

Electronique numérique

Extrait du programme de TSI2

La partie 2.3 « Electronique numérique » est exclusivement étudiée de manière expérimentale et aborde la question du traitement numérique du signal dans le prolongement du programme de première année.

Le phénomène de repliement de spectre est expliqué qualitativement, l'objectif étant de mettre en place la condition de Nyquist-Shannon et de réaliser convenablement une acquisition numérique en vue d'une analyse spectrale.

Afin de mettre en évidence d'autres effets associés à l'échantillonnage, on réalise de manière comparative un filtre analogique passe-bas et un filtre numérique remplissant la même fonction. Ce dernier est réalisé à l'aide d'une chaîne de traitement : CAN, algorithme numérique, CNA. On étudie expérimentalement l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Electronique numérique	
Échantillonnage.	Mettre en évidence l'influence de la fréquence d'échantillonnage.
Condition de Nyquist-Shannon.	Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre dû à l'échantillonnage lors de l'utilisation d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.
Analyse spectrale numérique.	Choisir les paramètres (durée, nombre d'échantillons, fréquence d'échantillonnage) d'une d'acquisition numérique afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon.
Filtrage numérique.	<u>Capacité numérique</u> : réaliser, à l'aide d'un langage de programmation, un filtrage numérique passe-bas d'un signal issu d'une acquisition et mettre en évidence la limitation introduite par l'échantillonnage.

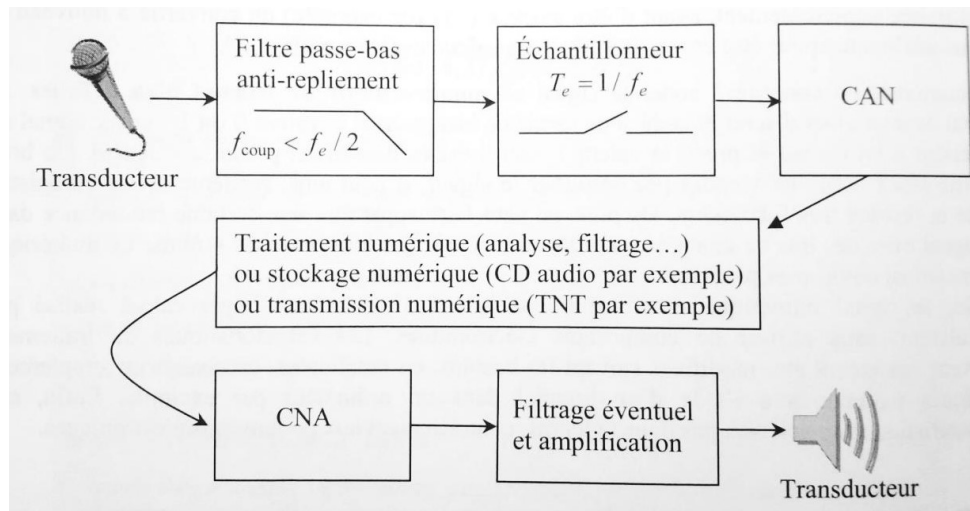
Formation expérimentale

Nature et méthodes	Capacités exigibles
1. Mesures de temps et de fréquences	
Analyse spectrale	Mettre en évidence le phénomène de repliement du spectre provoqué par l'échantillonnage avec un oscilloscope numérique ou un système d'acquisition. Choisir les paramètres d'une acquisition numérique destinée à une analyse spectrale afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon, tout en optimisant la résolution spectrale.
4. Électricité	
Électronique numérique	Utiliser un convertisseur analogique-numérique et un convertisseur numérique-analogique lors d'un filtrage numérique.

Sommaire

1	ECHANTILLONNAGE	3
1.1	DEFINITION	3
1.2	CONDITION DE NYQUIST-SHANNON	3
1.3	REGLAGE ET LIMITE D'UNE CARTE D'ACQUISITION	4
1.4	REGLAGE DE L'OSCILLOSCOPE NUMERIQUE	5
1.5	ECHANTILLONNAGE D'UN SIGNAL ELECTRONIQUE	6
2	FILTRAGE NUMERIQUE.....	9
2.1	THEORIE	9
2.2	MANIPULATIONS.....	11
3	QUESTIONS DE COURS	13
4	EXERCICES	13
4.1	ECHANTILLONNAGE D'UN SIGNAL AUDIO	13
4.2	CCINP PSI 2021.....	13

Si la physique continue à être appréhendée par l'intermédiaire de capteurs analogiques, qui transforment la grandeur physique $G(t)$ en un signal analogique $u_G(t)$, il n'en va pas de même pour son traitement. Le signal analogique est converti en signal numérique qui se prête alors plus facilement à un traitement informatique.



Ce chapitre a pour but de préciser les conditions mathématiques et expérimentales d'une bonne conversion et de s'initier au traitement numérique du signal.

1 Échantillonnage

1.1 Définition

Définition :

L'échantillonnage est l'opération qui consiste à mesurer un signal en capturant des valeurs à intervalles réguliers. L'intervalle de mesure s'appelle la période d'échantillonnage, T_e .

1.2 Condition de Nyquist-Shannon

1.2.1 Explication qualitative

On utilise l'animation se trouvant sur :

<https://www.youtube.com/watch?v=ICZ4pyJYwmM&feature=youtu.be>

Un stroboscope est un appareil qui émet des flashes de lumière très brefs. La fréquence de ces flashes peut être réglée. Dans le noir total, on pourra donc observer un mouvement pendant des instants très brefs. Pour pouvoir se rendre compte du mouvement, il faut cependant que la fréquence de ces flashes (cadence) soit correctement réglée.

Un disque noir sur lequel se trouve une pastille blanche est en rotation dans le sens direct à une vitesse constante ω_S telle que $\omega_S = 2\pi f_S = \frac{2\pi}{T_S}$. On se place dans l'obscurité et on observe le disque à chaque flash du stroboscope. La fréquence des flashes est notée $F_e = \frac{1}{T_e}$, aussi appelée fréquence d'échantillonnage.

1) Sous quelles conditions, pourrait-on retrouver le sens de rotation du disque à partir des images obtenues à chaque flash ?

2) Comment pourrait-on remonter à sa vitesse de rotation ?

3) Que se passe-t-il quand $f_S = F_e$?

On peut faire le même type d'observation en utilisant les cuves à onde Pierron.

Remarque :

On retrouve ce phénomène dans les films au cinéma. Les roues des voitures semblent tourner à l'envers et à la mauvaise vitesse. Ceci est dû à une inadéquation entre la fréquence de rafraîchissement des images (24 images par seconde en général) et la vitesse de rotation des roues bien supérieure.

Liens : <http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/delices/cinema/stroboscope.htm>

4) A partir des observations précédentes, quelle doit-être la fréquence des flashes, aussi appelée fréquence d'échantillonnage pour pouvoir déterminer le sens et la vitesse de rotation du disque ?

1.2.2 Condition de Nyquist-Shannon

Critère de Shannon :

Un signal est correctement représenté à partir de ses échantillons, si la fréquence d'échantillonnage F_e est supérieure à deux fois la fréquence maximale F_{max} de son spectre.

$$F_e > 2F_{max}$$

Exemple :

La fréquence d'échantillonnage pour lire un CD musical est fixée à 44 kHz, supérieure au double de la fréquence maximale audible par une oreille humaine, qui est de l'ordre de 20 kHz.

1.3 Réglage et limite d'une carte d'acquisition

Nous allons ici utiliser les cartes d'acquisition MyDaq et le logiciel NI Elvis sur les ordinateurs portables.

La fréquence d'échantillonnage maximale de la carte MyDaq est de 200kHz.

5) Quelle est la fréquence maximale que l'on pourra mesurer à l'aide de cette carte ?

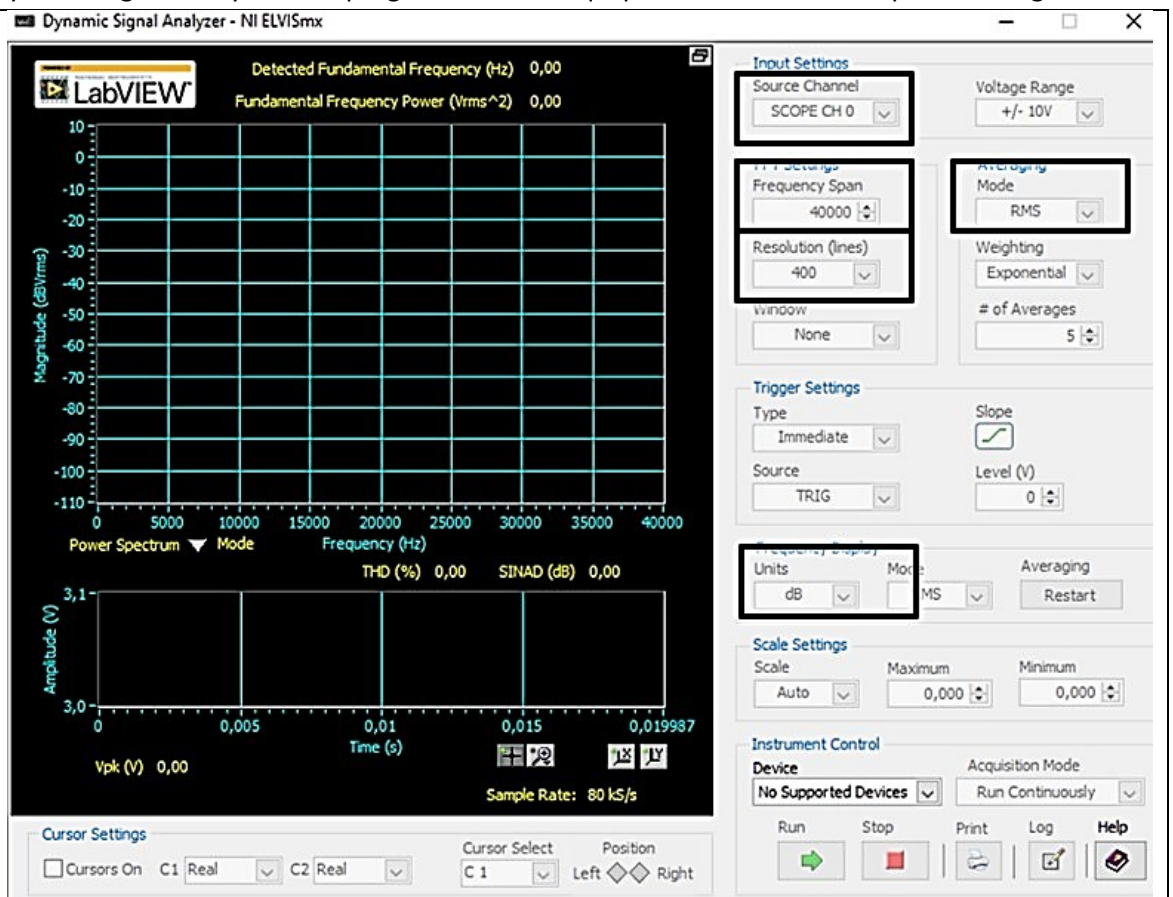
1.3.1 Vérification de la condition de Nyquist-Shannon

Générer un signal sinusoïdal de 1 kHz et d'amplitude 5 V sur le GBF de votre paillasse et brancher la voie AI1 de la carte d'acquisition en sortie. En parallèle, observer ce signal sur l'oscilloscope de vos paillasses.

Lancer le module « Dynamic Signal Analyzer » du programme NIELvis qui permet d'observer le spectre du signal.

Faire les réglages suivants :

- Source Channel : AI1
- Frequency Span : 100000 Hz
- Mode : None
- Resolution (Lines) : 200
- Units : Linear



Faire alors varier la fréquence entre 1 et 200 kHz du signal généré par le GBF, tout en l'observant en mode temporel et FFT sur l'oscilloscope et grâce au module « Dynamic Signal Analyzer » du programme NIELvis.

6) Qu'observez-vous lorsque la fréquence du signal dépasse les 100 kHz ?

1.3.2 Paramétrage de la carte d'acquisition

Sur la carte d'acquisition lorsque nous observons le spectre d'un signal, nous pouvons régler le nombre d'échantillons N_e grâce au paramètre « Résolution (Lines) ».

En conservant les paramètres précédents (Frequency Span : 100 kHz et Resolution (Lines) : 200), observer le spectre d'un signal sinusoïdal de 50 kHz et d'amplitude 5 V.

7) Qu'observez-vous lorsque vous modifiez le paramètre « Resolution (lines) » ou RL ?

Sous le spectre du signal, se trouve une représentation temporelle du signal. On peut y retrouver le temps total d'acquisition T_a .

8) Observer l'évolution de T_a en fonction du paramètre RL. En déduire une relation entre les deux paramètres T_a et T_e telle que $T_a = \alpha T_e$.

Il est aussi possible de modifier un autre paramètre « Frequency Span » ou Fmax qui représente la fréquence maximale de la représentation spectrale.

En conservant les paramètres précédents (Fmax : 100 kHz et RL : 200), observer le spectre d'un signal sinusoïdal de 5 kHz et d'amplitude 5 V.

9) Modifier alors Fmax (entre 10 et 100kHz) et observer l'évolution de la fréquence d'échantillonnage F_e choisie par la carte pour tracer le spectre (Sample Rate). Que pouvez-vous voir ?

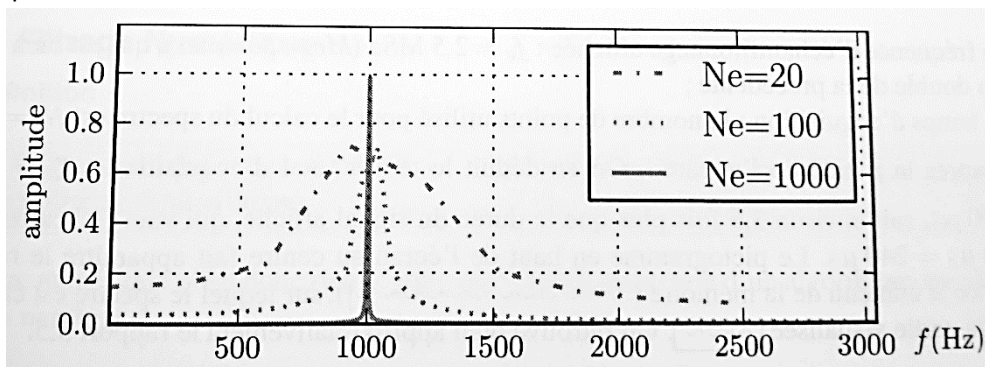
10) Observer alors l'évolution de T_a en fonction de Fmax.

11) En utilisant les paramètres suivants (Fmax : 10 kHz et RL : 200), observer le spectre d'un signal sinusoïdal de 5 kHz et de 15kHz, d'amplitude 5 V. Commenter.

S'il reste du temps, il est aussi possible d'ouvrir le programme Labview : « Acquisition du graphe d'une tension avec réglage de l'échantillonnage ». Dans celui-ci il est possible de régler indépendamment N_e et T_a .

On retiendra :

Pour une fréquence d'échantillonnage donnée T_e , le spectre est d'autant plus précis que la durée totale d'acquisition T_a , autrement dit le nombre total d'échantillons N_e , est élevé. En effet : $T_a = N_e T_e$. Sur la figure suivante, on peut constater l'amélioration de la qualité du spectre en fonction de N_e . La raie spectrale est de plus en plus précise, en position et en amplitude.



Cela s'explique par le fait que T_a fixe la résolution du spectre d'après : $\Delta f = \frac{1}{T_a}$ où Δf représente la différence entre deux fréquences présentes dans le spectre

1.4 Réglage de l'oscilloscope numérique

Nos oscilloscopes ne nous permettent pas de choisir directement F_e ou N_e . N_e est en général imposé à 1024 ou 2048 points. Ce que nous pouvons choisir c'est le temps d'acquisition T_a . Il est donné par la durée du signal affiché à l'écran en mode temporel. Alors comme $T_a = \frac{N_e}{F_e} = \frac{1}{\Delta f}$, on remarque qu'il faut faire un compromis entre l'étendue spectrale et la résolution spectrale :

- si on souhaite une grande étendue spectrale, F_{max} , on choisira T_a faible,
- si on souhaite une bonne résolution spectrale, Δf , on choisira T_a grand.

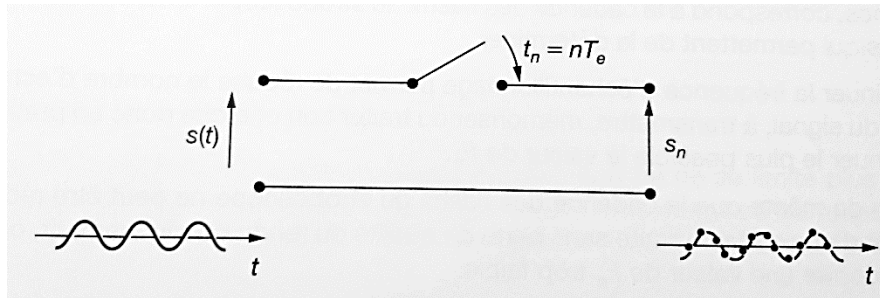
12) En se plaçant en premier lieu en mode oscilloscope, observer un signal sinusoïdal de fréquence 1 kHz. Quelle est la base de temps choisie pour observer une période de ce signal ? En gardant cette même base de temps, passer en

mode FFT sur l'oscilloscope. Quelle est l'étendue spectrale obtenue ? Permet-elle de visualiser correctement le spectre du signal ?

13) Diminuer alors cette étendue spectrale, pour observer le spectre du signal vers le centre de l'écran. On peut alors dire que l'on a une bonne résolution spectrale. Repasser au mode oscilloscope. Quelle est alors la base de temps sélectionnée ? Conclure.

1.5 Echantillonnage d'un signal électronique

Comme rappelé en définition, on échantillonne un signal analogique $s(t)$ en prélevant sa valeur à intervalle régulier. On définit alors la période d'échantillonnage T_e et une suite d'instants $t_n = nT_e$ où n est un entier. La valeur de l'échantillon s_n correspond donc à : $s_n = s(t_n) = s(nT_e)$.



1.5.1 Réalisation pratique

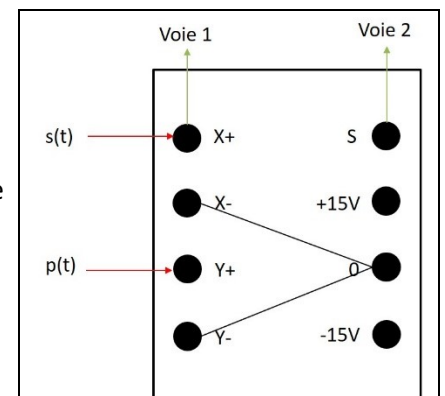
A l'aide d'un GBF, on crée d'une part un signal sinusoïdal $s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$ de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ kHz}$ et d'autre part, à l'aide de la carte MyDaq, un signal $p(t)$ formé d'impulsions périodiques de période T_e inférieure à T . Un circuit multiplieur analogique permet d'effectuer à chaque instant t , le produit $s_e(t) = kp(t)s(t)$. Dans notre cas, $k = 0,1$.

14) Réaliser le câblage (ci contre) du circuit.

On prendra pour le signal sinusoïdal $s(t)$: $S_m = 10 \text{ V}$ et $f = 1 \text{ kHz}$.

On prendra pour $p(t)$: un signal créneau de rapport cyclique 10%, de fréquence $F_e = 10 \text{ kHz}$, d'amplitude crête à crête 1 V et d'offset 0,5 V.

Qu'observez-vous en sortie du multiplieur à l'oscilloscope ?



1.5.2 Réglage de la fréquence d'échantillonnage

En pratique, on cherchera :

- à la diminuer le plus possible, car cela permet de réduire le nombre d'échantillon et donc la quantité de signal à transmettre, mémoriser ou traiter ;
- à respecter la condition de Nyquist-Shannon pour ne pas perdre d'informations.

Cela se perçoit très bien en observant le spectre des deux signaux analogiques et échantillonnés.

1.5.3 Signal sinusoïdal

Prenons un signal sinusoïdal $s(t)$ de fréquence $f = 1 \text{ kHz}$.

15) Observer le spectre du signal à l'oscilloscope ou grâce à la carte d'acquisition MyDaq. Commenter.

16) En utilisant le montage précédent, observer le spectre du signal échantillonné pour différentes valeurs de la fréquence d'échantillonnage. Commenter. On étudiera en particulier trois cas : $f < \frac{F_e}{2}$, $f = \frac{F_e}{2}$ et $f > \frac{F_e}{2}$.

Lorsque le critère de Shannon n'est plus respecté, on dit qu'il y a **repliement de spectre**, c'est-à-dire que les raies spectrales répliquées autour de la fréquence F_e empiètent sur l'intervalle de fréquence $[0, f]$.

17) Que se passe-t-il dans le cas particulier où $f = F_e$? Commenter.

18) Comment pourrait-on retrouver le signal original à partir du signal correctement échantillonné ?

1.5.4 Signal polychromatique

Le signal $s(t)$ n'est plus sinusoïdal, son spectre comporte maintenant des harmoniques. On peut par exemple prendre un signal carré de fréquence $f = 1 \text{ kHz}$.

Spectre d'un signal carré :

<http://gilbert.gastebois.pagesperso-orange.fr/java/fourier/fourier2/fourier2.html>

19) Observer le spectre du signal à l'oscilloscope. Commenter.

20) En utilisant le montage précédent, observer le spectre du signal échantillonné pour différentes valeurs de la fréquence d'échantillonnage. Commenter. On étudiera en particulier trois cas : $f < \frac{F_e}{2}$, $f = \frac{F_e}{2}$ et $f > \frac{F_e}{2}$.

On remarque qu'il est difficile d'interpréter certains spectres lorsque la fréquence d'échantillonnage se rapproche du critère de Shannon.

Pour distinguer les raies dues à l'échantillonnage, il suffit d'augmenter la fréquence du signal $s(t)$. Certaines raies se déplacent vers la gauche : ce sont des raies « repliées » qu'il ne faut pas prendre en compte.

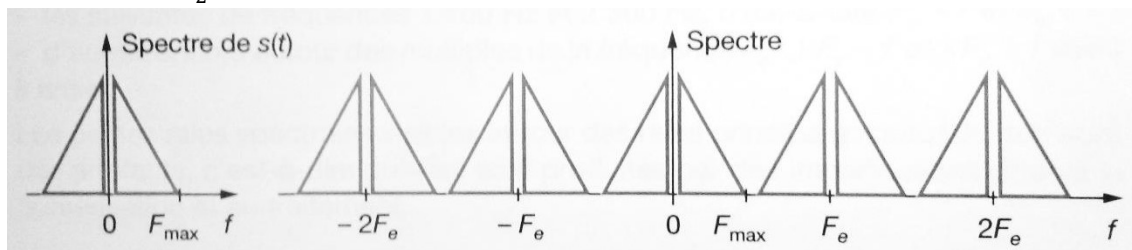
21) Comment sera-t-il possible de retrouver le signal original à partir du signal correctement échantillonné ?

1.5.5 Conclusion

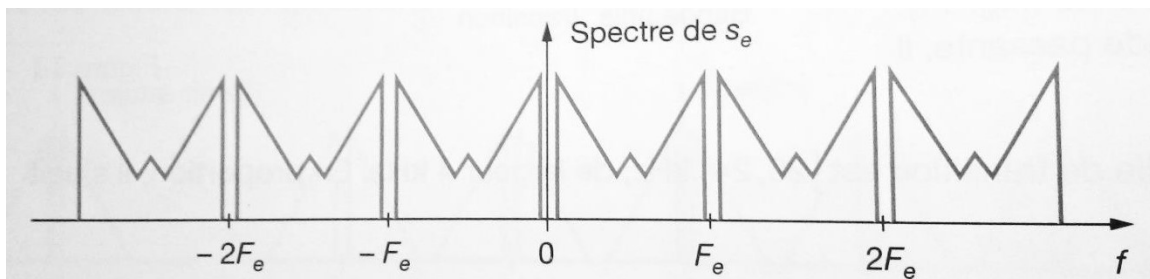
Ainsi quel que soit le signal échantillonné, on retrouve une propriété générale. Le spectre d'un signal périodique $s(t)$ échantillonné à la fréquence F_e comprend :

- des raies spectrales qui correspondent au fondamental et aux harmoniques du signal $s(t)$
- des raies spectrales obtenues par la réplique des raies précédentes autour de la fréquence F_e
- des raies situées autour des valeurs multiples de F_e .

On peut représenter schématiquement le spectre de $s(t)$ comme sur la figure suivante, pour une fréquence F_e suffisamment élevée. Il y a alors disjonction du spectre de $s(t)$ et des différentes répliques. Cette disjonction est obtenue lorsque : $F_{max} < \frac{F_e}{2}$, c'est-à-dire lorsque l'on respecte le critère de Shannon.



Lorsque le critère de Shannon n'est pas vérifié, des raies viennent occuper l'intervalle $[0, F_{max}]$. Il y a repliement de spectre.



2 Filtrage numérique

Dans le précédent TP, nous avons vu comment échantillonner un signal et nous avons mis en évidence le phénomène de repliement de spectre. Nous nous intéresserons dans ce TP à un traitement possible du signal numérique en comparant un filtre passe-bas analogique et son équivalent numérique.

2.1 Théorie

2.1.1 Rappel : Filtre analogique passe-bas du premier ordre

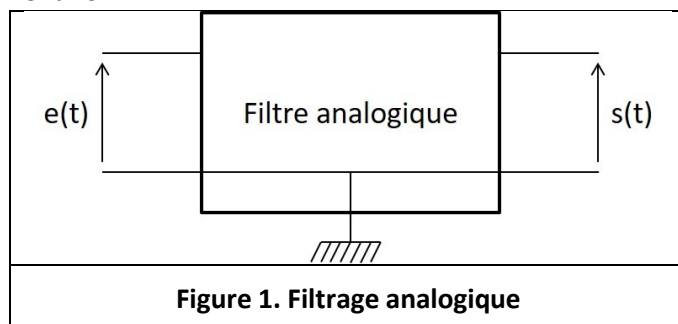
Un filtre passe bas du premier ordre est régi par la loi d'entrée-sortie suivante :

$$\tau \frac{ds}{dt} + s(t) = e(t)$$

où les tensions $e(t)$ et $s(t)$ représentent respectivement les tensions d'entrée et de sortie du montage (Figure 1)

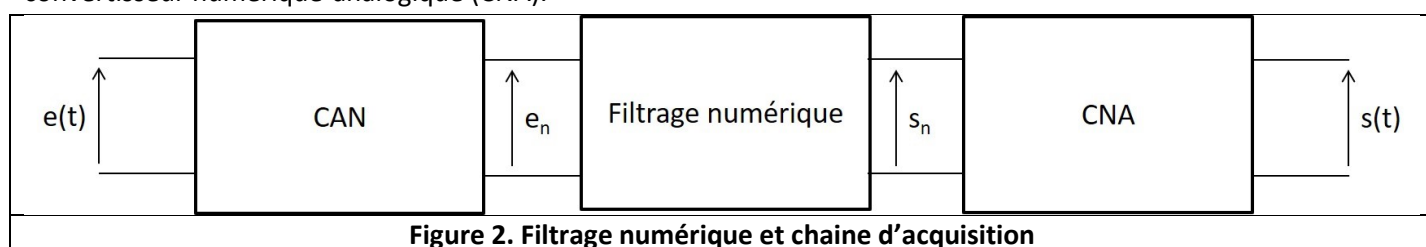
τ représente la constante de temps soit :

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_c} \text{ avec } f_c : \text{la fréquence de coupure}$$



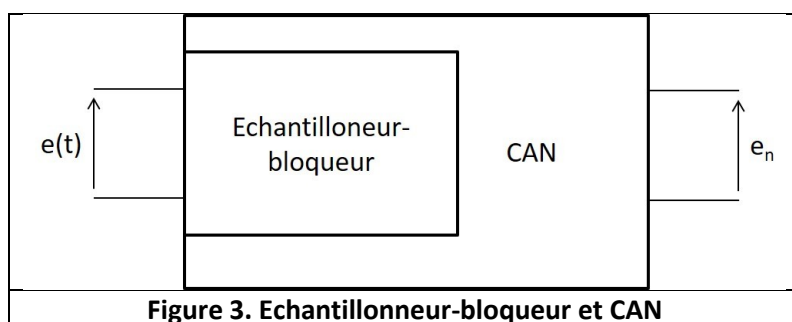
2.1.2 Etapes lors du traitement d'un signal numérique

Le but de ce TP est de comparer les signaux en sortie du montage précédent (Figure 1) et du montage suivant (Figure 2) où un signal $e(t)$ est numérisé à l'aide d'un convertisseur analogique-numérique (CAN), puis filtré numériquement (l'algorithme sera étudié à la partie suivante), pour être enfin reconverti en un signal analogique à l'aide d'un convertisseur numérique-analogique (CNA).

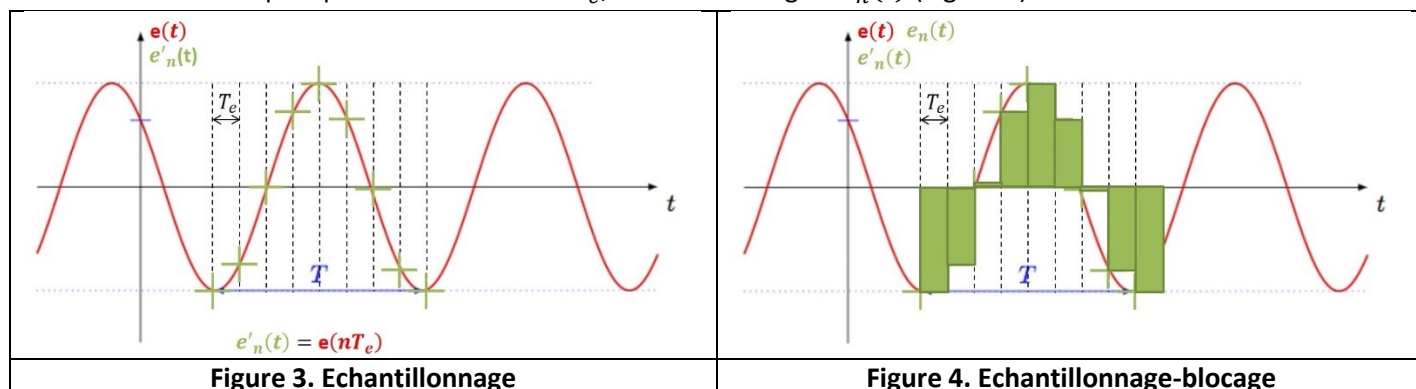


2.1.2.1 Conversion analogique-numérique

La première étape de la conversion est réalisée à l'aide d'un échantillonneur-bloqueur (Figure 3), au sein du convertisseur analogique-numérique (CAN).



L'échantillon (Figure 3) du signal d'entrée $e(t)$ correspondant à l'instant nT_e est appelé e'_n tel que : $e'_n(t) = e(nT_e)$. Cette valeur est bloquée pendant la valeur de T_e , on a alors le signal $e_n(t)$ (Figure 4).



Remarque : La méthode des rectangles qui correspond à l'opération d'échantillonnage-blocage a été vue en TS1.

Une fois l'échantillonnage du signal effectué, il faut convertir chaque valeur recueillie en un nombre, binaire par exemple. Cette étape s'appelle la quantification (Figure 5) et ne peut se faire que sur un nombre fini de valeurs possibles. Un convertisseur 2 bits ne pourra par exemple produire que $2^2 = 4$ valeurs. On appellera alors pas de quantification ou quantum q , l'écart entre deux valeurs successives. En sortie du CAN, on obtient donc un mot binaire e_n (Figure 6).

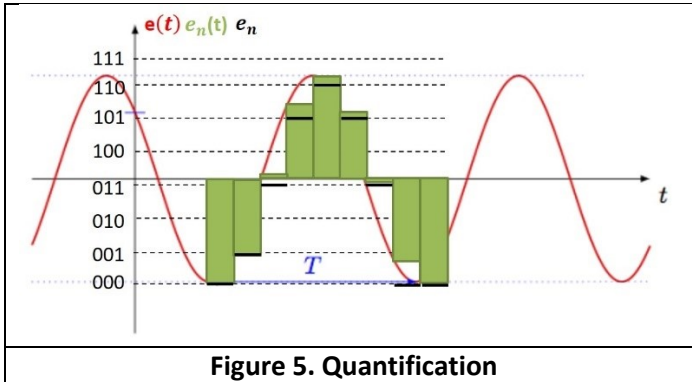


Figure 5. Quantification

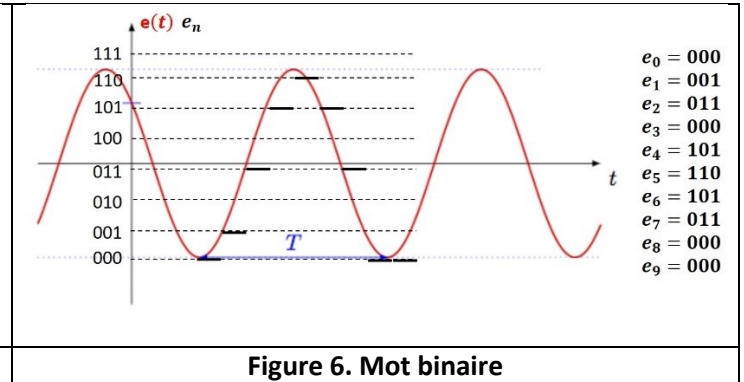


Figure 6. Mot binaire

2.1.2.2 Filtrage numérique

Le but est donc maintenant de trouver le mot binaire s_n qui traduit le filtrage passe-bas du mot binaire e_n .

On va ici se baser sur une méthode qui établit une équation récurrente, la méthode d'Euler.

- 1) Rappeler la définition de dérivée de $s(t)$.
- 2) Après échantillonnage, on a accès à la valeur du signal tous les T_e . On suppose la condition de Nyquist-Shannon largement vérifiée, on peut donc dire que $T_e \ll T$. Comment pourrait-on réécrire la dérivée de $s(t)$ en fonction de $s(t + T_e)$, $s(t)$ et T_e ?
- 3) Exprimer alors la dérivée en $t = nT_e$.
- 4) Réécrire alors l'équation différentielle régissant un filtre passe-bas du premier ordre en $t = nT_e$.
- 5) Soit s_n le mot binaire correspondant à $s(nT_e)$ et e_n le mot binaire correspondant à $e(nT_e)$. Quelle relation de récurrence relie ces deux mots ? L'écrire sous la forme : $s_{n+1} = rs_n + ae_n$

La méthode d'Euler explicite nous permet d'effectuer l'opération de filtrage passe-bas numérique du premier ordre en utilisant l'équation de récurrence :

$$s_{n+1} = rs_n + ae_n \text{ avec } r = \frac{\tau - T_e}{\tau} \text{ et } a = \frac{T_e}{\tau}$$

Remarque : Le passage d'un filtre analogique à un filtre numérique n'est pas unique.

La méthode d'Euler implicite, par exemple, exprimera la dérivée en fonction de $s(nT_e)$ et $s((n-1)T_e)$:

$$\frac{ds}{dt}(nT_e) = \frac{s(nT_e) - s((n-1)T_e)}{T_e}$$

Ce qui donnera l'équation de récurrence : $s_n = rs_{n-1} + ae_n$ avec $r = \frac{\tau}{T_e + \tau}$ et $a = \frac{T_e}{T_e + \tau}$

2.1.2.3 Conversion numérique-analogique

Le convertisseur numérique-analogique (CNA) permet de faire l'opération inverse du CAN. On retrouvera donc en sortie un signal analogique $s(t)$ généré à partir de échantillons s_n du signal numérique.

2.2 Manipulations

2.2.1 Codage de la méthode d'Euler

Nous allons dans un premier temps mettre en place l'algorithme sous Python en essayant de filtrer un signal simple composé de deux fréquences, une basse f_0 et une haute f_1 que l'on pourra assimiler à un bruit et que l'on souhaite filtrer :

$$e(t) = A_0 \sin(2\pi f_0 t) + A_1 \sin(2\pi f_1 t)$$

L'activité se trouve au lien suivant :

<https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/92e7-767811/atr>

2.2.2 Filtrage d'un signal audio

Nous allons maintenant nous intéresser au filtre d'un enregistrement audio composé de deux notes jouées successivement au piano (Ré de l'octave six (2349 Hz) puis Do de l'octave deux (131 Hz)). L'objectif est d'atténuer la note la plus aigüe (Ré) sans modifier significativement la note la plus grave (Do) ainsi que de déterminer si le filtre se comporte comme attendu pour des fréquences d'échantillonnages plus faibles.

L'activité se trouve au lien suivant :

<https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/92e7-767811/atr>

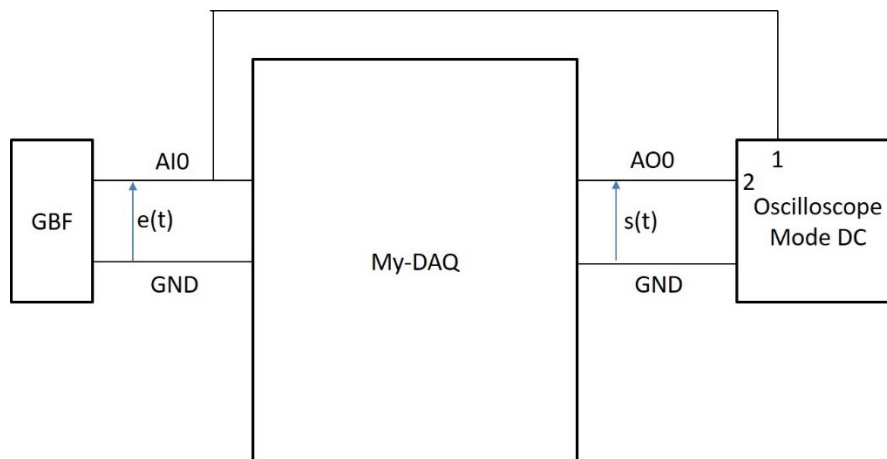
2.2.3 Avec les cartes d'acquisition

2.2.3.1 Mise en place

Nous allons nous servir des cartes d'acquisitions MyDAQ. Un signal analogique fourni par un GBF alimentera la carte qui le convertira alors en signal numérique. Il sera alors possible d'appliquer un filtrage numérique passe bas grâce à un programme Labview. Enfin, nous récupérerons le signal filtré en sortie de la carte que nous observerons à l'oscilloscope.

Lancer le programme « Filtre numérique passe-bas ordre 1 avec carte ES » sous Labview.

- 1) Brancher un GBF sur l'entrée Ai0 de la carte MyDAQ (cf ci-dessous).
- 2) Brancher un oscilloscope sur la sortie AO0 de la carte MyDAQ. On vérifiera que les voies sont en mode DC (cf ci-dessous).



2.2.3.2 Etude du filtre numérique

Vous pouvez remarquer que la période d'échantillonnage initialement implémentée est de : $T_e = 0,05s$. Il ne sera pas possible de descendre plus bas en raison du temps de communication de la carte d'acquisition.

- 3) Choisir une fréquence du signal délivré par le GBF compatible avec la période d'échantillonnage choisie. Observer ce signal directement sur l'oscilloscope.
- 4) Lancer le programme en appuyant sur la flèche blanche et pour les valeurs initiales de $T_e = 0,05s$ et $a = 1$. Quelle est l'équation de récurrence réalisée ? Qu'observez-vous sur l'oscilloscope ?
- 5) Augmenter la fréquence du signal délivré par le GBF à 10 Hz, puis 15 Hz. Qu'observez-vous ? On pourra aussi observer le spectre du signal en mode FFT sur l'oscilloscope.

- 6) Prenons maintenant : $a = 0,1$. Quelle est l'équation de récurrence réalisée ?
- 7) Faire varier la fréquence du GBF tout en observant à l'oscilloscope les signaux délivrés par le GBF (entrée) et par la carte MyDaq (sortie).
- 8) Trouver par la mesure la fréquence de coupure du filtre passe bas réalisée et la comparer à la valeur théorique dont on explicitera le calcul.
- 9) Faire varier maintenant les valeurs de T_e et a et observer les limites du filtrage numérique.

2.2.4 Comparaison avec un filtre analogique

- 10) Proposer un filtre analogique remplissant la même fonction que le filtre numérique précédent, à l'aide d'une résistance, R , et d'un condensateur, C . Choisissez de valeurs de R et C menant à une fréquence de coupure proche de celle déterminée précédemment.
- 11) Réaliser le montage. Observer le comportement du filtre en fréquence. Mesurer la valeur de la fréquence de coupure.
- 12) Comparer les deux types de filtres réalisés. Citer les avantages et inconvénients de chacun.

3 Questions de cours

- 1) Définir la notion d'échantillonnage.
- 2) Donner la condition de Shannon.
- 3) Quels critères faut-il respecter lorsque l'on effectue une analyse spectrale ?
- 4) De quelles fréquences est composé un signal sinusoïdal de fréquence f échantillonné à la fréquence F_e ?
- 5) Expliquer comment réaliser un filtre numérique passe bas du premier ordre.

4 Exercices

4.1 Echantillonnage d'un signal audio

Toto va assister à un concert et souhaite le rediffuser. Il a pour cela prévu d'enregistrer le son à l'aide d'un microphone et de le numériser pour pouvoir le compresser et le stocker plus facilement. Il fait des tests préalablement chez lui à l'aide de son piano.

Il fait un test avec un « La 440 » ($f_{La} = 440\text{Hz}$). La fréquence d'échantillonnage choisie est de 4,4kHz.

1) A quoi ressemble le signal échantillonné ? On représentera le signal analogique $u(t)$ électrique en sortie du microphone représentant le « La 440 » et superposé le signal échantillonné $u_e(t)$.

2) Représenter le spectre des deux signaux précédents.

En fait, une note telle que le « La 440 » est composée d'un fondamental de fréquence $f_{La} = 440\text{Hz}$, mais aussi d'harmoniques impairs multiples de cette fréquence.

3) Donner la fréquence des 3 premiers harmoniques.

4) Représenter le spectre du nouveau signal $u(t)$. Y superposer le spectre du signal échantillonné dans la bande de fréquence $[0; 2F_e]$. Que remarquez-vous ? Comment appelle-t-on ce phénomène ?

5) Proposer une fréquence d'échantillonnage adaptée à la numérisation d'un signal sonore.

6) Avec cette nouvelle fréquence, Toto continue ses tests mais observe toujours des harmoniques indésirables lorsqu'il réalise l'analyse spectrale du signal. Proposer une solution pour éviter cela.

4.2 CCINP PSI 2021

Nous nous proposons ici d'illustrer quelques impacts de la numérisation d'un signal sismique sur son spectre. Pour des raisons de facilité, cette étude est menée à plus haute fréquence avec le matériel usuel du laboratoire de sciences physiques du lycée. Elle se généralise à tout enregistrement numérique.

Rappels sur le fonctionnement de l'oscilloscope numérique

- Lors d'un enregistrement, l'oscilloscope numérique discrétise et enregistre un signal sur une durée égale à la durée de balayage, soit $10 \text{ carreaux} \times \text{base de temps}$.

- Le nombre d'échantillons enregistrés est toujours le même et égal à 2 480. La période d'échantillonnage dépend ainsi de la durée d'enregistrement et donc de la base de temps.

- Un menu permet l'affichage du spectre du signal échantillonné. Pour tous les spectres fournis dans cet énoncé, les amplitudes relatives des différentes composantes en fréquence sont représentées sur une échelle en dB en ordonnées. L'échelle des abscisses est linéaire, graduée de $f = 0 \text{ Hz}$ jusqu'à une fréquence f_{max} qui dépend de la base de temps. Deux curseurs verticaux, dénommés X1 et X2, permettent de pointer deux fréquences pour une lecture aisée de leur valeur sur l'écran.

Expérience 1

Un signal sinusoïdal est délivré par le GBF et est envoyé sur l'oscilloscope numérique. Il a été enregistré avec une base de temps de $250 \mu\text{s}$ par division comme indiqué en bas de l'écran. Il est à la fois représenté dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel sur l'oscillogramme 1 de la **Figure 1**.

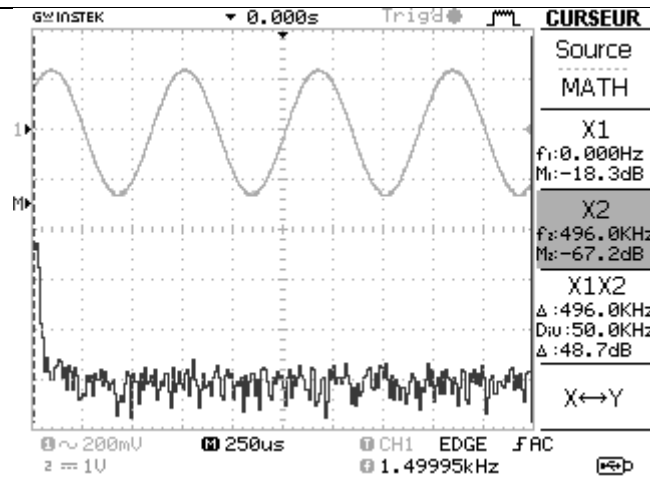


Figure 1 – Oscillogramme 1

1) Déterminer la période et la fréquence du signal sinusoïdal.

Déterminer une valeur approchée de la fréquence d'échantillonnage de cet enregistrement.

Quel lien existe-t-il entre la plus haute fréquence $f_{\max} = 496 \text{ kHz}$, repérée par le curseur 2, et la fréquence d'échantillonnage ?

2) Pour un repérage aisé du pic en fréquence au moyen du curseur X1, il faut dilater l'échelle des fréquences.

Quel ajustement proposez-vous de faire sur l'oscilloscope ?

Est-ce cohérent avec le nouvel oscillogramme 2 de la **figure 2** ?

La nouvelle valeur de la plus grande fréquence $f_{\max}$ de ce spectre était-elle prévisible ? Si oui comment ?

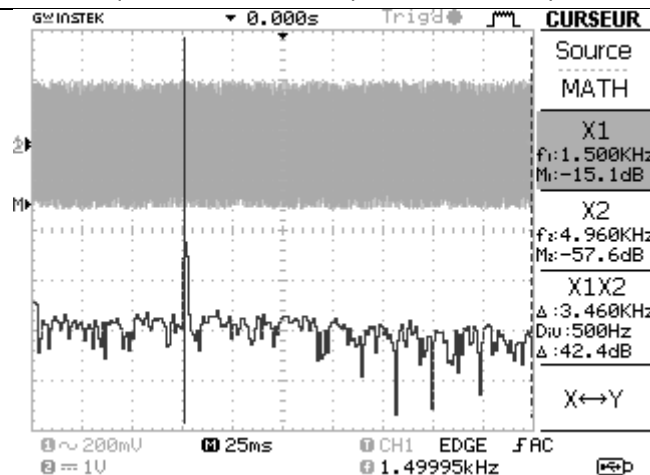


Figure 2 – Oscillogramme 2

3) On renouvelle cette opération et on obtient l'oscillogramme 3 de la **figure 3**.

Expliquez la valeur $f = 1 \text{ kHz}$ de la fréquence donnée par le curseur X1.

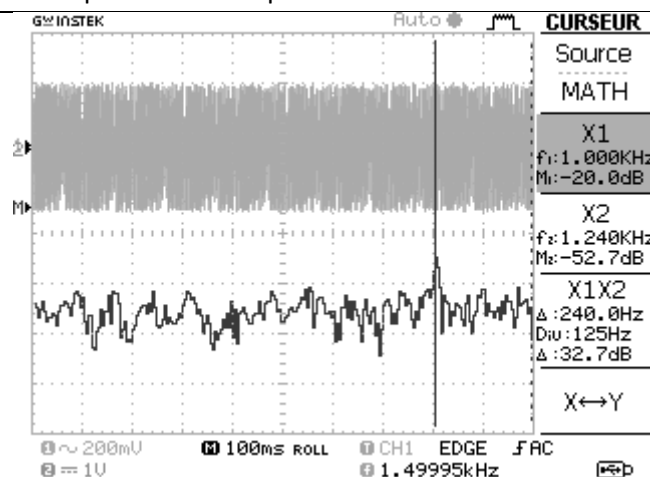


Figure 3 – Oscillogramme 3