

# Transfert d'énergie par conduction thermique à une dimension en coordonnées cartésiennes

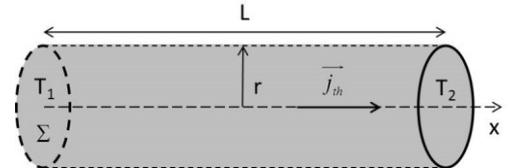
## Les différents modes de transferts thermiques

**Conduction thermique** (ou diffusion thermique) : mode de transfert thermique provoqué par une différence de température entre deux régions d'un même milieu se réalisant **sans déplacement global de la matière** (due à l'**agitation thermique** des atomes et molécules du milieu).

**Convection thermique** : attribuée à un déplacement global de matière et concerne les liquides ou les gaz (naturelle ou forcée).

**Rayonnement thermique** : ne nécessite pas la présence d'un milieu matériel (ex : entre le Soleil et la Terre sous forme d'ondes électromagnétiques).

**Hypothèses** : conduction thermique dans un solide homogène de masse volumique  $\mu$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de capacité thermique massique  $c$  (de longueur  $L$  et de surface transversale  $\Sigma = \pi r^2$ ) dans le cas d'un problème unidimensionnel selon  $(Ox)$ .



## Définitions

### Flux thermique

$\Phi(x, t)$  ou puissance thermique (en W) : quantité d'énergie élémentaire  $\delta Q(x, t)$ , aussi appelée transfert thermique, qui traverse la surface  $\Sigma$  par unité de temps.

$$\Phi(x, t) = \frac{\delta Q(x, t)}{dt}$$

### Vecteur densité de flux thermique

(en  $W \cdot m^{-2}$ ) : sa direction est celle du déplacement de proche en proche de l'énergie thermique et sa norme est d'autant plus grande que la quantité d'énergie déplacée est grande.

$$\vec{j}_{th} = j_{th}(x, t) \vec{u}_x \text{ avec } j_{th}(x, t) = \frac{\Phi(x, t)}{\Sigma}$$

## Conduction thermique

### Loi de Fourier

(loi phénoménologique, 1822) :

Elle lie la température à l'intérieur du solide  $T(x, t)$  et la densité de flux thermique à l'aide d'un coefficient de proportionnalité  $\lambda$  appelé **conductivité thermique** ( $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ ).

$$\vec{j}_{th}(x, t) = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \vec{u}_x$$

Remarque :  $\lambda > 0$

Le signe moins traduit l'orientation du vecteur densité de flux thermique vers les basses températures.

### Équation de la diffusion thermique sans terme source

$$\text{Bilan d'énergie : } \frac{\partial j_{th}}{\partial x} + c\mu \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{c\mu}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Remarque : **Coefficient de diffusion** ( $m^2 \cdot s^{-1}$ ) :  $D = \frac{\lambda}{\mu c} \sim \frac{L^2}{\tau}$

Propriété :

Un phénomène de diffusion thermique est **irréversible**. Il s'accompagne de production d'entropie.

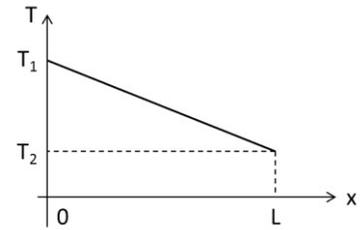
## Cas du régime stationnaire

Régime stationnaire :

La température ne dépend plus du temps.

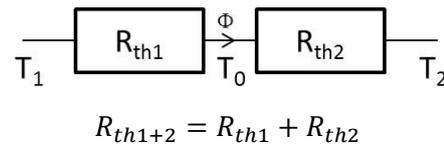
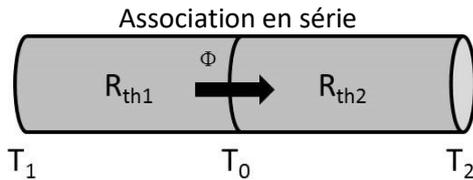
$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1$$

Le flux thermique est constant.

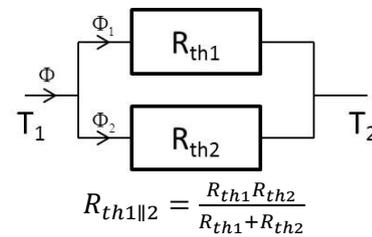
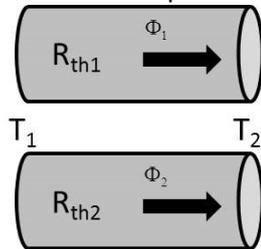


Résistance thermique  $R_{th}$  (en  $K.W^{-1}$ )

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{L}{\lambda S}$$



Association en parallèle



Analogie :

Electrique	Thermique
Potentiel $V$	Température $T$
Courant $I$	Flux thermique $\Phi$
Conductivité électrique $\sigma$	Conductivité thermique $\lambda$

## Transfert conducto-convectif

Matériau étudié en contact avec un milieu extérieur fluide de température  $T_0$ , animé de mouvements de convection

Loi de Newton :

La densité de flux thermique sortant à travers la surface du solide en contact avec le fluide est proportionnelle à l'écart entre la température  $T_S$  de la surface du solide et la température  $T_0$  du fluide :

$$j_N = h(T_S - T_0)$$

$h$  : coefficient de transfert thermique de surface ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ )

Résistance thermique :  $R_N = \frac{T_S - T_0}{\Phi_N} = \frac{1}{hS}$

