

Concours Blanc 1

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION : - La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
 - Les encres vertes et violettes sont interdites.
 - Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

Aide aux applications numériques

$\frac{8^2}{\pi 6^3} \approx 0,09$	$\frac{4}{\pi 6^2} \approx 0,04$	$\frac{8 \times 3,5}{\pi 6^3} \approx 0,04$
$\frac{1}{9\pi} \approx 0,03$	$\ln 1,7 \cdot 10^{-4} = -8,68$	$8,68 \times 8,31 \times 2,10 \approx 151$
$\frac{2,00}{2,10} \approx 0,952$	$1,7^2 = 2,9$	$\sqrt{8} = 2,8$
$\frac{8,31 \times 2,10}{4,33 \times 3,71} = 1,09$	$\frac{8,31 \times 2,85}{2,89 \times 9,81} = 0,835$	$\frac{1}{\pi \times 1,20} = 0,265$
$\frac{\ln 2}{4,2} = 0,17$		

I) Ecoulements sanguins

Le système cardio-vasculaire a pour fonction d'apporter aux tissus et aux organes du corps l'oxygène et les nutriments nécessaires à leur fonctionnement, ainsi que de les débarrasser des déchets générés par leur métabolisme. Ces besoins étant très divers et variables dans le temps, le système cardiovasculaire doit pouvoir assurer la distribution sanguine de façon adaptée et ajustable dans une large plage de valeurs tout en étant capable de faire circuler le sang des artères jusqu'aux capillaires.

Dans la première partie de ce problème, nous nous proposons d'étudier un modèle simplifié d'écoulement sanguin dans une artère modélisée par un tronçon cylindrique rigide. La présence d'une sténose, c'est-à-dire un rétrécissement de l'artère, sera étudiée dans un second temps. Dans la seconde partie du problème, une méthode de diagnostic, l'échographie Doppler, est étudiée

I.1) Ecoulement de Poiseuille

Jean-Marie POISEUILLE (1797-1869) est un médecin français diplômé de l'école polytechnique (X1815).

On lui doit, entre autres, une méthode de mesure de la pression sanguine et plusieurs études sur la circulation sanguine qui l'amènèrent à poser les lois d'écoulement dans les tuyaux.



Document 1. Jean-Marie Poiseuille

Un liquide visqueux newtonien incompressible (masse volumique ρ , viscosité dynamique η) et homogène s'écoule dans un tuyau cylindrique horizontal d'axe (Ox), de rayon R et de longueur L .

Le régime d'écoulement est laminaire et stationnaire avec un débit volumique D_V .

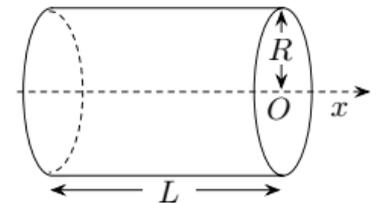


Figure 1

La vitesse en un point situé à la distance r de l'axe du tuyau, de symétrie axiale, obéit à la loi :

$$\vec{v}(r) = 2v_m \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \vec{u}_x$$

v_m étant la vitesse moyenne du fluide dans une section droite du tuyau.

Pour les applications numériques :

- masse volumique du sang $\rho = 1,06 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- viscosité dynamique $\eta = 6 \text{ mPa} \cdot \text{s}$
- Rayon d'une artère : $R = 6 \text{ mm}$
- Longueur d'une artère : $L = 8 \text{ cm}$

Le module de la force F tangentielle exercée par le fluide, à cause de sa viscosité, sur la paroi interne du tuyau, est :

$$F = 8\eta \frac{L}{R^2} D_V$$

Le nombre de Reynolds s'écrit :

$$Re = \frac{2v_m \rho R}{\eta}$$

Un écoulement est considéré comme laminaire si $Re < 2000$, sinon il sera turbulent.

Document 2. Données

On exprimera dans ce problème les diverses expressions en fonction de ρ , η , R , L et D_V .

- 1) Donner la définition d'une ligne de courant et d'un fluide incompressible.
- 2) Définir le débit volumique D_V et le débit massique D_m . En régime stationnaire, que peut-on dire du débit massique ? A quelle condition le débit volumique et le débit massique sont-ils proportionnels ? Quelle est alors la relation qui les lie ?
- 3) Justifier qualitativement que le maintien du mouvement stationnaire du fluide nécessite une différence entre la pression à l'entrée du tuyau, P_e , et la sortie, P_s , telle que :

$$P_e - P_s = \frac{F}{\pi R^2}$$

- 4) En déduire que :

$$P_e - P_s = R_h D_V$$

Donner l'expression de la résistance à l'écoulement R_h en fonction des données.

- 5) Montrer que le débit volumique peut s'écrire sous la forme :

$$D_V = v_m \pi R^2$$

- 6) Application numérique : on considère une artère de rayon R , de longueur totale L , à laquelle est appliquée la différence de pression $P_e - P_s$. Calculer la vitesse moyenne de l'écoulement v_m , puis le nombre de Reynolds R_e pour une différence de pression : $P_e - P_s = 40 \text{ Pa}$. On limitera la réponse à un chiffre significatif. Préciser la nature de l'écoulement.

I.2) Pertes de charges

- 7) En s'appuyant sur un système que l'on définira, démontrer la relation de Bernoulli en énonçant précisément toutes les hypothèses nécessaires à son application.
- 8) Pour tenir compte de la dissipation d'énergie, on introduit un terme de perte de charge, ΔP_c . Comment la relation de Bernoulli est-elle alors modifiée ?

La formule de Darcy donne la forme des pertes de charges régulières :

$$\Delta P_c = f \frac{L}{2R} \frac{\rho v_m^2}{2}$$

- 9) Quelle est l'unité de ΔP_c dans le système international ? En déduire l'unité du coefficient f .
- 10) A quoi correspondent les pertes de charges régulières ?
- 11) Quel autre type de pertes de charges peut-on rencontrer ? Donner un exemple.
- 12) Trouver une relation liant $P_e - P_s$, f , D_V et les autres données, en utilisant la relation de Bernoulli tenant compte des pertes de charges données par la formule de Darcy.

Le diagramme (de Moody) ci-dessous (Figure 2) donne f en fonction de R_e . En abscisse (respectivement ordonnée) sont portées les valeurs de R_e (respectivement f) mais en échelle logarithmique (échelle \log / \log).

La partie droite du diagramme fait apparaître un réseau de courbes dépendant de la rugosité relative du tuyau (notée $\frac{\varepsilon}{d}$) où ε représente la valeur moyenne des aspérités d'un tuyau rugueux et d son diamètre.

L'évaluation du coefficient f peut se faire avec la relation expérimentale de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,71d} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right]$$

- 13) Justifier, à l'aide de la relation de Colebrook, l'allure du diagramme de Moody pour des nombres de Reynolds très élevés.
- 14) Dans le cas d'un écoulement laminaire, retrouver que $f = \frac{64}{R_e}$. Commenter.
- 15) Application numérique : on considère l'artère précédente (Question 6) pour laquelle $\varepsilon = 12 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Déterminer la valeur du coefficient f , puis des pertes de charges régulières ΔP_c . Commenter.

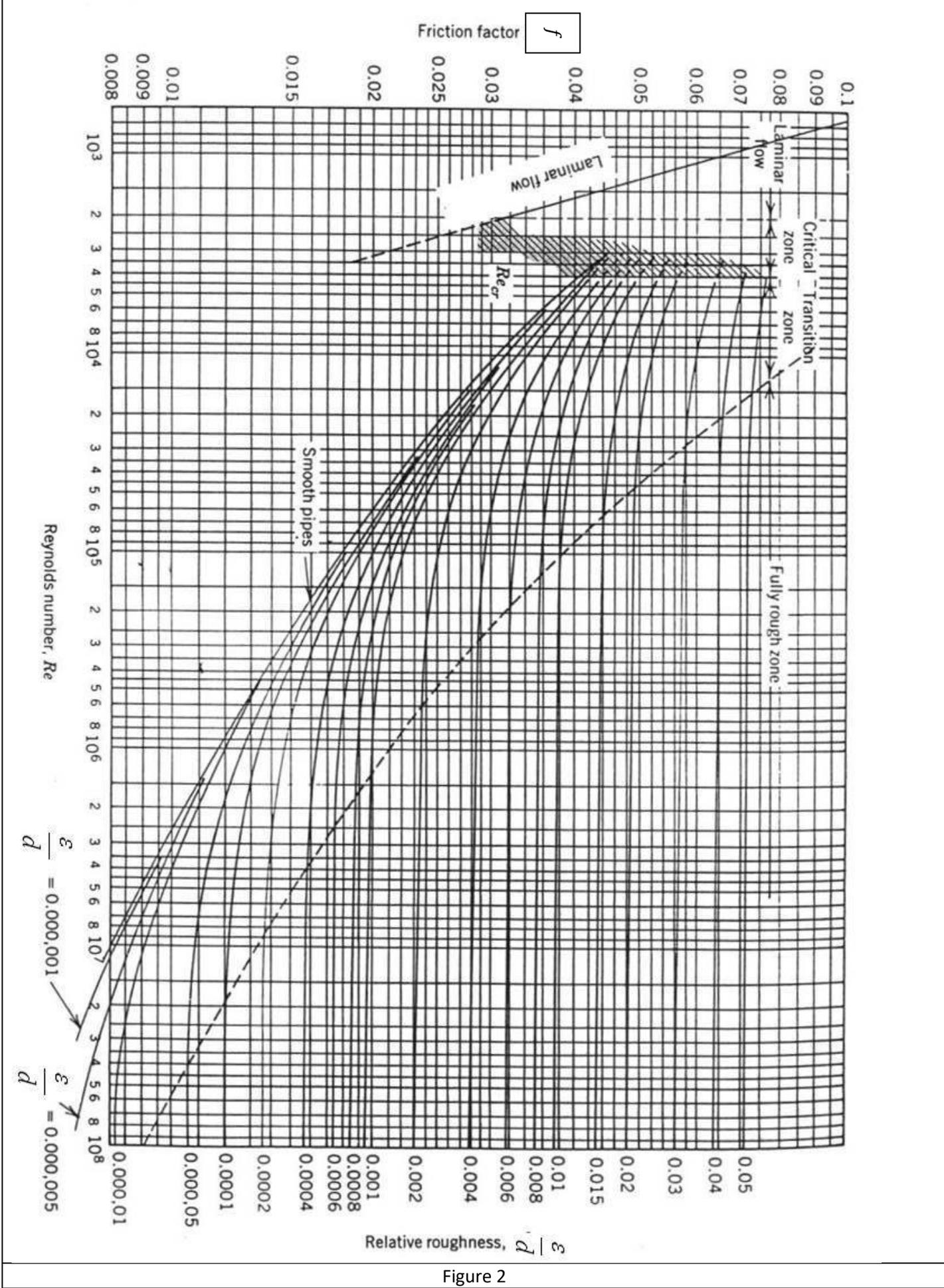


Figure 2

I.3) Circulation sanguine

Le sang est un liquide incompressible visqueux circulant dans le corps à travers un réseau d'artères, artérioles, capillaires, veinules, veines (Figure 3).

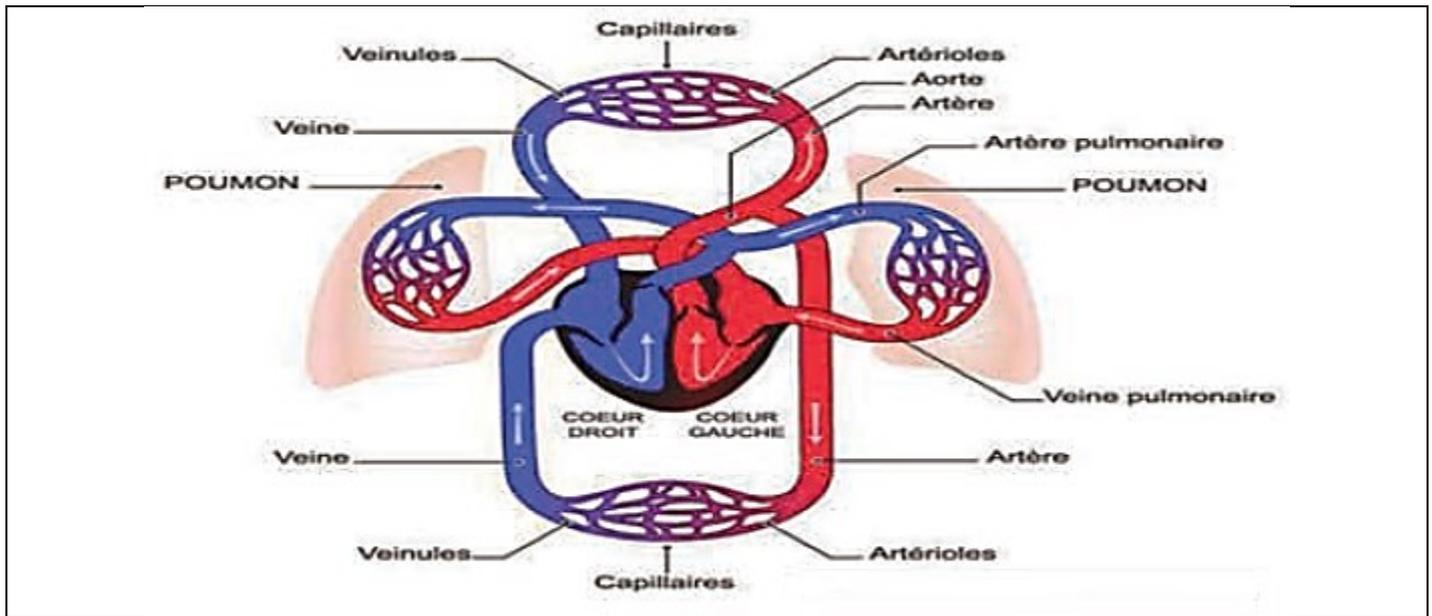


Figure 3

Les échanges biochimiques se font à travers le réseau capillaire d'un organe (Figure 4) pour lequel on mesure :

- En A : $P_A = 4,0 \cdot 10^3 \text{ Pa}$, $D_{V,A} = 1,8 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$
- En B : $P_B = 1,6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

La Figure 5 représente un modèle simplifié du réseau capillaire. En moyenne, chaque vaisseau capillaire possède une longueur $L_{cap} = 1 \text{ mm}$, un rayon $R_{cap} = 3 \mu\text{m}$ et une résistance à l'écoulement $R_{h,cap} = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ SI}$.

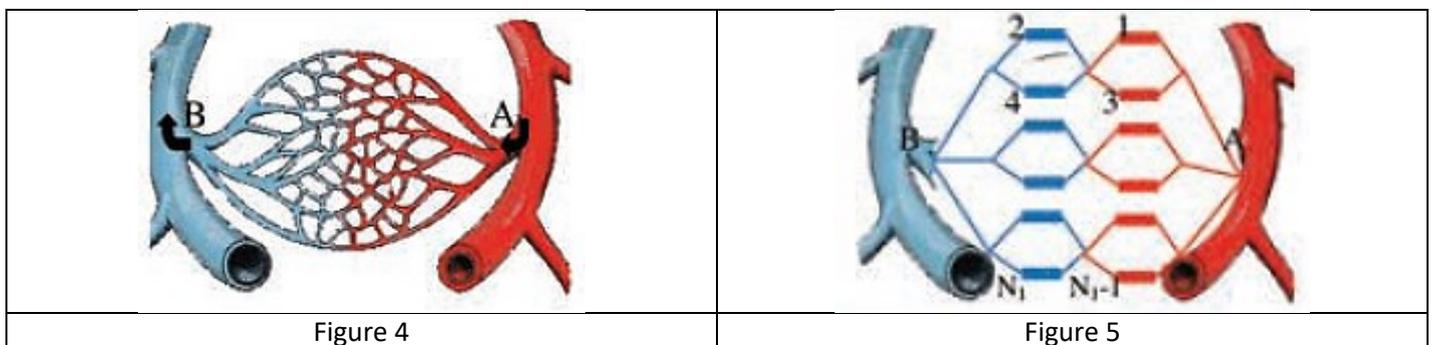


Figure 4

Figure 5

16) Déterminer la résistance totale $R_{h,AB}$ à l'écoulement entre A et B. Faire l'application numérique.

17) Evaluer littéralement le nombre N_1 de capillaires de ce modèle ramifié (sur la figure 17, chaque trait épais représente 1 capillaire) en fonction de $R_{h,AB}$ et $R_{h,cap}$.

I.4) Modélisation d'une sténose

Une sténose correspond à une réduction brutale et localisée du diamètre d'un vaisseau sanguin. Schématiquement, cette situation peut être représentée comme étant la superposition de trois tronçons cylindriques, de même axe, et de rayons différents, R , R_S et R comme illustré sur la Figure 6. La sténose correspond au tronçon de plus faible rayon et est située entre les abscisses $x = L$ et $x = L + L_S$.

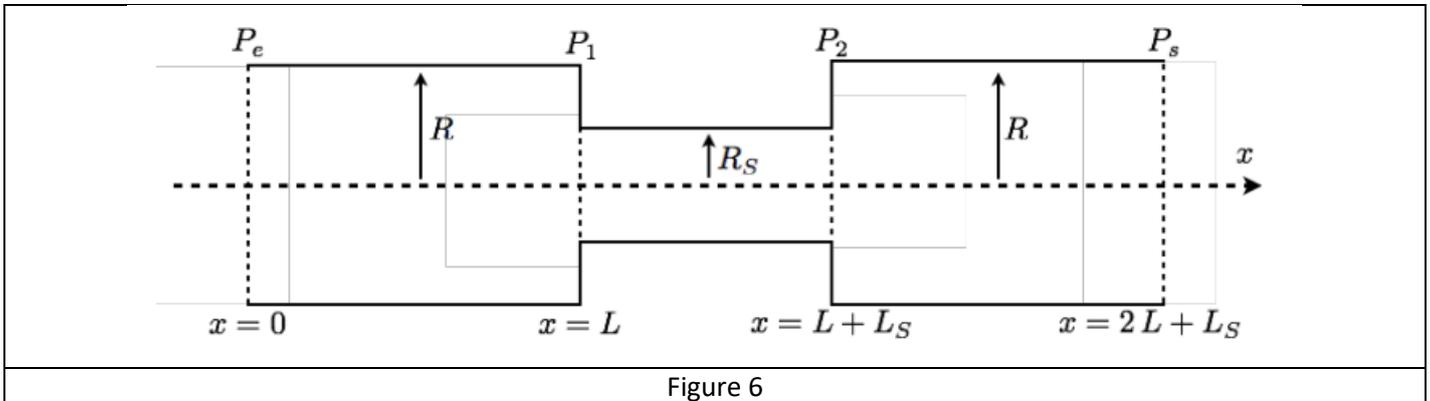


Figure 6

- 18)** Recopier la Figure 6 sur votre copie et représenter schématiquement les lignes de courant entre $x = 0$ et $x = 2L + L_S$. Commenter.
- 19)** On note Q_1 , Q_2 et Q_3 les débits volumiques à travers les sections situées respectivement en $x = 0$, $x = L + \frac{L_S}{2}$ et $x = 2L + L_S$. Donner en justifiant la(les) relation(s) qui lie(nt) ces différents débits et le débit volumique D_V dans le vaisseau sanguin. En déduire la conséquence de ce résultat sur la vitesse moyenne du fluide au niveau de la zone sténosée entre $x = L$ et $x = L + L_S$.
- 20)** Donner la relation liant la résistance hydraulique totale $R_{h,tot}$ en fonction du débit total dans le vaisseau sanguin D_V et la différence de pression entre l'entrée et la sortie, P_e et P_s .
Exprimer la résistance hydraulique totale en fonction de la résistance hydraulique de chaque sous-partie $R_{h,1}$, $R_{h,2}$ et $R_{h,3}$.
- 21)** Déterminer la différence de pression de part et d'autre de la sténose $P_2 - P_1$ en fonction des différentes résistances hydrauliques et de la différence de pression totale $P_e - P_s$.
- 22)** Application numérique : on considère l'artère précédente (Question 6) de rayon R , mais maintenant de longueur totale $2L + L_S = 8 \text{ cm}$, à laquelle est appliquée la même différence de pression $P_e - P_s$. Une sténose se développe dans cette artère et conduit à un rétrécissement local de l'artère sur une distance $L_S = 1 \text{ cm}$ où le rayon de l'artère devient $R_S = 2 \text{ mm}$. Déterminer la vitesse moyenne, $v_{m,S}$, dans la zone sténosée. En déduire le nombre de Reynolds dans chaque partie de l'artère. Déduire une information sur la nature de l'écoulement.

I.5) Vélocimétrie par effet Doppler

Afin d'évaluer les risques de sténoses vasculaires chez un patient, il faut pouvoir estimer localement la vitesse de l'écoulement du sang. Pour cela, on utilise une technique d'échographie Doppler. Le principe de cette mesure est le suivant : une sonde émet une onde ultrasonore de célérité c et de fréquence f_0 . Une hématie (globule rouge) se déplaçant à la vitesse v renvoie cette onde à une fréquence différente. Au signal réfléchi sur les hématies se superposent les signaux réfléchis sur les organes immobiles ou les tissus biologiques. Néanmoins ces derniers sont de fréquence identique à celle de la source et ne contribuent donc pas au signal de fréquence différente de la fréquence d'émission. La sonde à ultrasons jouant le rôle d'émetteur et de récepteur est positionnée sur la peau et émet des ultrasons.

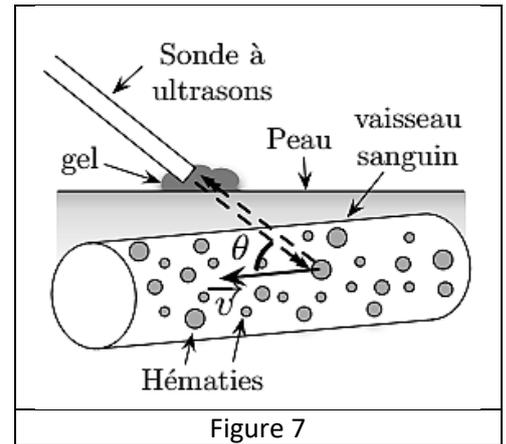


Figure 7

L'onde incidente fait un angle θ avec le vaisseau à explorer et la présence des hématies dans le sang permet aux ondes de se réfléchir à une fréquence légèrement différente. La mesure de la différence de fréquence donne accès à la vitesse v des hématies et donc du sang. On définit le décalage en fréquence par $\Delta f = f_2 - f_0$ où f_2 est la fréquence de l'onde reçue par la sonde après avoir été réfléchi par une hématie telle que :

$$f_2 = f_0 \left(1 - \frac{2v}{c} \cos\theta \right)$$

Une mesure effectuée au niveau de l'aorte par la sonde conduit à une différence de fréquence $f_2 - f_0$ égale à 2,0 kHz pour un angle θ de 20°. On prend : $c = 1,5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$; $f_0 = 4,0 \text{ MHz}$

En pratique, le signal d'entrée qui parvient au récepteur est composé de différentes fréquences : la fréquence $f_2 + f_0$ et la fréquence $|f_2 - f_0|$. On désire filtrer le signal pour ne garder que la composante qui décrit la vitesse des hématies. On considère pour cela le filtre, représenté sur la figure 8, branché sur une charge d'impédance infinie, c'est-à-dire avec $i_s = 0$. On se place en régime sinusoïdal forcé, de pulsation ω . A toute fonction sinusoïdale $v(t) = v_0 \cos(\omega t + \phi)$, on associe sa représentation complexe $\underline{v} = v_0 \exp[j(\omega t + \phi)]$. Le filtre est constitué d'un résistor de résistance R et d'un condensateur de capacité C .

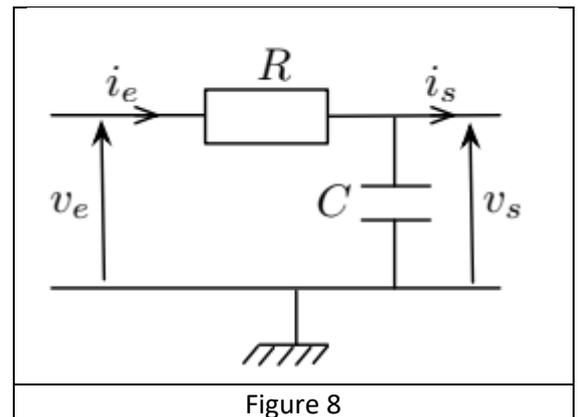


Figure 8

On supposera que la tension à l'entrée provient de la mesure effectuée par la méthode Doppler et que ce signal est sinusoïdal de la forme $v_e(t) = v_0 \cos(\omega t)$. La tension de sortie est notée $v_s(t)$.

23) Rappeler l'expression de l'impédance complexe \underline{Z}_C et \underline{Z}_R des deux dipôles C et R .

24) Donner les équivalents d'un condensateur à basse et haute fréquences. En déduire les limites basses et hautes fréquences de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{v_s}{v_e}$. Déterminer à quel type de filtre cela correspond et justifier son intérêt dans la situation présente.

25) Calculer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{v_s}{v_e}$. En particulier, donner les expressions des constantes a et ω_c qui permettent d'écrire le résultat sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{a}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

26) Calculer le module de la fonction de transfert $G(\omega) = |\underline{H}|$.

27) Donner la condition sur ω_c pour que ce filtre soit efficace.

28) Application numérique : Calculer la valeur de la fréquence de coupure pour une résistance $R = 3 \text{ k}\Omega$ et une capacité $C = 20 \text{ nF}$. Commenter ce résultat.

29) Pour pouvoir exploiter et traiter les données, on numérise le signal filtré. Proposer une valeur de la fréquence d'échantillonnage, f_e . Expliquer.

II) La survie de l'être humain sur Mars

Aller sur Mars est sans nul doute l'un des plus vieux rêves de l'humanité, symbole de la conquête spatiale commencée en 1957 avec le premier vol spatial orbital Spoutnik 1. L'Homme n'a pas encore foulé le régolithe (sol martien) de la planète rouge, mais atteindre Mars est loin d'être une sinécure. En outre, la planète rouge se révèle peu hospitalière (présence de puissants oxydants rendant la vie sur la surface impossible, pression atmosphérique évanescence, température de surface plus basse que sur le continent Antarctique, ...).

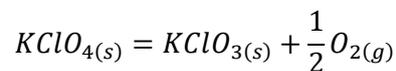
Cette partie s'intéresse aux perchlorates composant le régolithe, puissants oxydants découverts en 2008 par la NASA puis à certaines caractéristiques physiques de Mars (pression atmosphérique, épaisseur de l'atmosphère).

II.1) Les perchlorates : un « cocktail » toxique à la surface de Mars

En 2008, la mission Mars phoenix de la NASA découvre dans les sols martiens la présence de sels de perchlorate ($Mg(ClO_4)_2$, $Ca(ClO_4)_2$, $KClO_4$, ...) susceptibles de se décomposer sous l'effet de températures élevées ou d'une exposition aux rayons ultra-violettes solaires pour former des espèces chlorées capables de dégrader les acides aminés (constituants élémentaires des protéines) rendant l'habitabilité de Mars plus difficile que prévu.

En 2015, la NASA découvre également que ces sels de perchlorate mélangés à l'eau forment des saumures qui demeurent liquides lors des étés martiens et ravinent les terrains.

On étudie ici la réaction modélisée par l'équation suivante :



A. Étude thermodynamique d'une réaction de destruction des ions perchlorate

Enthalpies standard de formation à $T_1 = 298K$

$\Delta_f H_{O_{2(g)}}^0$	$\Delta_f H_{KClO_{3(s)}}^0$	$\Delta_f H_{KClO_{4(s)}}^0$
$0 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	$-397,7 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	$-432,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Etude à l'équilibre

30) Énoncer la loi de Hess. Expliquer pourquoi $\Delta_f H_{O_{2(g)}}^0 = 0$.

31) Calculer $\Delta_r H^0$, l'enthalpie standard de la réaction à la température $T_1 = 298K$. La réaction est-elle endothermique ? exothermique ?

32) La constante d'équilibre de la réaction à la température $T_1 = 298K$ vaut $K^0(T_1) = 6,43 \cdot 10^{-2}$. En faisant l'hypothèse de l'approximation d'Ellingham que l'on explicitera, exprimer $K^0(T)$ en fonction des températures T et T_1 , de R , $K^0(T_1)$ et de $\Delta_r H^0$.

On rappelle la relation de Van't Hoff : $\frac{d \ln(K^0(T))}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2}$

33) Quelle est l'influence d'une augmentation de température sur cet équilibre à pression constante ?

Par la suite, nous prendrons, à $T_0 = 210K$: $K^0(T_0) = 1,7 \cdot 10^{-4}$.

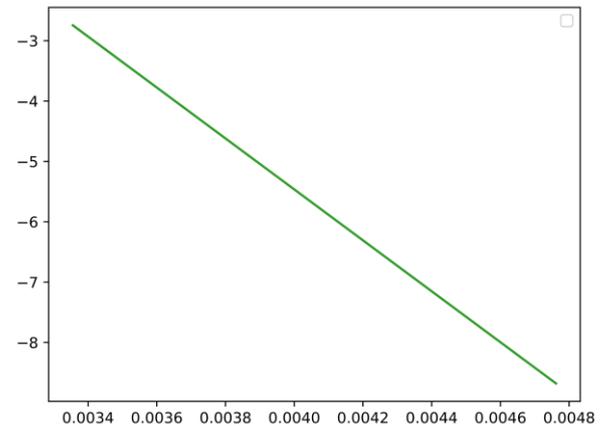
34) Connaissant maintenant les valeurs de la constante d'équilibre à deux températures différentes, comment serait-il possible graphiquement de remonter à la valeur de l'enthalpie standard de la réaction, $\Delta_r H^0$? On expliquera notamment le programme Python utilisé dans le Document 3.

35) Déterminer la valeur de l'enthalpie libre standard de la réaction $\Delta_r G^0(T_0)$. En déduire la valeur de l'entropie standard de la réaction $\Delta_r S^0$. Commenter son signe. Dépend-elle de la température ?

36) Sur Terre, la pression atmosphérique au sol est de l'ordre de la pression standard P^0 tandis que sur Mars, elle vaut environ $8 \cdot 10^2 Pa$. La valeur de la constante d'équilibre à $T_0 = 210K$ (température moyenne de la surface de Mars) est-elle influencée par les conditions de pression qui règnent sur Mars ? Justifier la réponse.

37) Exprimer la constante d'équilibre $K^0(T_0)$ de la réaction en fonction des activités des constituants, puis en fonction de la pression partielle de dioxygène à l'équilibre $P_{O_2,eq}$ et de P^0 , la pression standard.

38) Calculer la pression d'équilibre en dioxygène $P_{O_2,eq}$, associée à la réaction précédente à la température T_0 .

<pre> 1 import numpy as np 2 import matplotlib.pyplot as plt 3 4 T=np.array([210,298]) 5 inv_T=1/T 6 7 K=np.array([1.7*10**(-4),6.43*10**(-2)]) 8 ln_K=np.log(K) 9 10 R=8.31 11 12 # Régression linéaire # 13 resultat=np.polyfit(inv_T,ln_K,1) 14 regression=resultat[0]*inv_T+resultat[1] 15 plt.plot(inv_T, regression, 'r', label='régression linéaire') 16 plt.xlabel("inverse de la température (K-1) ") 17 plt.ylabel("ln(KA) ") 18 19 print("coefficient directeur= ", resultat[0]) 20 print("ordonnée à l'origine=",resultat[1]) 21 print("enthalpie standard de réaction=", -resultat[0]*R) </pre>	 <p>coefficient directeur= -4220.961601037719 ordonnée à l'origine= 11.420105026884658 enthalpie standard de réaction= 35076.19090462345</p>
Programme Python	Résultats

Document 3.

Etude hors équilibre

39) Rappeler la définition de la fonction d'état, enthalpie libre, G . Justifier que l'enthalpie libre est un potentiel thermodynamique adapté à l'étude des transformations isothermes, isobares et spontanées en montrant en particulier que :

$$dG < 0$$

40) Rappeler la définition de l'enthalpie libre de réaction, $\Delta_r G(T, P)$. En déduire le critère d'évolution spontanée d'un système chimique :

$$-\Delta_r G d\xi > 0$$

41) Rappeler l'expression du potentiel chimique, $\mu_i(T, P_i)$, d'un constituant A_i en fonction de son activité, a_i .

42) Quel est le lien entre $\Delta_r G(T, P)$ et $\mu_i(T, P_i)$? En déduire que :

$$\Delta_r G(T, P) = \Delta_r G^0(T) + RT \ln Q_r$$

Où Q_r représente le quotient réactionnel.

43) Comment peut-on alors prévoir le sens d'évolution d'une réaction chimique ?

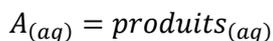
44) Il existe sur Mars un ensemble de mécanismes fixant la pression partielle en dioxygène gazeux : à $T_0 = 210K$, cette dernière vaut $P'_{O_2} = 0,80 Pa$. Sous ces conditions, dans quel sens la réaction est-elle thermodynamiquement possible ? Justifier la réponse.

45) Quelle est l'influence d'une augmentation de pression sur cet équilibre à température constante ?

B. Étude cinétique de la décomposition des molécules de chloro-glycine

En 2012, en reproduisant les conditions d'exposition aux rayons ultra-violetes solaires qui règnent sur Mars, l'université de Weber (Utah, États-unis) a étudié, en solution aqueuse, les réactions de formation d'acides α -aminés chlorés (chloro-glycine et chloro-alanine) à partir des ions hypochlorite (constituant issu de réactions de réduction des ions chlorate sur Mars) et d'acides α -aminés (glycine et alanine). Exposée aux rayons ultravioletes, la chloro-glycine (que nous désignons par $A_{(aq)}$ par la suite), par exemple, est un constituant instable.

Nous nous intéressons ici, à la température de 298 K, à la cinétique de la réaction de décomposition de ce constituant en solution aqueuse selon la réaction d'équation écrite formellement :



Trois expériences ont été réalisées avec des concentrations molaires initiales $[A]_0$ valant $1,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $2,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $5,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. L'évolution temporelle de la concentration molaire en A est représentée sur la figure A du document réponse.

- 46) Définir le temps de demi-réaction. Sur le document réponse, à rendre avec la copie, l'estimer graphiquement pour chacune des trois expériences. Que remarque-t-on ?
- 47) Cette réaction est une réaction avec ordre. Quel est la valeur de l'ordre de cette réaction ? Justifier la réponse.
- 48) On note k la constante de vitesse. Quelle est l'équation différentielle satisfaite par $[A]$?
- 49) Exprimer $[A]$ au cours du temps en fonction de la concentration initiale $[A]_0$, de la constante de vitesse et du temps.
- 50) Calculer la constante de vitesse k .
- 51) L'université de Weber a obtenu une valeur de k égale à $1,65 \cdot 10^{-6} \text{ SI}$ en utilisant un programme proche de celui présenté dans le document 3. Proposer sur votre feuille une rédaction de ce programme. La valeur trouvée à la question précédente est-elle en bon accord avec cette valeur ?

II.2) Atmosphère martienne

L'atmosphère martienne est essentiellement constituée d'un mélange gazeux de dioxyde de carbone, d'argon et de diazote. On assimile ces constituants à un gaz parfait unique de masse molaire $M = 43,3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, à la pression P et à la température T .

Le champ de pesanteur est supposé uniforme, de valeur égale à sa valeur au sol ($z = 0$) : $g_0 = 3,71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

A. Généralités

52) Rappeler l'équation des gaz parfaits. On donnera l'unité de chacune des grandeurs qui interviennent dans cette équation.

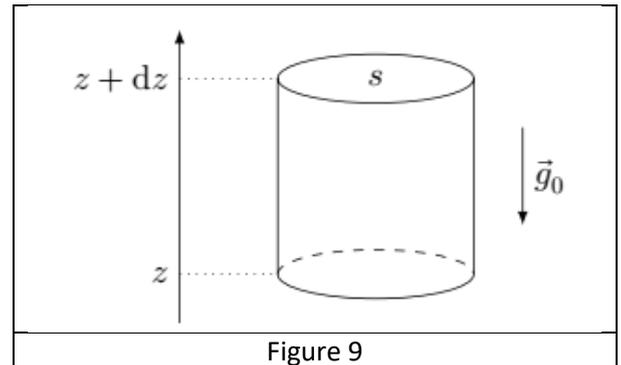
53) Notons ρ la masse molaire d'un gaz parfait. Exprimer ρ en fonction de P , T , M et R (constante des gaz parfaits).

B. Modèle de l'atmosphère isotherme

On se place dans le cadre du modèle de l'atmosphère isotherme à la température $T = T_0 = 210\text{K}$ (T_0 est la température de surface moyenne martienne). On considère une petite colonne de gaz parfait à l'équilibre mécanique, de sections égales s comprises entre les altitudes z et $z + dz$. L'axe vertical est pris ascendant (Figure 9).

54) Montrer que la pression atmosphérique P ne dépend que de z .

55) L'exprimer en fonction de P_0 (la pression atmosphérique martienne au sol), g_0 , M , z , R et T_0 .



C. Épaisseur de l'atmosphère martienne dans le modèle de l'atmosphère isotherme

L'épaisseur de l'atmosphère H est définie comme l'altitude pour laquelle la pression atmosphérique vaut $\frac{P_0}{e}$ avec $e = \exp(1)$ (\exp désigne la fonction exponentielle).

56) Exprimer H en fonction de T_0 , R , g_0 et M .

57) Calculer H et comparer à l'épaisseur H_{Terre} de la troposphère sur Terre.

On donne pour la Terre : $M_{Terre} = 28,9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $T_{0,Terre} = 285 \text{ K}$ et $g_{0,Terre} = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

NOM PRENOM

N° CANDIDAT

Annexe 1

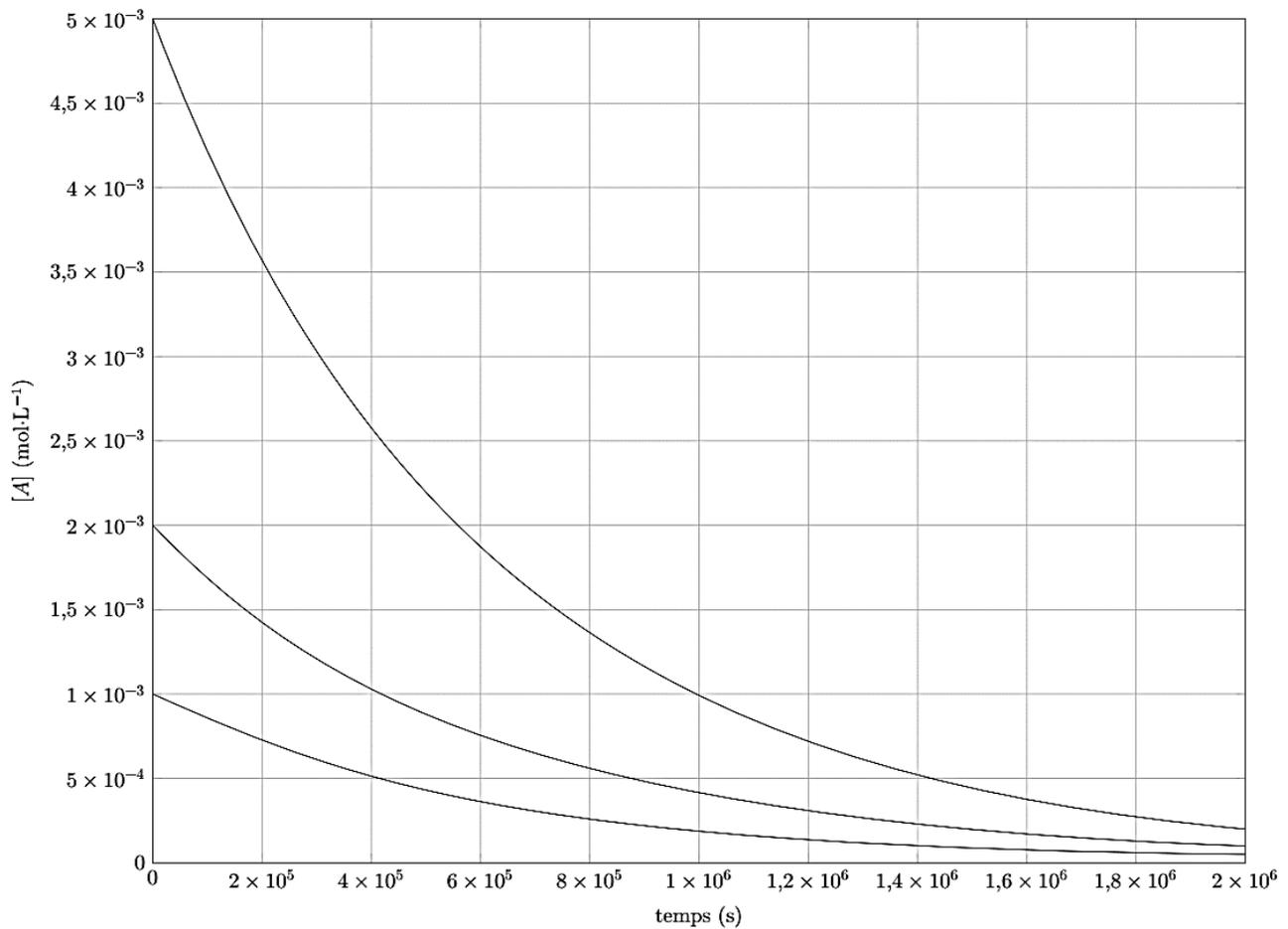


Figure A Évolution temporelle de la concentration molaire en chloro-glycine pour trois concentrations molaires initiales $[A]_0 = 1,00 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, $[A]_0 = 2,00 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $[A]_0 = 5,00 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$