

Superposition d'ondes lumineuses

Extrait du programme de TSI2

Dans la partie 3.2 « Superposition d'ondes lumineuses », la formule de Fresnel, admise en classe de première année, est démontrée. L'étude de la superposition de N ondes cohérentes ne doit pas donner lieu à des développements calculatoires.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.2. Superposition d'ondes lumineuses	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Justifier et exploiter l'additivité des intensités
Superposition de deux ondes cohérentes entre elles, formule de Fresnel. Facteur de contraste.	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités voisines.
Superposition de N ondes cohérentes, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Mettre en œuvre un spectroscopie à réseau.

Sommaire

1	SUPERPOSITION DE DEUX ONDES LUMINEUSES.....	2
1.1	SUPERPOSITION DE DEUX ONDES MONOCHROMATIQUES	2
1.2	FORMULE DE FRESNEL	2
1.3	ONDES INCOHERENTES	2
1.4	ONDES COHERENTES	2
2	SUPERPOSITION DE DEUX ONDES COHERENTES ENTRE ELLES	2
2.1	DESCRIPTION DU CHAMP D'INTERFERENCES	2
2.2	CONTRASTE D'UNE FIGURE D'INTERFERENCE	2
3	SUPERPOSITION DE N ONDES COHERENTES ENTRE ELLES	3
3.1	INTENSITE LUMINEUSE RESULTANTE.....	3
3.2	DESCRIPTION DU CHAMP D'INTERFERENCE.....	4
4	QUESTIONS DE COURS	5
5	EXERCICES TYPE ORAL	6
5.1	TRAITEMENT ANTI-REFLET – CENTRALE TSI 2017	6
5.2	RADAR AU SOMMET D'UNE FALaise.....	6
5.3	ETUDE DU CONTRASTE : SOURCE CONSTITUEE DE DEUX LONGUEURS D'ONDE	7
6	EXERCICES TYPE ECRIT (A RENDRE POUR LE 13/03/2023) – CCINP TSI 2019	8

3 Superposition de N ondes cohérentes entre elles

Cette partie s'appuie sur les résultats trouvés précédemment. Ainsi, les conditions d'obtention des interférences sont les mêmes :

- même pulsation ω pour toutes les ondes
- déphasage constant dans le temps

On suppose de plus que les ondes lumineuses ont toutes la même amplitude, s_m .

3.1 Intensité lumineuse résultante

On s'intéresse maintenant à N sources ponctuelles lumineuses cohérentes entre elles notées T_1 à T_N qui émettent des ondes planes monochromatiques de même pulsation ω .

Le signal émis par la source T_n avec $n \in \{1..N\}$ se propage et atteint le point M . On peut alors écrire :

Par théorème de superposition, l'onde résultante en M est donc :

L'intensité lumineuse résultante en M (K est pris égal à 1) s'écrit :

On se place dans le cas où les retards de phase suivent une progression arithmétique, tels que :

$$\varphi_n = n\varphi$$

Après calculs, on peut montrer que :

Avec $I_0 = \frac{s_m^2}{2}$, l'intensité lumineuse au point M si il n'y avait qu'une seule source.

3.2 Description du champ d'interférence

On trouve alors la valeur maximale de l'intensité lumineuse résultante quand :

On retrouve donc des interférences constructives au point M quand toutes les ondes sont en phase en M .

En utilisant les notions de différence de marche et ordre d'interférence, on retrouve donc :

Interférences	Intensité lumineuse	Déphasage	Différence de marche	Ordre d'interférences
Constructives				

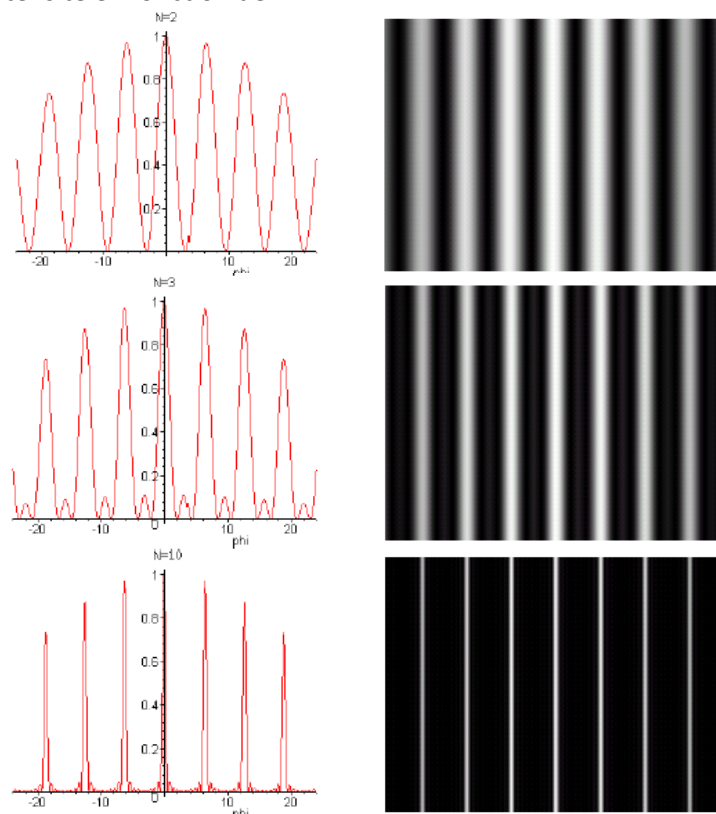
Remarque :

En effectuant un développement limité de l'expression de $I_{tot}(M)$ au voisinage de $\varphi = 0$, on peut montrer que :

De plus, on peut montrer que :

- Les maxima sont d'autant plus fins que N est grand,
- Entre deux maxima "principaux" d'intensité lumineuse, il existe des maxima "secondaires" mais dont l'importance devient négligeable quand N devient grand.

Voici différents tracés de l'intensité en fonction de N .



4 Questions de cours

Soit deux sources O_1 et O_2 émettant des ondes planes monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2 . On note $I_1(M)$ l'intensité lumineuse de l'onde émise par O_1 au point M et $I_2(M)$ celle émise par O_2 au point M .

- 1) Donner l'expression des amplitudes lumineuses $s_1(M, t)$ et $s_2(M, t)$ en fonction de $I_1(M)$, ω_1 et le retard de phase $\varphi_1(M)$ et de $I_2(M)$, ω_2 et le retard de phase $\varphi_2(M)$ respectivement.
- 2) En déduire l'expression de l'intensité lumineuse $I_{tot}(M)$ résultant de la superposition de ces deux ondes au point M en fonction de $I_1(M)$, $I_2(M)$ et $\varphi(M)$ la différence de phase.
- 3) Sous quelles conditions les deux sources précédentes sont-elles dites cohérentes ? Comment s'écrit alors la formule de Fresnel ?
- 4) Donner les relations entre déphasage, différence de marche et ordre d'interférence. Dans la différence de marche intervient un terme appelé différence de marche géométrique. L'exprimer en fonction des chemins optiques provenant des deux sources O_1 et O_2 .
- 5) A quelles conditions sur $\varphi(M)$, $\delta(M)$ et $p(M)$ observe-t-on des interférences constructives ou destructives ?
- 6) Qu'appelle-t-on contraste d'une figure d'interférences ? Dans quel cas, obtient-on un contraste maximum ? Simplifier alors l'écriture de l'intensité lumineuse $I_{tot}(M)$.

On s'intéresse maintenant à N sources ponctuelles lumineuses cohérentes entre elles notées T_1 à T_N qui émettent des ondes planes monochromatiques même amplitude, de même pulsation ω et dont les phases suivent une progression arithmétique.

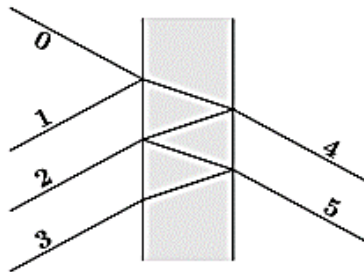
- 7) A quelles conditions sur $\varphi(M)$, $\delta(M)$ et $p(M)$ observe-t-on des interférences constructives ?

5 Exercices type oral

5.1 Traitement anti-reflet – Centrale TSI 2017

I.A – Intensités lumineuses transmise et réfléchiée pour un verre simple

Considérons un rayon incident arrivant sur une lame de verre d'indice $n = 1,5$ baignée dans l'air. Le tableau figure 1 indique les pourcentages des intensités des rayons considérés par rapport au rayon incident, noté 0. D'autres rayons existent mais n'ont pas été représentés.



Rayon	Intensité
0	100%
1	4,0%
2	3,7%
3	0,006%
4	92%
5	0,15%

Figure 1

À l'aide de la figure 1, indiquer quelle est l'intensité lumineuse réfléchiée sur le verre de lunette et comparer celle-ci à l'intensité transmise.

I.B – Un traitement antireflet monocouche consiste à recouvrir la surface du dioptre par une couche d'un matériau sur une épaisseur e comme indiqué sur le schéma de principe figure 2. La lumière incidente est supposée monochromatique de longueur d'onde dans l'air λ .

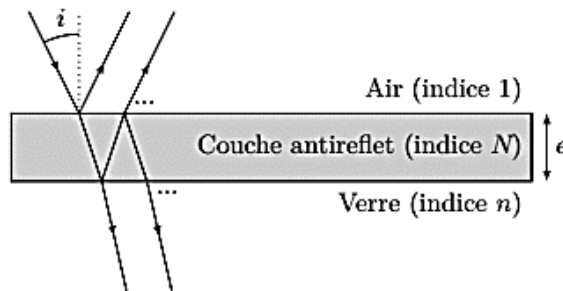


Figure 2

Le principe du traitement est d'utiliser un système interférentiel. L'épaisseur choisie pour la couche est $e = \frac{\lambda}{4N}$.

I.B.1) Préciser pourquoi les différentes ondes réfléchies peuvent interférer entre elles.

I.B.2) En considérant un éclairage sous incidence normale ($i = 0^\circ$) et en traduisant la condition d'interférence destructive entre les ondes 1 et 2, justifier l'expression de e . Quelles autres valeurs pourraient éventuellement être choisies ?

I.B.3) Quelle longueur d'onde va-t-on choisir pour calculer e ?

I.B.4) Citez un autre paramètre ayant une influence sur l'épaisseur choisie à N et λ fixés ?

5.2 Radar au sommet d'une falaise

Une antenne radar R se trouve au sommet d'une colline, au bord d'un lac. L'antenne fonctionne avec une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 400 \text{ m}$. Lorsque la planète Venus se lève au-dessus de l'horizon, elle est repérée par l'antenne. Le premier minimum du signal réfléchi par la surface de Venus est enregistré lorsque Vénus est à 35° au-dessus de l'horizon. La réflexion d'une onde au niveau de l'interface air-eau engendre un retard de phase égal à π .

1) En considérant Vénus comme une source située à l'infini, représenter les deux ondes issues de la source se superposant en R .

2) Déterminer la différence de marche géométrique δ_R entre les deux ondes interférant en R .

3) En déduire la hauteur h de la falaise.

5.3 Etude du contraste : source constituée de deux longueurs d'onde

On considère deux sources ponctuelles composées de deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très proches telles que $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll (\lambda_1, \lambda_2)$. On utilise, par exemple, une lampe à vapeur de sodium.

On pose : $I_{tot,1}(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \delta(M) \right) \right)$ et $I_{tot,2}(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \delta(M) \right) \right)$ les intensités totales résultants de la superposition de deux ondes lumineuses si la source n'était composée que de la longueur d'onde λ_1 pour $I_{tot,1}(M)$ et λ_2 pour $I_{tot,2}(M)$.

- 1) Comment obtenir l'intensité lumineuse totale $I_{tot}(M)$ au point M ?
- 2) Donner son expression sous la forme : $I_{tot}(M) = 4I_0(1 + \cos \alpha \cos \beta)$. On précisera la valeur de α et β .
- 3) En utilisant le fait que $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll (\lambda_1, \lambda_2)$ et donc que $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_0$. Exprimer α et β en fonction de $\delta(M)$, $\Delta\lambda$ et λ_0 .
- 4) L'un des deux cosinus contient ce qu'on appelle le terme d'interférences. Le second cosinus est appelé contraste. Expliquer pourquoi.
- 5) Pour quelle valeur de $\Delta\lambda$ observe-t-on un brouillage de la figure d'interférence ?
- 6) A votre avis que se passe-t-il si la source émet un spectre continu entre λ_1 et λ_2 ?

6 Exercices type écrit (à rendre pour le 13/03/2023) – CCINP TSI 2019

En se promenant, le randonneur peut observer des oiseaux, des insectes et les belles couleurs de leurs ailes (papillons), carapaces (coléoptères, mouches) ou plumes. Il constate que, souvent, la couleur observée est changeante selon l'angle de vue : on parle d'irisation. La simple présence d'un pigment coloré ne peut pas expliquer ces variations de couleurs. Il s'agit en effet d'une couleur liée à la structure microscopique de l'aile, la carapace ou la plume : certaines sont constituées d'un empilement régulier de couches de deux matériaux d'indices optiques différents. Le nombre de couches va de deux à plus de cent selon les cas.

On souhaite expliquer le phénomène optique responsable des irisations. On s'intéresse à une unique couche d'épaisseur e d'un matériau noté c_1 , délimitée par deux couches d'épaisseur négligeable d'un autre matériau noté c_2 . Ces trois couches sont plongées dans l'air comme illustré sur la **figure 5**. On note n_o l'indice optique de l'air et n l'indice optique du matériau c_1 , n et n_o étant différents.

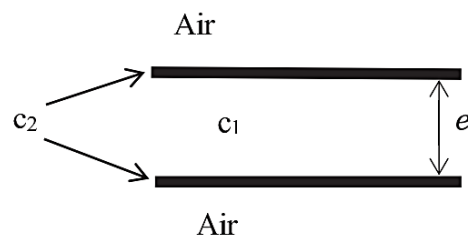


Figure 5 - Multicouche

On considère un rayon lumineux incident supposé monochromatique ; on note λ sa longueur d'onde dans le vide. Le rayon lumineux se divise en un rayon transmis et un rayon (a) réfléchi dans l'air. Le matériau c_2 constitue l'interface sur laquelle le rayon lumineux se divise. Le rayon transmis est lui-même réfléchi puis en partie transmis dans l'air. Le rayon qui ressort est noté (b). Les rayons (a) et (b) sont parallèles : voir la **figure 6**.

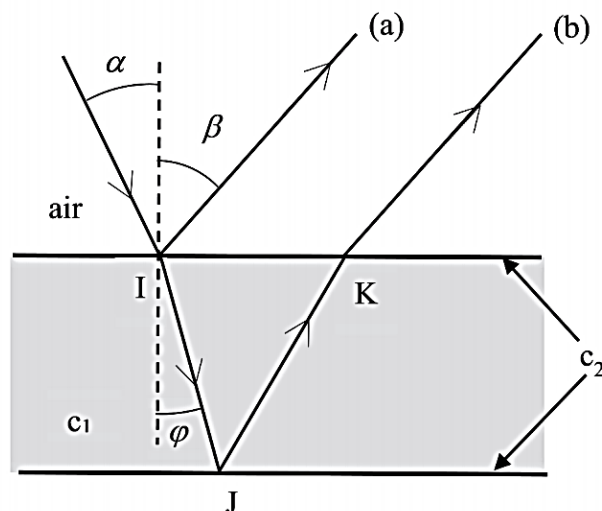


Figure 6 - Trajet des rayons lumineux

Q59. Déterminer l'angle β . Justifier.

Q60. Pourquoi le rayon IJ change-t-il de direction par rapport au rayon incident ? Nommer le phénomène en jeu.

Q61. Les deux rayons (a) et (b) interfèrent. Expliquer en rappelant les conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse.

Les interférences ont lieu à l'infini, les rayons (a) et (b) étant parallèles.

On donne la différence de marche à l'infini entre les rayons (a) et (b) :

$$\delta = 2 n e \cos (\varphi) + \frac{\lambda}{2} . \quad (8)$$

Q62. Donner sans démonstration l'expression de l'intensité lumineuse résultant de la superposition des rayons (a) et (b). On introduira et définira les notations utiles. On supposera l'intensité lumineuse du rayon (a) pris seul identique à celle du rayon (b) pris seul.

Q63. Montrer que :

$$\delta = 2 e \sqrt{n^2 - n_o^2 \sin^2(\alpha)} + \frac{\lambda}{2} . \quad (9)$$

Q64. Démontrer que l'on voit de la lumière dans la direction β telle que $\delta = p\lambda$ où p est un entier. Comment qualifie-t-on les interférences dans ce cas ?

En réalité la lumière incidente est une lumière blanche : c'est la lumière du soleil. Elle contient toutes les longueurs d'onde du spectre visible.

Q65. Expliquer alors que selon l'angle d'observation β de la structure, la lumière réfléchie observée n'a pas la même couleur.

Q66. Supposons que la structure observée soit plongée dans l'eau : sur le schéma de la **figure 5**, page 14 l'air est remplacé par de l'eau. Quel paramètre est modifié ? Cela induit un changement de la couleur observée dans une direction donnée. Expliquer.

On suppose que l'on peut modéliser une aile de papillon par la structure multicouche étudiée précédemment.

Q67. On observe cette aile de papillon sous un angle de 30° . Dans l'air d'indice optique 1,0, l'aile a une couleur bleue. Plongée dans l'acétone d'indice optique 1,4, l'aile a une couleur verte. Montrer que cette observation permet d'estimer e , connaissant l'indice optique de la couche c_1 . On ne demande pas de réaliser cette estimation.

Q68. Si l'épaisseur e est grande, il arrive que la structure devienne transparente : le phénomène d'interférences n'a plus lieu. Expliquer.