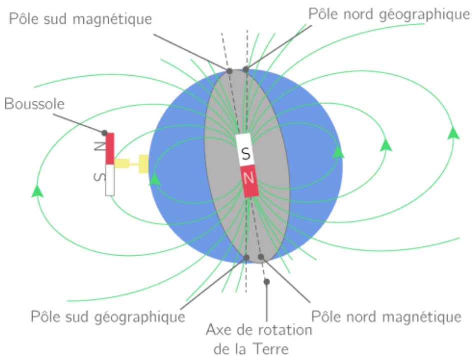
1 Mise en évidence du champ magnétique et expérience

1.1 Boussole

Utilisée pour connaître le Nord magnétique terrestre. La Terre génère un champ magnétique.

Attention :

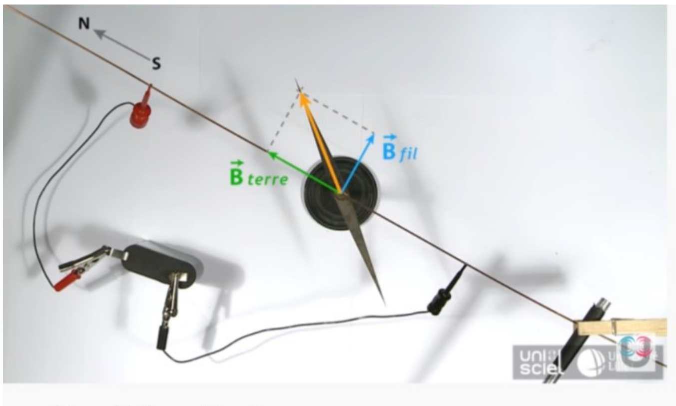
On parle de pôle Nord, mais cela correspond en fait au pôle Sud de l'aimant constitué par la Terre.



1.2 Expérience d'Oersted

On branche un générateur aux bornes de la maquette Pierron contenant un fil et une aiguille. Lorsque l'on met en marche le générateur, l'aiguille s'oriente perpendiculairement au fil.

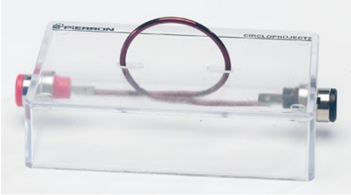
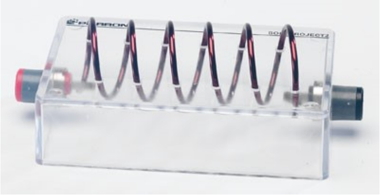
En effet, le fil génère un champ magnétique et l'aiguille s'aligne selon ce champ.



1.3 Visualisation de lignes de champ

A l'aide de différentes maquettes, de limaille de fer et d'un générateur de courant, on est capable de faire apparaître les lignes de champ magnétique de différents circuits et aimants.

On remarque que le champ magnétique s'enroule autour d'un fil et est uniforme dans un solénoïde.


2 Distributions de courants électriques

Le cours de première année a permis de présenter la conduction de l'électricité comme une migration de porteurs de charges.

2.1 Courant électrique et distributions filiformes

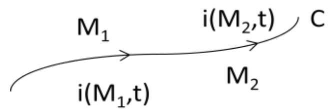
Définition :

L'intensité I (en A) du courant électrique à travers une surface S est liée à la charge dq qui traverse S pendant dt

Elle dépend de l'orientation de S.

Un fil conducteur de faible section à l'échelle macroscopique peut être assimilé à une courbe C (sans épaisseur). Dans cette modélisation, la seule information à laquelle nous avons accès est la quantité de charge passant au point M par unité de temps, c'est à dire l'intensité $I(M,t)$.

La flèche tracée indique l'orientation du vecteur unitaire normal à une section du fil. Un déplacement de charges positives dans le sens de la flèche ou de charges négatives dans le sens contraire correspond à un courant $I(M,t)>0$.



Remarques :

En régime permanent, la charge mobile étant uniformément répartie dans le conducteur et ne pouvant s'accumuler en aucun point du fil, nous pouvons en déduire les propriétés suivantes :

-

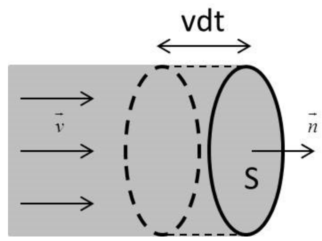
-

On pourra noter l'analogie avec le débit massique.

2.2 Vecteur densité de courant volumique

Dans un conducteur (métal, électrolyte, ...), on considère un ensemble de particules de charge q, de densité volumique n et animées d'un mouvement d'ensemble de vitesse $\vec{v}$. La densité volumique de charges mobiles est notée :

Dans le cas où la normale à la surface $\vec{n}$ est colinéaire à la vitesse $\vec{v}$ uniforme sur la surface et de même sens, l'intensité du courant traversant S s'écrit :



Définition :

Le vecteur densité de courant volumique $\vec{j}$ (A.m^{-2}) associé à un mouvement d'ensemble de particules à la vitesse $\vec{v}$ est :

Dans un cas plus général, lorsque la densité de courant volumique n'est pas identique en tout point de la surface, on utilise un calcul de flux à travers la surface.

Définition :

L'intensité du courant électrique traversant une surface S est égale au flux du vecteur densité de courant volumique $\vec{j}(M,t)$à travers cette surface.

Remarques :

Dans le cas où les particules qui contribuent au courant électrique sont réparties en différentes espèces, alors :

$\vec{j} = \sum_k q_k n_k \overrightarrow{v_k}$

Le signe de l'intensité du courant électrique dépend donc de l'orientation de la surface.

Analogie avec le débit massique ou volumique

3 Symétries et invariances du champ magnétostatique

De manière générale, le calcul de champ magnétostatique n'est pas simple. Calculer un champ vectoriel c'est en effet trouver sa direction, son sens et sa norme en tout point de l'espace. En étudiant les symétries de la distribution de charges, on peut heureusement en déduire dans certains cas la direction et le sens du champ magnétostatique.

3.1 Symétries de la distribution de courants

3.1.1 Plan de symétrie

Définition : Une distribution de courant possède un plan de symétrie Π si : - Π est un plan de symétrie géométrique de la distribution - si tout point P de la distribution a une image P' appartenant à la distribution $\vec{j}(P') = sym[\vec{j}(P)]$	
Propriété : Si le plan Π est **plan de symétrie** de la distribution de courant, alors ce plan est un **plan d'antisymétrie pour le champ magnétostatique**.	
Conséquence : Si M appartient au plan de symétrie Π, alors le champ magnétique est perpendiculaire au plan de symétrie Π : $\vec{B}(M) \perp \Pi$	

3.1.2 Plan d'antisymétrie

Définition : Une distribution de courant possède un plan d'antisymétrie Π^* si : - Π^* est un plan de symétrie géométrique de la distribution - si tout point P de la distribution a une image P' appartenant à la distribution $\vec{j}(P') = -sym[\vec{j}(P)]$	
Propriété : Si le plan Π^* est **plan d'antisymétrie** de la distribution de courant, alors ce plan est un **plan de symétrie pour le champ magnétostatique**.	
Conséquence : Si M appartient au plan d'antisymétrie Π^*, alors le champ magnétique appartient au plan d'antisymétrie Π^* : $\vec{B}(M) \parallel \Pi *$	

3.1.3 Symétrie du champ magnétostatique

Le champ magnétostatique a des propriétés de symétrie opposées à celle de la distribution de courants.

Remarques :

Le champ magnétique a les propriétés de symétrie d'un **vecteur axial** ou « **pseudo-vecteur** ».

Pour trouver la direction du champ magnétostatique en un point M , on cherchera donc les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courants contenant le point M .

On dit qu'une distribution de courants présente un haut degré de symétrie si l'étude des propriétés de symétries de la distribution permet de connaître la direction du champ magnétostatique en tout point de l'espace.

3.2 Invariances de la distribution de courants

Définition :
Une distribution de courants est invariante par translation lorsque l'image de la distribution par la translation est la distribution elle-même.

Si la distribution de courants est invariante par translation selon un axe, le champ l'est aussi : il ne dépend donc pas de la coordonnée le long de cet axe.

Remarque :

Ceci n'est possible qu'avec une distribution s'étendant jusqu'à l'infini.

Définition :
L'invariance par rotation correspond au cas où la distribution obtenue après rotation se superpose rigoureusement avec la distribution initiale que ce soit en position dans l'espace ou en valeur locale de la densité de courants.

Si la distribution de courants est invariante par rotation autour d'un axe, le champ l'est aussi : il ne dépend donc pas de la coordonnée angulaire qui définit la rotation autour de cet axe.

4 Propriétés du champ magnétique

4.1 Flux du champ magnétique

Propriété :

Le flux du champ magnétique ϕ (en Weber : Wb = T.m^2) à travers une surface fermée est nul. On dit que le champ magnétique est à **flux conservatif**.

Remarque :

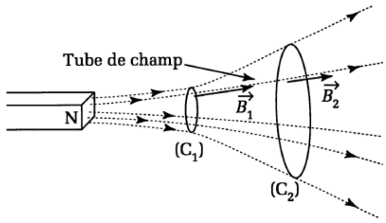
Analogue à la conservation du débit volumique

Conséquences sur la topographie du champ magnétique :

Le flux du champ magnétique garde la même valeur à travers toutes les sections d'un même tube de champ. Il s'évase en se dirigeant vers les champs faibles.

Il est impossible de créer un champ magnétique où les lignes de champ partiraient toutes d'un même point, puisque cela signifierait que le flux du champ magnétique qui entoure ce point est non nul.

Les lignes de champ magnétostatique ne divergent pas à partir de leur source (les courants) : elles « tourbillonnent » autour de cette source (opérateur rotationnel).



4.2 Circulation du champ magnétique

Exemple : Fil rectiligne illimité de direction Oz

Le champ magnétique généré par ce fil se met sous la forme : $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$

La circulation du champ magnétique sur un circuit fermé Γ est donnée par l'expression suivante :

On peut distinguer deux cas :

Le circuit n'entoure pas le fil :

Le circuit entoure le fil :

4.3 Théorème d'Ampère

Théorème d'Ampère :

Remarque :

On peut appliquer le théorème de superposition au champ magnétique.

I_{int} correspond à la somme algébrique de toutes les intensités intérieures à Γ (ou enlacées par Γ). L'intensité est comptée positivement si elle traverse Γ dans le sens positif ou direct (règle du tire-bouchon).

Conséquences sur la topographie du champ magnétique :

Un tire-bouchon qui tourne dans le sens du courant (respectivement sens des lignes de champ) progresse dans le sens du champ à l'intérieur du circuit (respectivement sens de l'intensité du courant) + petit bonhomme d'Ampère.

5 Distributions à haut degré de symétrie

5.1 Méthode de résolution

Méthode de résolution (en utilisant le théorème d'Ampère) :

1- Rechercher les symétries et invariances.

2- Choisir le contour orienté et fermé d'Ampère

3- Calcul du champ magnétostatique

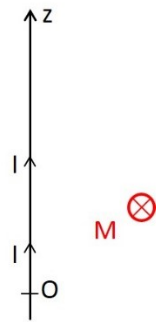
5.2 Fil rectiligne infini parcouru par un courant I

On considère un fil rectiligne infini confondu avec l'axe Oz et parcouru par un courant I. Le courant et l'axe Oz sont orientés dans le même sens. Ce système modélise un circuit fermé comportant une portion rectiligne de longueur L grande devant la distance r au point M où est évalué le champ $\vec{B}$. Le point $M(r,\theta,z)$ est repéré par ses coordonnées cylindriques.

Modélisation d'une situation courante : fil quelconque parcouru par un courant permanent qui créé un champ magnétique en un point M voisin du fil

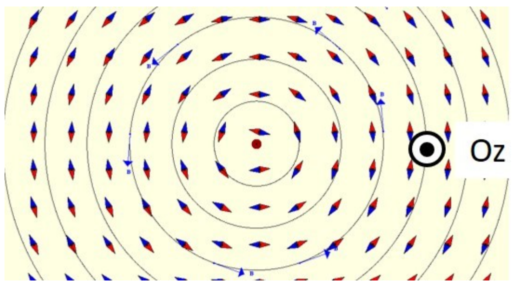
5.2.1 Symétrie et invariance

Symétries :



Invariances :

5.2.2 Contour d'Ampère



5.2.3 Calcul du champ magnétostatique

Circulation :

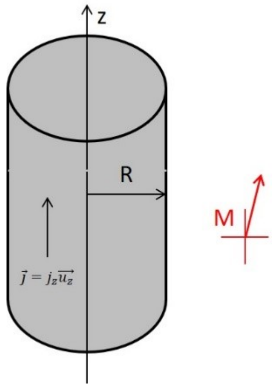
Courant intérieur :

Théorème d'Ampère :

5.3 Cylindre parcouru par un courant volumique

Un cylindre infini de rayon R et d'axe Oz est parcouru par une un courant volumique $\vec{j} = j_z\overrightarrow{u_z}$ ($j_z > 0$) uniforme.On cherche à déterminer le champ magnétique en tout point.

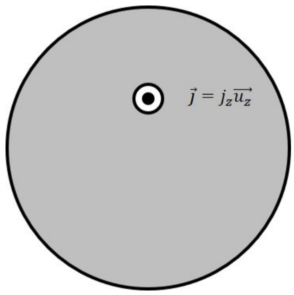
5.3.1 Symétrie et invariance



Symétries :

Invariances :

5.3.2 Contour d'Ampère



5.3.3 Calcul du champ magnétostatique

Circulation :

Courant intérieur :

Théorème d'Ampère :

5.4 Solénoïde « infini » circulaire parcouru par un courant I

On considère un solénoïde d'axe Oz de taille infinie. Le solénoïde est constitué de spires jointives enroulées sur un cylindre : soit R son rayon et n son nombre de spires par unité de longueur. Il est parcouru par un courant d'intensité I. Nous calculons ici le champ en tout point intérieur au solénoïde.

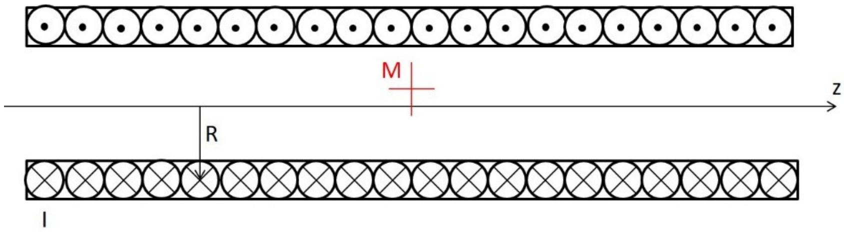
Le point $M\left(r,\theta,z\right)$ est repéré par ses coordonnées cylindriques.

Modélisation d'une situation courante : champ magnétique créé dans une bobine

Hypothèse supplémentaire : le champ magnétostatique est nul à l'extérieur du solénoïde (à comprendre avec les lignes de champ).

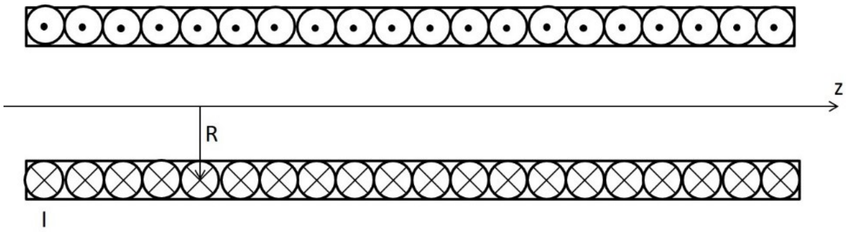
5.4.1 Symétrie et invariance

Symétries :



Invariances :

5.4.2 Contour d'Ampère



5.4.3 Calcul du champ magnétostatique

Circulation :

Courant intérieur :

Théorème d'Ampère :

6 Questions de cours

1) Donner la définition de l'intensité du courant électrique. Relier courant électrique et flux du vecteur densité de courant volumique. Comment exprimer le vecteur densité de courant volumique pour un mouvement d'ensemble de porteurs de charges ? On donnera les noms et unités de grandeurs utilisées.

2) Définir les notions de plans de symétrie et d'anti-symétrie pour une distribution de courants. Quelle est la conséquence pour le champ magnétostatique ?

3) Quelle propriété a le flux du champ magnétique (faire une phrase et donner une expression mathématique) ? Donner son unité. Quelle conséquence cela a-t-il sur les lignes de champ ?

4) Enoncer le théorème d'Ampère.

5) Retrouver l'expression du champ magnétostatique généré par un fil infini parcouru par un courant I en tout point de l'espace.

6) Retrouver l'expression du champ magnétostatique généré par un cylindre infini parcouru par un courant volumique selon l'axe du cylindre en tout point de l'espace.

7) Retrouver l'expression du champ magnétostatique généré par un solénoïde infini parcouru par un courant I en tout point intérieur du solénoïde, sachant que le champ extérieur est nul.

7 Exercices d'application directe du cours

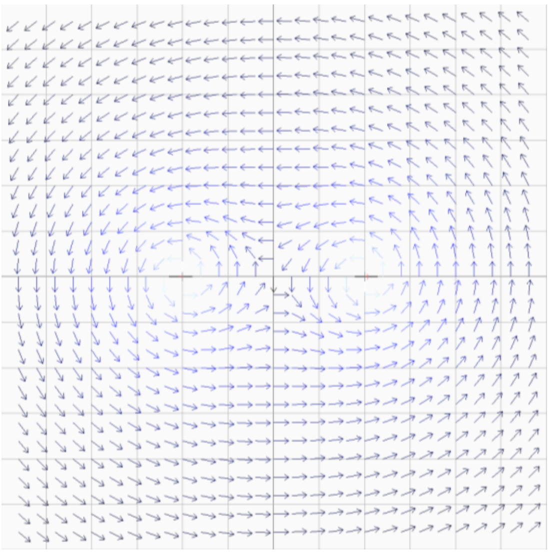
7.1 Symétries de la distribution de courants

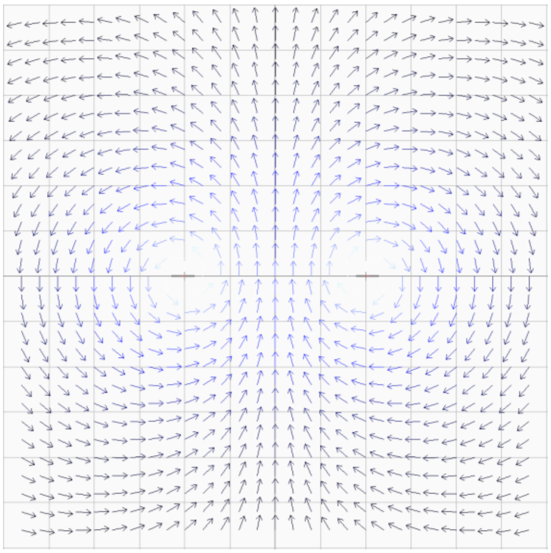
1) Soit un fil infini parcouru par un courant I. Déterminer les plans de symétrie de la distribution de courants. En déduire la direction du champ magnétostatique en un point M situé à une distance r de l'axe du fil ?

2) Soit une spire circulaire parcourue par un courant I. Déterminer les plans de symétrie de la distribution de courants. Que peut-on en déduire sur la direction du champ magnétostatique en un point M situé sur l'axe de la spire ?

3) Soit un solénoïde infini composé de N spires en série parcourues par un courant I. Déterminer les plans de symétrie de la distribution de courants. Que peut-on en déduire sur la direction du champ magnétostatique en un point M situé à l'intérieur du solénoïde ?

4) Retrouver les plans de symétrie du champ magnétostatique correspondant aux deux distributions de courants ci-dessous. Retrouver le sens de parcours des deux fils.





7.2 Invariance de la distribution de courants

1) Soit un fil infini parcouru par un courant I. De quelles coordonnées dépend le champ magnétostatique ?

2) Soit une spire circulaire parcourue par un courant I. De quelles coordonnées dépend le champ magnétostatique ?

3) Soit un solénoïde « infini » composé de n spires par unité de longueur en série parcourues par un courant I. De quelles coordonnées dépend le champ magnétostatique ?

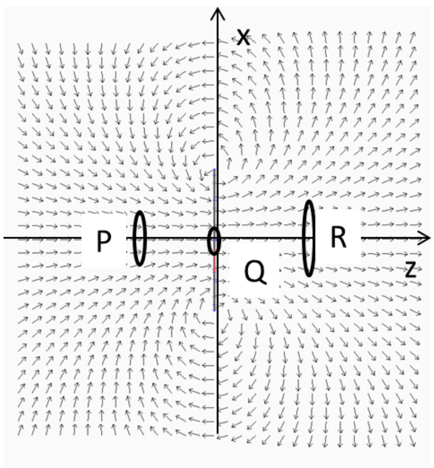
7.3 Conservation du flux de B

Sur une carte de champ magnétique, ont été délimitées 3 surfaces autour des points P, Q et R.

1) Comparer les intensités du champ en P, Q et R.

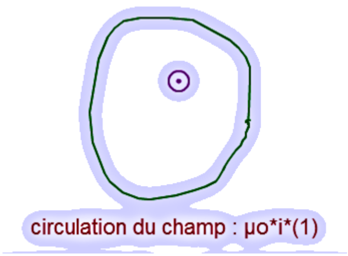
2) La distribution de courants à l'origine de cette carte de champ magnétique est invariante par rotation autour de l'axe Qz. L'identifier à partir d'un examen qualitatif des lignes.

3) Justifier alors, a posteriori, la relation d'ordre proposée initialement.

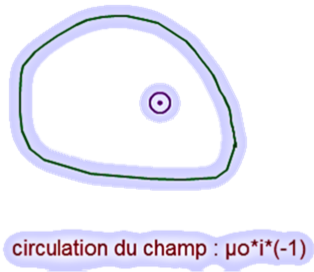


7.4 Circulation du champ magnétique

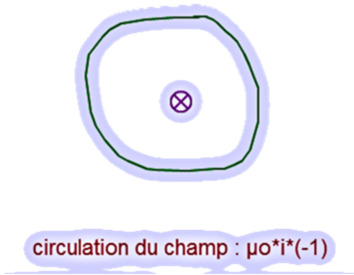
Différentes distributions de courants sont données ci-dessous. Pour chacune d'entre elles, la valeur de la circulation du champ magnétique calculée sur le contour tracé est donnée. Retrouver le sens des contours dessinés. Expliquer la valeur de la circulation trouvée.



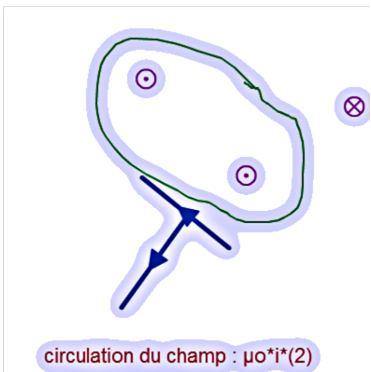
(a)



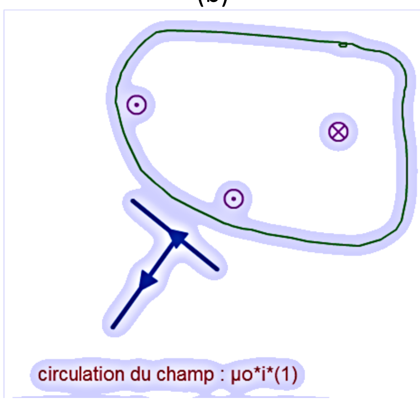
(b)



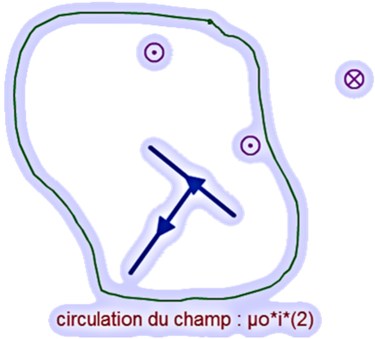
(c)



(d)



(e)



(f)

8 Exercices type oral et révisions sur l'induction

8.1 Rappels

Deux cas d'induction : - circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps
- circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

Forces de Laplace : $\overrightarrow{dF} = I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$

Moment résultant : $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad avec \quad \vec{M} = I\vec{S}$: moment magnétique

Flux du champ magnétique : $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}$

Si $\vec{B}$ uniforme sur la surface S et colinéaire à $\overrightarrow{dS}$, alors : $\Phi = BS$

Loi de Lenz : l'induction par ses effets s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance

Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec e : force électromotrice

Flux propre : flux de $\vec{B}$ créé par le circuit au travers de même circuit, Φ_{propre}

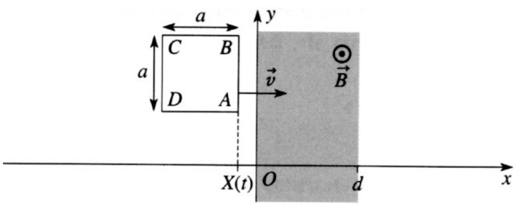
Inductance propre : $\Phi_{propre} = LI$

Flux de mutuelle inductance : flux de $\vec{B}$ créé par le circuit 1 au travers d'un circuit 2 $\Phi_2 = \iint_{S_2} \overrightarrow{B_1} \cdot \overrightarrow{dS}$

Inductance mutuelle : $\Phi_2 = MI_1$ si influence totale $M = \sqrt{L_1 L_2}$

8.2 Cadre dans un champ uniforme

On suppose que le champ magnétique B est uniforme et constant entre les plans (x = 0) et (x = d), et nul ailleurs. Un cadre conducteur carré, de côté a (a < d), de résistance totale R et de côtés parallèles aux axes (Ox) et (Oy), circule avec une vitesse constante v. On désigne par X(t) l'abscisse du côté avant du cadre.



Le but de l'exercice est de déterminer le mouvement du cadre pour cela on effectuera l'étude pour différentes valeurs de $X(t)$:

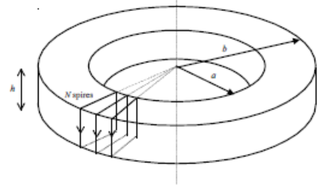
-a) $X(t) < O$: Le cadre n'est pas encore dans la zone de champ magnétique.
-b) $O < X(t) < a$: Le cadre entre dans la zone de champ magnétique.
-c) $a < X(t) < d$: Le cadre est entièrement dans la zone de champ magnétique.
-d) $d < X(t) < d + a$: Le cadre sort de la zone de champ magnétique.
-e) $d + a < X(t)$: Le cadre est entièrement sorti de la zone de champ magnétique.

Pour chaque cas de figure, faire les étapes suivantes :

1) Faire un schéma.
2) Exprimer la force électromotrice induite. En déduire le courant induit.
3) Exprimer la force de Laplace s'exerçant sur le cadre.
4) Donner l'équation du mouvement du cadre. En déduire l'allure de la vitesse du cadre.

8.3 Bobinage sur un noyau torique

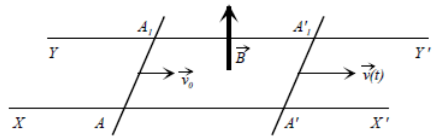
Une bobine est constituée de N spires pratiquement jointives enroulées en une seule couche sur un tore de section carrée. On note a le rayon intérieur du tore et b le rayon extérieur et h la largeur du tore.



1) Déterminer le champ magnétique lorsqu'un courant d'intensité I parcourt le circuit.
2) Déterminer le flux du champ magnétique propre à travers l'une des spires. En déduire une expression de l'inductance propre du bobinage.
2) Un second circuit est bobiné sur le tore, le nombre de spires est N'. Déterminer le coefficient d'induction mutuelle.
3) Application numérique : a = 3 cm, h = 8 mm. Les bobinages ont respectivement 200 et 50 spires. Quelle approximation peut-on faire si h << a ? Quel modèle de solénoïde obtient-on alors ?

8.4 Barres mobiles sur deux rails

Sur deux rails rectilignes parallèles horizontaux XX' et YY', de résistance négligeable, sont placées deux barres mobiles horizontales AA_1 et $A'A'_1$ perpendiculaires aux rails. La distance entre les rails est l = 10cm ; la résistance de la partie de chaque barre comprise entre les deux rails est R = 1 Ω ; chaque barre a une masse m = 10 g. L'ensemble étant soumis à l'action d'un champ magnétique vertical B uniforme d'intensité B = 1 T, on déplace la barre AA_1 en l'approchant de $A'A'_1$, avec une vitesse constante v_0 = 20 cm. s^{-1} normale à AA_1.



Etudier la loi des vitesses v(t) de la barre $A'A'_1$. Tracer le graphe de v(t).

9 DM pour le 09/01/2023

Dans diverses applications, il peut être intéressant de mettre en place un capteur de déplacement. Ce capteur légèrement modifié peut aussi servir de détecteur de métaux. Le capteur utilise une bobine d'auto-induction. On s'intéresse dans un premier temps au champ magnétique créé par un solénoïde dans l'air, puis à partir de là au capteur lui-même, obtenu en insérant une partie mobile à l'intérieur du solénoïde.

9.1 Etude du solénoïde

On considère un solénoïde de longueur l_0 et de rayon R recouvert de N spires jointives bobinées sur un cylindre rempli d'air, dans lesquelles circule un courant électrique d'intensité I (Figure 8). ON considèrera que les propriétés magnétiques de l'air sont celles du vide et que le champ magnétique sur l'axe du solénoïde est donné en norme par la relation $B = \mu_0 \left(\frac{N}{l_0}\right) I$. Tous les calculs de champ magnétique seront menés dans le cas du solénoïde illimité.

1) Donner l'énoncé du théorème d'Ampère.

2) Donner l'allure des lignes de champ magnétique d'un solénoïde à l'intérieur d'un solénoïde infini. On fera pour cela une étude complète des symétries et invariances du problème.

3) En supposant le champ magnétique nul à l'extérieur du solénoïde, déterminer complètement le champ magnétique en tout point intérieur du solénoïde.

4) En déduire l'expression littérale du coefficient d'auto-inductance ou inductance propre L_0 du solénoïde, après en avoir rappelé la définition générale.

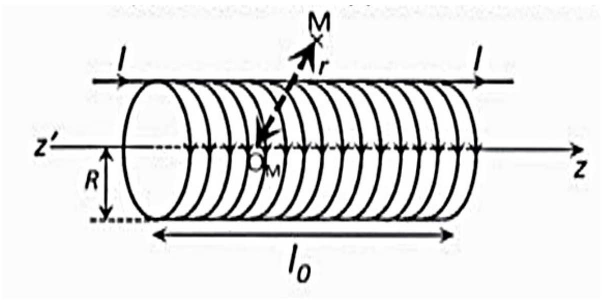


Figure 8. Solénoïde de longueur l_0 constitué de N spires jointives bobinées sur un cylindre rempli d'air, dans lesquelles circule un courant électrique d'intensité I

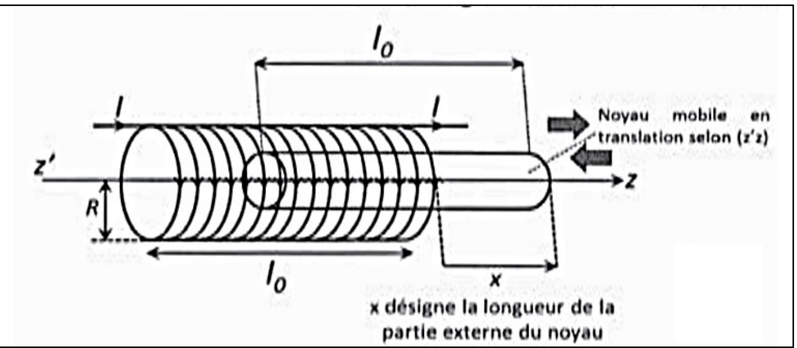


Figure 9. Capteur magnétique à insertion d'un noyau au sein du solénoïde de la Figure 8 initialement rempli d'air.

9.2 Etude du capteur

Le capteur étudié est représenté sur la Figure 9. Une partie mobile de longueur l_0, appelée noyeu, peut se déplacer en translation à l'intérieur du solénoïde initialement rempli d'air. Pour la suite de l'étude, nous admettrons les résultats suivants :

- L'insertion d'un noyau à l'intérieur d'un solénoïde conduit à une modification de son coefficient d'auto-inductance : l'inductance en présence du noyau est le produit de l'inductance dans l'air par un facteur multiplicatif δ ($\delta \gg 1$).
- Le coefficient d'auto-inductance du capteur peut être évalué comme celui résultant de la mise en série de deux solénoïdes :
  - Le premier, de longueur x, est rempli d'air,
  - Le deuxième, de longueur $l_0 - x$, contient le noyau.

5) Déterminer en fonction de N, l_0 et x, le nombre N_1 de spires de la partie gauche du solénoïde sans noyau et celui (N_2) de la partie droite avec le noyau interne.

6) En déduire l'inductance propre de chaque partie puis l'inductance $L(x)$ en fonction de δ, L_0, l_0 et x.

7) Représenter graphiquement $L(x)$ en fonction de x si $0 < x < l_0$.