

Devoir surveillé 2

L'emploi des calculatrices personnelles est interdit.

Instructions générales

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction. La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Le candidat prendra soin de bien numéroter les questions et d'y répondre dans l'ordre sur sa copie.

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

ATTENTION :

- La rédaction doit être faite à l'encre noire ou bleue. Les couleurs doivent être réservées à l'encadrement des résultats et/ou les schémas.
- Les encres vertes et violettes sont interdites.
- Sont interdits également : les stylos plumes, les correcteurs type « Typex » ou « blanco », les stylos à friction.

Puiser dans la mer

Les épisodes de sécheresse successifs que connaissent certaines parties du monde entraînent la diminution des ressources en eau que ce soit pour la consommation ou l'irrigation. Nous verrons ici le cas d'un lac dont l'eau sert à l'irrigation des cultures. En cause, la diminution du débit du fleuve l'alimentant.

Pour contrer cette baisse de niveau, il est possible de pomper de l'eau dans la mer pour la reverser dans le lac, situé à 423 m en dessous du niveau de la mer. Bien sûr, cette eau alors salée irait d'abord dans une usine de désalinisation pour obtenir une eau douce. Puis les saumures (eaux salées) issues du dessalement seraient transférées dans un pipeline, en passant par une centrale hydroélectrique afin de fournir de l'électricité.

Données pour les parties I et II :	
masse volumique de la saumure	$\rho = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
viscosité de la saumure	$\eta = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Pl}$
longueur de la conduite	$l = 200 \text{ km}$
section uniforme de diamètre	$d = 3,0 \text{ m}$
accélération de la pesanteur	$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
masse volumique de l'air à la surface de la mer	$\rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Volume d'eau du lac évaporée par an	$V_{\text{évap}} = 118 \cdot 10^7 \text{ m}^3 \text{ par an}$
Pluviométrie autour du lac	$h_p = 60 \text{ mm} \cdot \text{an}^{-1}$
Débit volumique moyen du fleuve	$D_{V,\text{Jou}} = 16 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
Surface du lac	$S_{\text{mor}} = 637 \text{ km}^2$

Aides aux calculs pour les parties I et II :		
$2,0 \times 3,600 \times 2,4 \times 3,65 = 63$	$9,9 \times 3,600 \times 2,4 \times 3,65 = 312$	$6,4 \times 3,0 = 19$
$1,2 \times 9,8 \times 4,23 = 50$	$1,1 \times 9,8 \times 4,23 = 46$	$1,6 \times 3,600 \times 2,4 \times 3,65 = 50,5$
$\frac{5,0}{1,1} = 4,5$	$\frac{3,25}{6,37} = 0,51$	$\frac{4,5}{\pi \times 1,5^2} = 0,64$
$\sqrt{\frac{3 \times 4,6}{1,1 \times 1,5}} = 2,9$		$2,9 \times \pi \times 1,5^2 = 20$

I) Analyse de l'écoulement dans le pipeline

On s'intéresse dans un premier temps à l'écoulement de la saumure dans le pipeline.

On note respectivement Z_{mor} et Z_{rou} les cotes de la sortie (lac) et de l'entrée (mer) du pipeline transportant la saumure (Figure 1).

On suppose cet écoulement stationnaire et incompressible.

Soient P_1 et P_2 les pressions respectivement en amont et en aval de la canalisation.

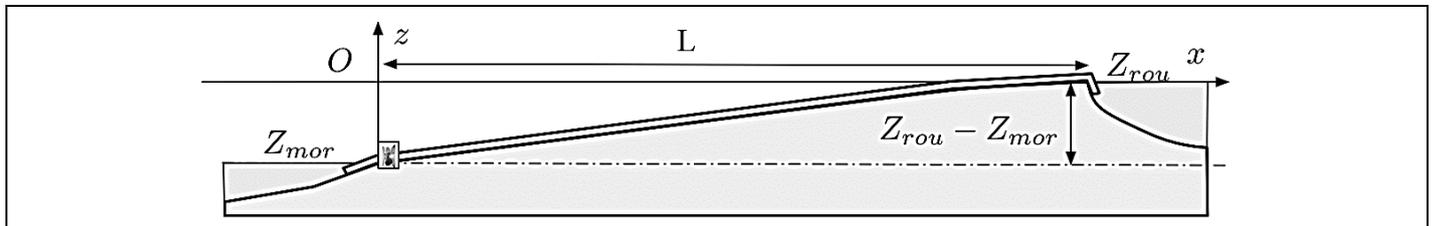


Figure 1. Modélisation du pipeline

On choisit comme système d'étude un cylindre de rayon r et de longueur l comme représenté en gris sur la Figure 2.

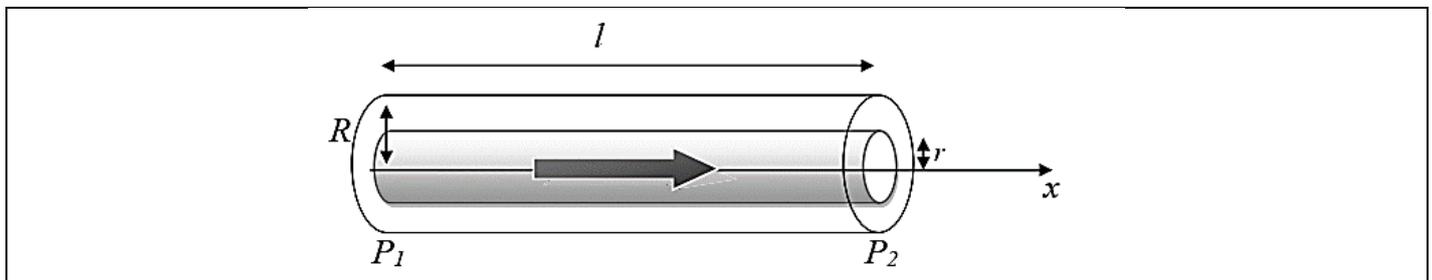


Figure 2. Canalisation et circulation de la saumure

On se place dans le cadre d'un écoulement de type Poiseuille cylindrique laminaire.

On montre que le débit volumique D_V à travers une section droite de la canalisation s'écrit selon la loi de Hagen-Poiseuille :

$$D_V = \frac{\pi R^4}{8\eta l} (P_1 - P_2)$$

- 1) En déduire l'expression de la vitesse moyenne V_{moy} dans une section de la conduite, supposée uniforme sur la section, encore appelée vitesse débitante.
- 2) A l'aide de l'introduction, estimer la valeur de la chute de pression $P_1 - P_2$ entre l'entrée et la sortie du pipeline (on admettra pour simplifier que la chute de pression dans l'air est de l'ordre de la chute de pression que l'on obtiendrait en statique des fluides sur la même hauteur).
- 3) En déduire une valeur numérique de $D_{V,1}$, puis de V_{moy} .
- 4) Calculer la valeur du nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho V_{moy} d}{\eta}$ pour la saumure s'écoulant dans le pipeline. Quel est le type d'écoulement dans la conduite ? La loi de Hagen-Poiseuille était-elle vraiment applicable ?

II) Bilan énergétique

II.1) Fluide parfait

Pour corriger l'étude précédente, on doit se placer dans le cas plus général d'écoulement unidimensionnel et stationnaire dans le pipeline. On réalise pour cela une étude énergétique de celui-ci.

Cet écoulement peut recevoir théoriquement depuis l'extérieur :

- un travail massique indiqué w_i autre que celui des forces de pression,
- un transfert thermique massique q .

Une particule fluide située au point M de l'écoulement est caractérisée par :

- son énergie cinétique massique e_c ,
- son énergie potentielle massique e_p ,
- son enthalpie massique h .

5) À l'aide d'un schéma, définir un système ouvert et un système fermé pour cet écoulement. Établir l'expression du premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_i + q$$

On suppose pour la question suivante que :

- la canalisation est calorifugée,
- le fluide ne reçoit aucun travail indiqué (aucune turbine ni pompe dans la canalisation),
- le fluide est incompressible et parfait, c'est-à-dire non visqueux, l'écoulement adiabatique et réversible,
- la seule force agissant sur le fluide est la force de pesanteur.

6) Montrer que la relation précédente peut s'écrire :

$$\Delta p + \frac{1}{2} \rho \Delta(v^2) + \rho g \Delta z = 0$$

Avec p la pression, v la vitesse et z l'altitude d'un point M du fluide.

Comment se nomme la relation précédente ?

Elle peut aussi s'écrire : $\Delta P_{tot} = 0$ avec $P_{tot} = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z$ la pression dite totale.

7) Interpréter P_{tot} en termes énergétiques. Quelle conclusion peut-on tirer d'une étude expérimentale où l'on trouverait $\Delta P_{tot} \neq 0$?

II.2) Fluide Newtonien

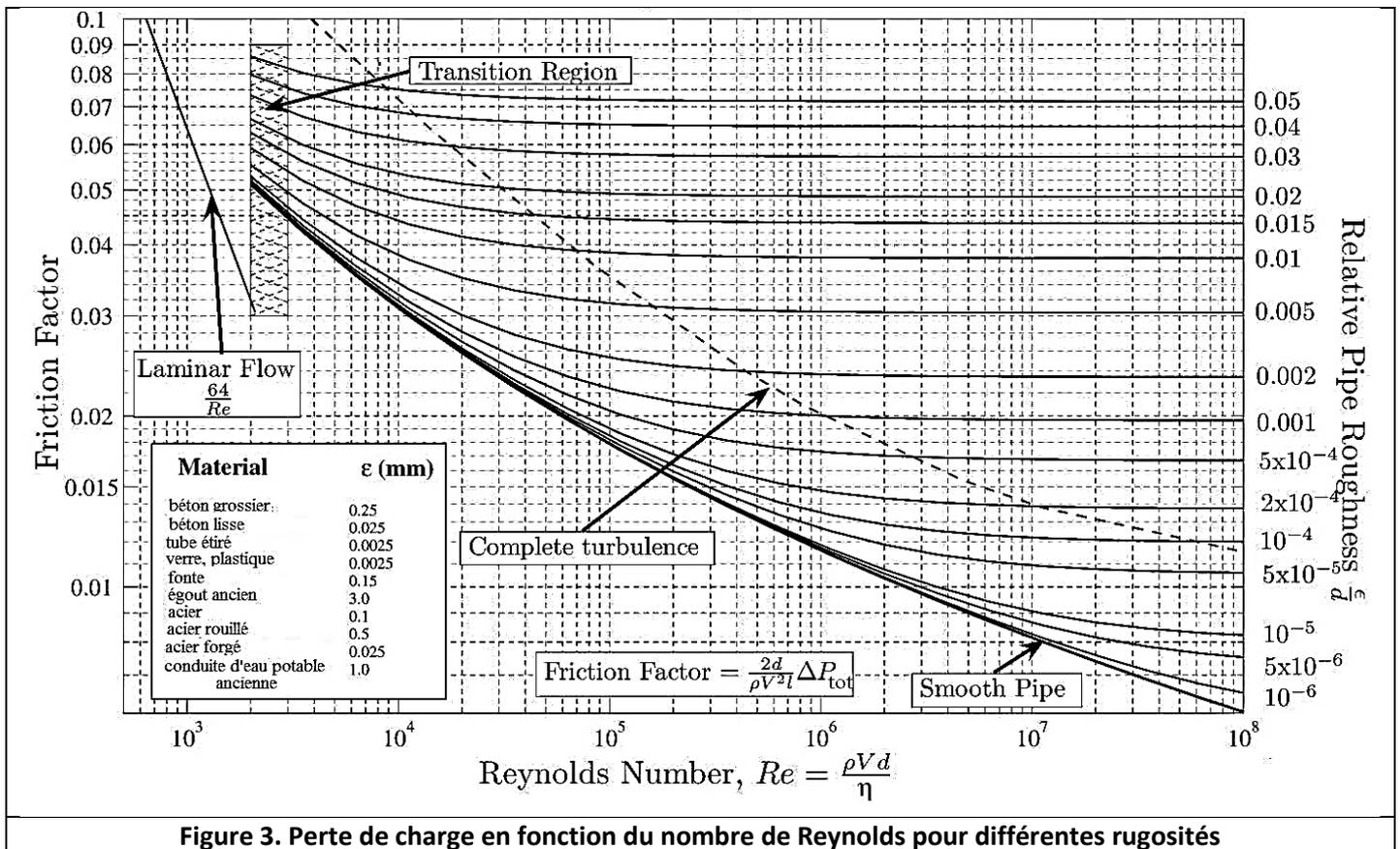
Par la suite, on se place dans ce dernier cas. Le relation $\Delta P_{tot} = 0$ n'est donc plus valable.

- 8) À l'aide de l'introduction et de la Figure 1, déterminer la valeur numérique de ΔP_{tot} le long du pipeline en négligeant les variations de vitesse et de pression entre entrée et sortie. Commenter la valeur obtenue. A quoi cela peut être dû ? Comment peut-on alors appeler ΔP_{tot} dans une conduite de section constante ?

L'écart à la loi de Bernoulli est essentiellement lié à la rugosité du matériau constituant la conduite créant dans celle-ci un écoulement très turbulent. Pour caractériser un tel écoulement, on utilise le graphe de la Figure 3 qui traduit l'évolution de ΔP_{tot} en fonction du nombre de Reynolds et ce pour différentes valeurs de la rugosité du matériau utilisé.

Afin de normaliser les grandeurs entre elles, on utilise leurs équivalents adimensionnés suivants :

- le coefficient de friction $f = \frac{2d}{\rho V^2 l} |\Delta P_{tot}|$
- la rugosité relative ϵ/d



Le pipeline est réalisé avec un matériau de type {conduite d'eau potable}.

- 9) En calculant la rugosité relative du matériau utilisé, déduire du diagramme de la Figure 3 la valeur du coefficient de friction pour notre écoulement dont le nombre de Reynolds est supérieur à $2 \cdot 10^7$.
- 10) En déduire la nouvelle valeur de la vitesse débitante V , puis du débit dans la canalisation $D_{V,2}$.
- 11) De combien varierait chaque année le niveau du lac avec ce pipeline dans les conditions actuelles d'utilisation des eaux du fleuve ? On pourra s'aider d'un bilan volumique.

II.3) Centrale hydroélectrique

Sur les berges du lac, il est prévu d'alimenter une centrale hydroélectrique avec les eaux arrivant du pipeline.

La turbine (Figure 4) délivre une puissance :

$$P_i = \rho g D_V \left(\Delta Z_{tu} - K \frac{V^2}{2g} \right)$$

où $\Delta Z_{tu} = Z_E - Z_S$ est la différence d'altitude entre entrée et sortie de turbine (aussi appelée hauteur manométrique), K un coefficient de perte dépendant des turbines, V la vitesse débitante et D_V le débit volumique dans le pipeline.

Pour la turbine considérée, $K = 400$.

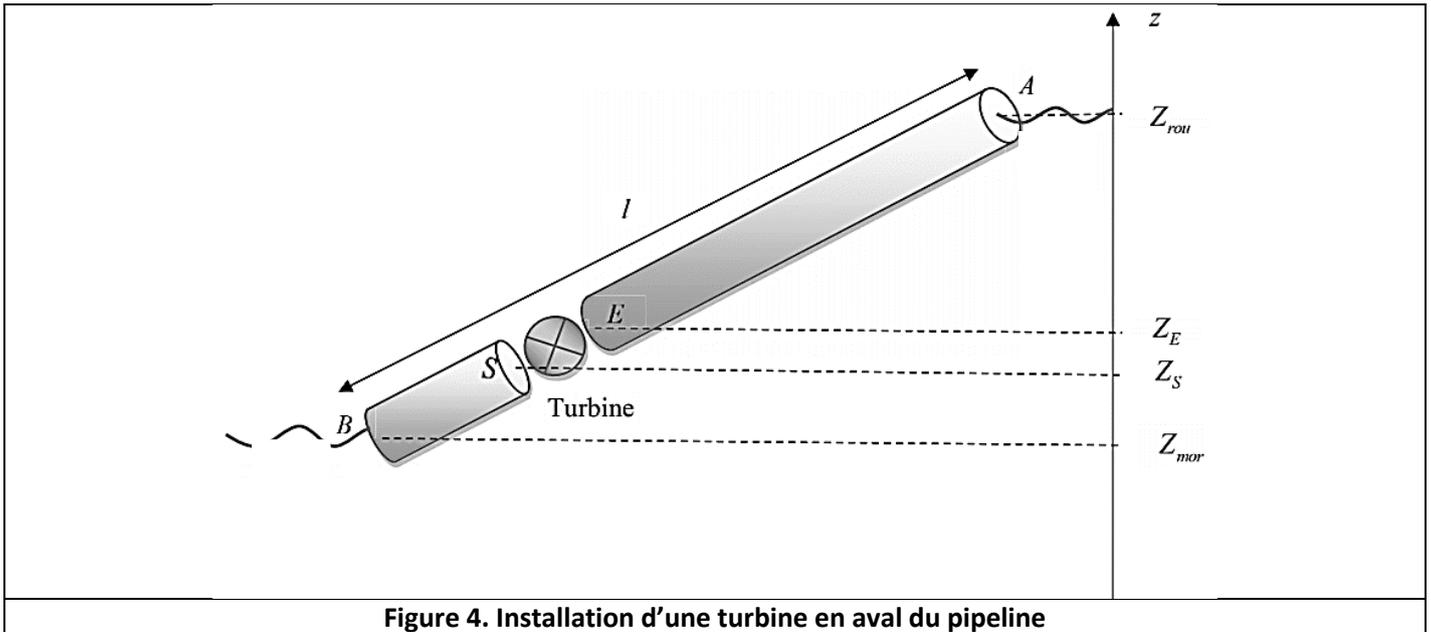


Figure 4. Installation d'une turbine en aval du pipeline

On introduit les points suivants :

- A entrée de la canalisation au niveau de la mer,
- E entrée de la turbine,
- S sortie de la turbine,
- B sortie de la canalisation au niveau du lac.

12) À l'aide de la définition de la pression totale P_{tot} , déterminer l'expression de $P_{tot}(E) - P_{tot}(S)$ en fonction de ΔZ_{tu} , puis en fonction de P_i , D_V , K , ρ et d le diamètre de la canalisation. On négligera les variations de pressions et de vitesses lorsque le fluide traverse la turbine.

13) En supposant que le coefficient de friction garde la même valeur que celle déterminée dans la question 8, déterminer aussi les expressions de :

- $P_{tot}(A) - P_{tot}(E)$
- $P_{tot}(S) - P_{tot}(B)$

14) Montrer alors que la puissance utile de la turbine s'écrit finalement :

$$P_i = D_V \left[\rho g (Z_{rou} - Z_{mor}) - \frac{\rho}{2S^2} D_V^2 \left(K + f \frac{l}{d} \right) \right]$$

Cette formule nous permet de calculer la valeur du débit volumique qui permettrait d'obtenir la puissance utile maximale récupérée par la turbine, soit : $D_{V,3} = 9,9 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. La puissance récupérée est alors de : $P_i = 30 \text{ MW}$.

15) Quelle serait alors l'évolution annuelle de hauteur du niveau du lac ? Commenter ce résultat.

III) Désalinisation de l'eau de mer

Avant d'être envoyée dans le lac l'eau de la mer est désalinisée pour récupérer de l'eau douce.

Données utiles à la partie III

Masse molaires : $M(Na) = 23,0 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(Cl) = 35,5 \text{ g.mol}^{-1}$
 Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
 Pression standard : $P^0 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
 Conversion de température : $T(K) = T(^{\circ}C) + 273$

Aides aux calculs pour la partie III

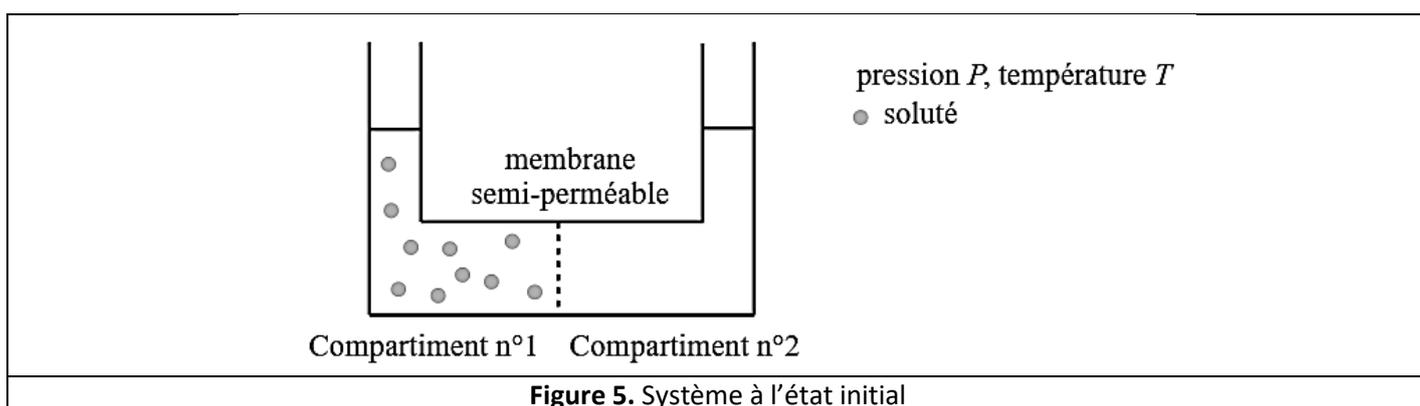
$\frac{3,5}{5,85} = 0,60$	$1,2 \times 8,31 \times 2,98 = 30$	$4,18 \times 8,0 = 33$
---------------------------	------------------------------------	------------------------

III.1) Osmose inverse

L'osmose est un phénomène de diffusion de la matière mis en évidence lorsque des molécules de solvant traversent une membrane semi-perméable séparant deux solutions dont les concentrations en soluté sont différentes. Le transfert de solvant se fait alors de la solution la moins concentrée vers la solution la plus concentrée jusqu'à l'équilibre.

Dans l'état initial schématisé sur la Figure 5, deux compartiments sont séparés par une membrane semi-perméable, le compartiment n°1 contient de l'eau et un soluté et le compartiment n°2 contient de l'eau pure.

L'eau est capable de traverser la membrane, contrairement au soluté.



Le potentiel chimique d'une espèce A en phase condensée s'exprime selon la relation :

$$\mu_A(T, P, x_A) = \mu_A^*(T, P) + RT \ln(x_A)$$

Où : $\mu_A^*(T, P)$: potentiel chimique du constituant A pur à T et P

x_A : fraction molaire de l'espèce A dans la phase condensée

Le potentiel chimique d'une espèce A en phase condensée dépend de la pression selon la relation :

$$\mu_A^*(T, P) = \mu_A^*(T, P^0) + V_m(P - P^0)$$

Où : $\mu_A^*(T, P^0)$: potentiel chimique du constituant A pur à T et $P^0 = 1 \text{ bar}$

V_m : volume molaire du constituant A

Document 1. Potentiel chimique d'une phase condensée

$x_{H_2O(1)}$ représente la fraction molaire de l'eau dans le compartiment 1.

16) A l'aide du Document 1, exprimer le potentiel chimique de l'eau du compartiment 1 noté $\mu_{H_2O(1)}$ et celui du compartiment 2 noté $\mu_{H_2O(2)}$ en fonction entre autres de $\mu_{H_2O}^*(T, P^0)$, V_m et $x_{H_2O(1)}$.

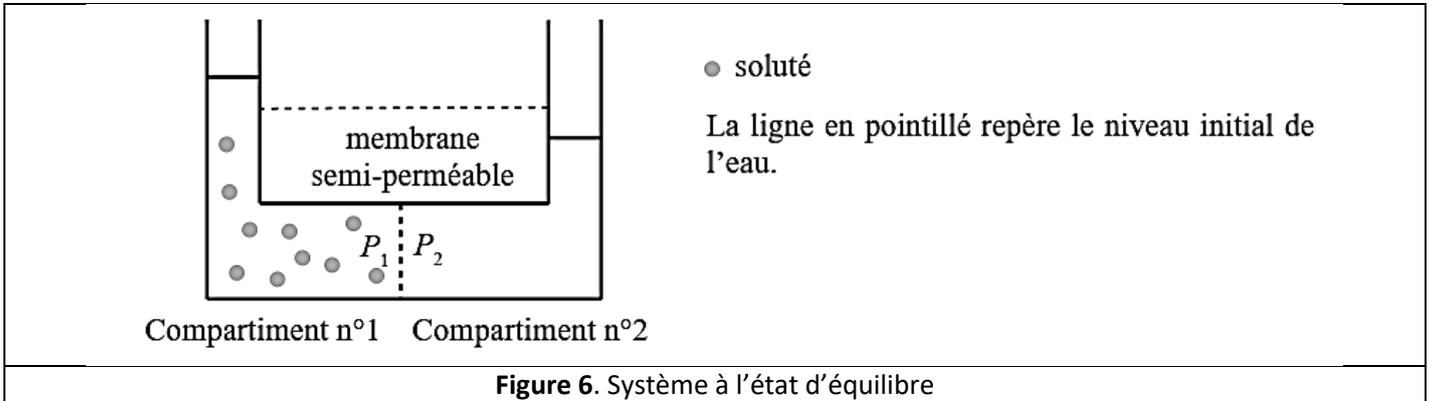
17) Rappeler la définition de l'enthalpie libre de réaction, $\Delta_r G(T, P)$, en fonction du potentiel chimique.

18) En déduire pour la transformation $H_2O(1) = H_2O(2)$, l'expression de l'enthalpie libre de réaction :

$$\Delta_r G(T, P) = -RT \ln(x_{H_2O(1)})$$

19) Rappeler la condition d'évolution spontanée d'un système chimique et prévoir dans quel sens l'eau va passer au travers de la membrane en fonction de $x_{H_2O(1)}$.

De l'eau traverse donc la membrane semi-perméable jusqu'à ce que le système atteigne l'équilibre osmotique, schématisé sur la Figure 6.



La pression osmotique Π est définie comme la différence de pression de part et d'autre de la membrane lorsque le système est à l'équilibre :

$$\Pi = P_1 - P_2$$

20) Que vaut l'enthalpie libre de la réaction à l'équilibre ? Montrer alors qu'à l'équilibre :

$$V_m \Pi = -RT \ln(x_{H_2O(1),eq})$$

On peut alors montrer que dans le cas d'une solution diluée en soluté de concentration molaire, c ($mol.m^{-3}$), cette relation peut se réécrire sous la forme :

$$\Pi = cRT$$

Cette expression peut être généralisée au cas où la solution contient plusieurs solutés à la concentration molaire c_i , la pression osmotique se mettant alors sous la forme :

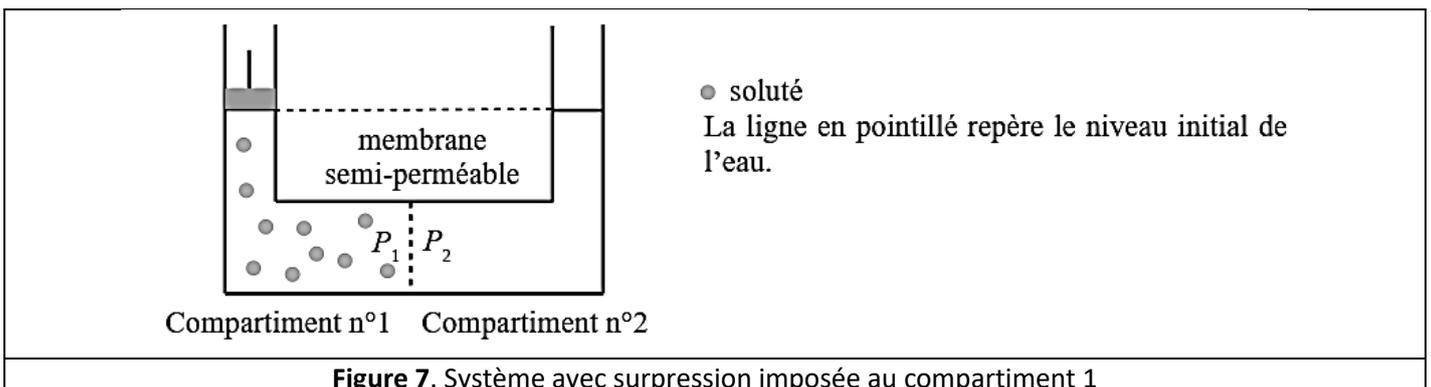
$$\Pi = \sum_i c_i RT$$

21) Calculer la pression osmotique en bar dans le cas de l'eau de mer assimilée à une solution aqueuse de chlorure de sodium ($Na^+ + Cl^-$) de concentration massique égale à $35 g.L^{-1}$ pour une température de $25^\circ C$.

Partant de l'état d'équilibre, on impose désormais à l'aide d'un dispositif externe une pression P' sur le compartiment 1 telle que :

$$P_1 = P_2 + P'$$

Cet état est schématisé sur la Figure 7.



22) Exprimer les potentiels chimiques $\mu'_{H_2O(1)}$ et $\mu'_{H_2O(2)}$ de l'eau dans les deux compartiments quand la surpression est appliquée mais avant tout transfert de matière.

23) En déduire que :

$$\mu'_{H_2O(2)} - \mu'_{H_2O(1)} = V_m(\Pi - P')$$

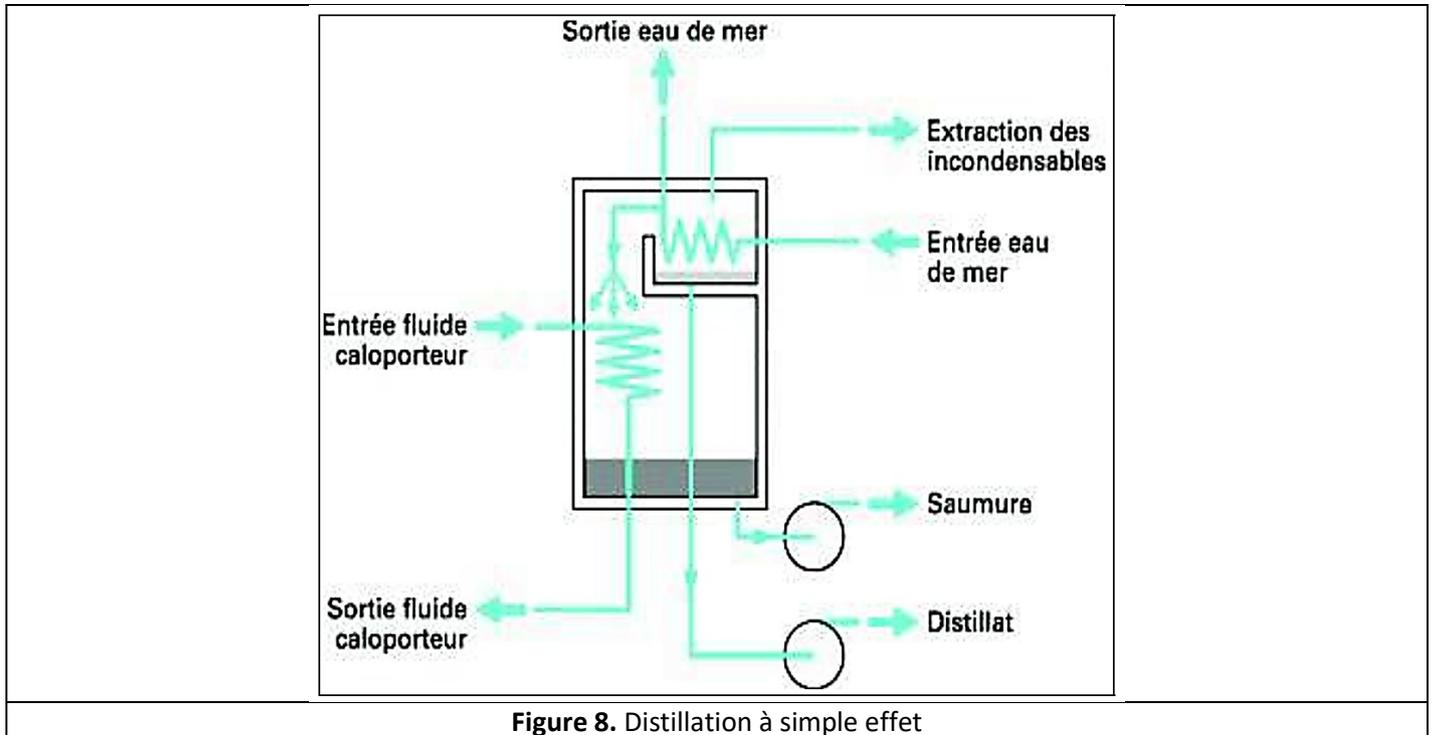
24) Indiquer le sens du transfert de matière qui doit s'effectuer pour permettre le dessalement de l'eau de mer.

25) Exprimer la condition sur P' afin de pouvoir réaliser ce transfert de matière.

III.2) Dessalement par distillation

Le procédé de « distillation à simple effet » de la Figure 8, reproduit le cycle naturel de l'eau.

Dans une enceinte fermée, un serpentin de réchauffage porte à ébullition l'eau de mer. La vapeur produite se liquéfie au contact d'un deuxième serpentin qui transporte l'eau de mer froide. Une pompe soutire l'eau distillée. Une autre pompe évacue l'eau salée.



26) A l'aide du Document 2, trouver la valeur de l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau à la pression de $P_e = 1,0 \text{ bar}$ et à la température de $T_{e1} = 100^\circ\text{C}$, notée $\Delta h_v(T_{e1})$.

27) Indiquer comment évolue cette enthalpie de vaporisation lorsque la pression diminue.

On s'intéresse maintenant au bilan énergétique complet qui consiste à chauffer l'eau liquide d'une température T_i jusqu'à sa température d'ébullition T_e puis à vaporiser l'eau, à pression constante.

On note c_p la capacité thermique massique de l'eau à pression constante et on suppose que cette grandeur est indépendante de la température. On donne :

$$c_p = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

28) Exprimer la variation d'enthalpie ΔH_{liq} d'une masse d'eau liquide m dont la température évolue de T_i à T_e .

29) A partir du Document 2, calculer la valeur de l'enthalpie massique de vaporisation à la température de $T_{e1} = 50^\circ\text{C}$, notée $\Delta h_v(T_{e2})$.

30) L'eau de mer est prélevée à la température moyenne de $T_i = 20^\circ\text{C}$. Calculer la différence, notée Δh , entre la variation d'enthalpie massique de l'eau dont la température passe de T_i à T_{e1} et la variation d'enthalpie massique de l'eau dont la température passe de T_i à T_{e2} .

31) Pour un débit massique en eau potable $D_{mp} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, calculer la valeur de la puissance thermique $P_f(T_{e1})$ nécessaire pour chauffer puis évaporer l'eau de la température T_i à la température T_{e1} .

32) On envisage de réaliser la distillation, avec le même débit massique, sous pression réduite voisine de 0,1 bar pour effectuer la vaporisation à la température T_{e2} . Exprimer en fonction de Δh , $\Delta h_v(T_{e2})$ et $\Delta h_v(T_{e1})$ la différence de puissance thermique entre les deux processus à T_{e1} et à T_{e2} , notée $P_f(T_{e1}) - P_f(T_{e2})$. Commenter.

IV) Traitement de l'eau de mer

La gamme optimale de pH pour ne pas perturber le milieu naturel du lac se situe entre 6,8 et 7,2. Il est donc important de suivre régulièrement le pH après désalinisation.

Aides aux calculs pour la partie IV

$$\arctan(10) = -1,5 \text{ rad}$$

IV.1) Modélisation du pH-mètre

On se propose de modéliser le pH-mètre comme une association en série d'un générateur de tension idéale de force électromotrice E en fonction du pH avec une résistance électrique r (Figure 9).

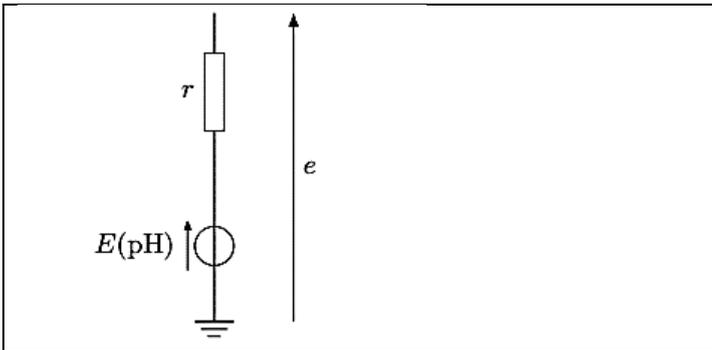


Figure 9. Modélisation d'un pH-mètre

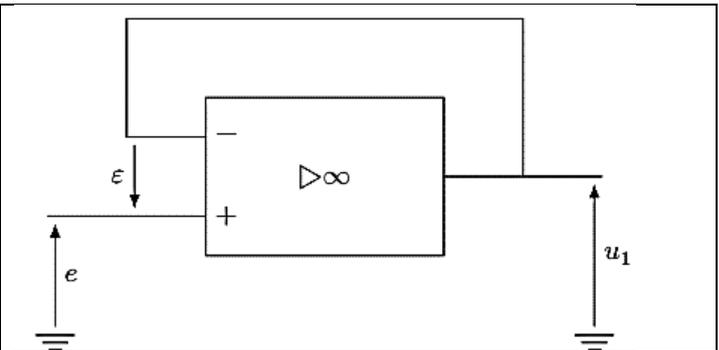


Figure 10. Suiveur

33) On souhaite mesurer la tension e à l'aide d'un voltmètre de résistance interne $R_V = 1,0 \text{ M}\Omega$. Exprimer la tension mesurée e en fonction de E , r et R_V . Calculer la valeur de e en prenant $r = 10 \text{ M}\Omega$ et $E = 0,20 \text{ mV}$.

34) Quelle valeur minimale de résistance interne du voltmètre R'_V aurait-il fallu avoir pour commettre une erreur inférieure à 10% sur la mesure de E ?

Pour s'affranchir des problèmes de mesures liés à la résistance interne r du pH-mètre, on utilise le montage de la Figure 10 dans lequel l'amplificateur linéaire intégré (ALI) est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.

On a alors $u_1 = e$.

Différents phénomènes externes provoquent une perturbation électromagnétique du signal E . A un pH donné, l'évolution de E en fonction du temps t est représentée en Figure 11.

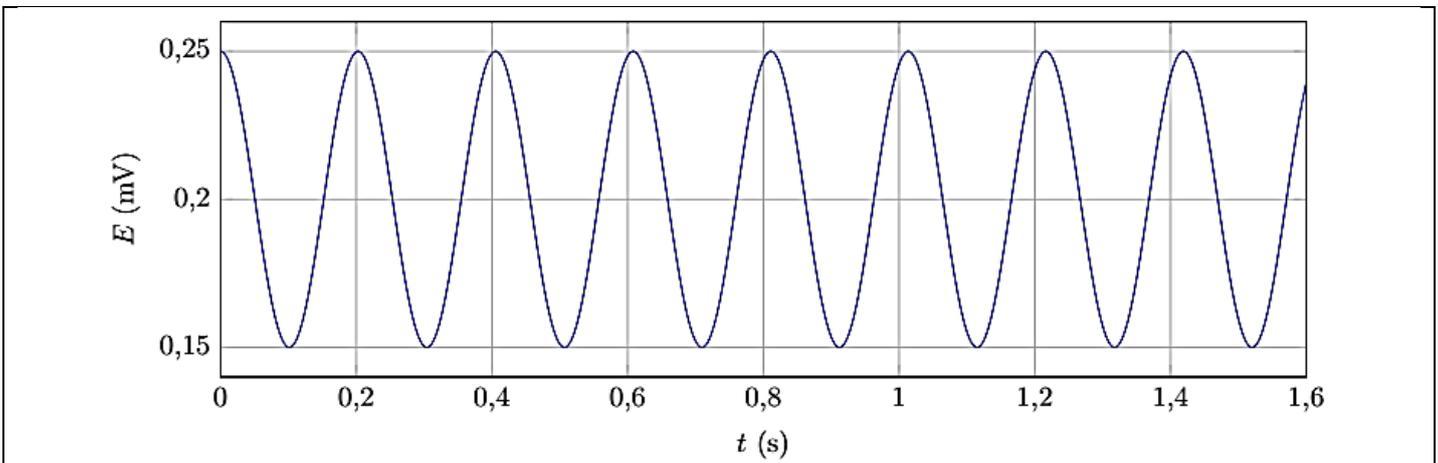


Figure 11

35) Représenter la décomposition spectrale du signal de la Figure 11.

IV.2) Filtrage linéaire

On envoie le signal $u_1(t)$ en entrée du filtre représenté en Figure 12.

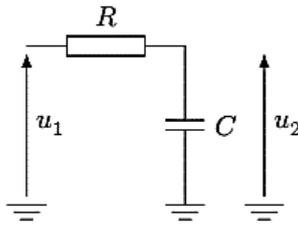


Figure 12

L'étude sera menée en régime sinusoïdal, ω représente la pulsation du signal, ω_0 la pulsation propre et x désigne la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$.

36) Quelle est la nature du filtre ? Justifier de son intérêt dans le cas présent.

La fonction de transfert du filtre $\underline{H}(j\omega)$ se met sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j(\omega/\omega_0)}$$

37) Exprimer le gain du filtre $G(x)$ et la phase $\varphi(x) = \arg(\underline{H})$.

38) Exprimer le gain en décibels $G_{dB}(x)$ puis déterminer les équivalents à basse et haute fréquence.

39) Construire le diagramme de Bode, réponses en gain $G_{dB} = f(\log x)$ et en phase $\varphi = f(\log x)$.

On considère le signal d'entrée de la forme :

$$u_1(t) = E + \frac{E}{4} \cos(10\omega_0 t)$$

On cherche le signal de sortie $u_2(t)$ sous la forme :

$$u_2(t) = A_1 + A_2 \cos(10\omega_0 t + \psi_2)$$

40) Exprimer les constantes A_1 , A_2 , ω_2 et ψ_2 . Calculer pour $E = 0,20 \text{ mV}$ les valeurs de A_1 , A_2 et ψ_2 . Commenter l'effet de l'action du filtre sur le signal $u_1(t)$.

IV.3) Filtrage numérique

Pour pouvoir piloter à distance, la régulation du pH, on se propose de passer à un filtre passe-bas numérique.

41) En s'appuyant sur le Figure 11, proposer une fréquence d'échantillonnage f_e adaptée à la numérisation de E .

Pour pouvoir tester le filtre numérique, on se propose ici de régénérer le signal par un code Python, puis de coder le filtre numérique.

Le document 3 nous donne un code pour générer le même signal que celui en Figure 11. On obtient alors les représentations temporelles et spectrales des Figures 13 et 14.

42) Compléter sur votre copie les lignes 4 à 10 du document 3.

43) Expliquer l'allure du spectre obtenu en Figure 14.

44) Compléter l'allure du spectre sur votre copie si il avait été tracé jusqu'à 250 Hz.

45) Que se passerait-il au niveau du spectre si le théorème de Shannon n'était pas respecté ?

Le filtre numérique relie les mots binaires u_{1n} et u_{2n} correspondant aux tensions d'entrée et de sortie via l'équation suivante (méthode d'Euler explicite) :

$$u_{2n+1} = ru_{2n} + au_{1n} \quad \text{avec} \quad r = \frac{\tau - T_e}{\tau} \quad \text{et} \quad a = \frac{T_e}{\tau}$$

Le document 4 nous donne un code pour réaliser ce filtrage numérique. On obtient alors la représentation spectrale du signal de sortie en Figure 15.

46) Expliquer comment l'équation de récurrence ci-dessus a été obtenue.

47) Compléter sur votre copie les lignes 2, 3, 4 et 9 du document 4.

48) Expliquer l'allure du spectre obtenu en Figure 15.

49) Quels sont les avantages et inconvénients de passer à un filtre numérique ?

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 A0 =
5 A1
6 f1 =
7 duree_signal =
8 fe =
9 Te =
10 Ne = 1 + int(duree_signal / Te)
11
12 temps = np.array([i * Te for i in range(Ne)]) # Génération de la base de temps
13 signal_entree = np.array([A0 + A1*np.sin(2*np.pi*f1*Te*i) for i in range(Ne)])
14
15 ## Affichage du signal d'entrée échantillonné et de son spectre
16 # Représentation temporelle
17 plt.figure(1)
18 plt.plot(temps, signal_entree,'b.')
19 plt.xlabel('Temps (s)')
20 plt.ylabel('Amplitude du signal en entrée')
21 plt.show()
22
23 # Représentation spectrale
24 FFT_signal_entree = np.fft.fft(signal_entree) # Transformée de Fourier du signal
25 coef_fourier_entree = np.concatenate((FFT_signal_entree[0] / Ne, FFT_signal_entree[1:] * 2 / Ne), axis = None)
26 module_coef_fourier_entree = np.absolute(coef_fourier_entree)
27 freq = np.array([i/duree_signal for i in range(Ne)])
28
29 plt.figure(2)
30 plt.plot(freq, module_coef_fourier_entree,'b')
31 plt.xlabel('Fréquence (Hz)')
32 plt.ylabel('Module des coefficients de Fourier du signal en entrée')
33 plt.show()
34
35
36

```

Document 3. Génération d'un signal sinusoïdal bruité échantillonné

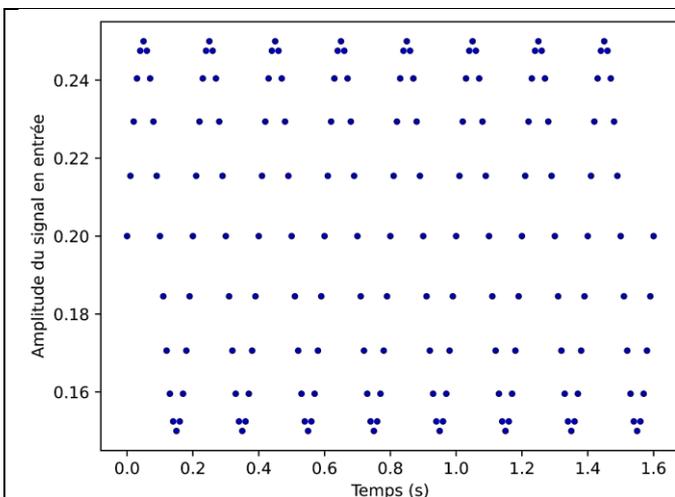


Figure 13. Représentation temporelle

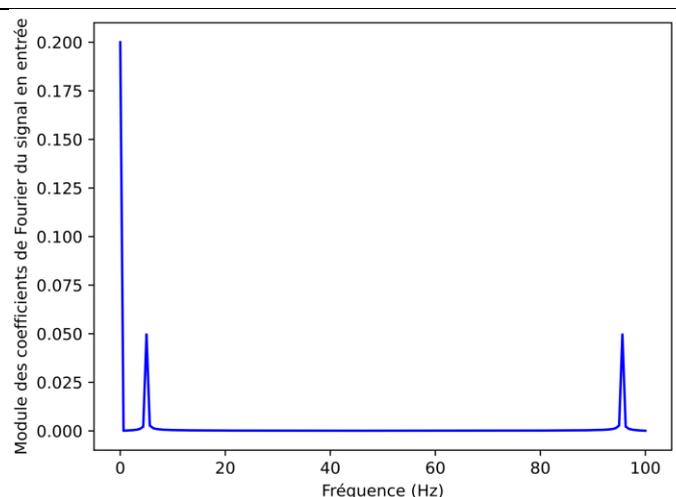


Figure 14. Représentation spectrale

```

1  fc = 0.5
2  tau=
3  r=
4  a=
5
6  signal_sortie = np.zeros(len(signal_entree))
7
8  for i in range(Ne - 1):
9      signal_sortie[i+1] =
10
11 # Représentation spectrale
12 FFT_signal_sortie = np.fft.fft(signal_sortie)
13 coef_fourier_sortie = np.concatenate((FFT_signal_sortie[0] / Ne, FFT_signal_sortie[1:] * 2 / Ne), axis = None)
14 module_coef_fourier_sortie = np.absolute(coef_fourier_sortie)
15 freq = np.array([i/duree_signal for i in range(Ne)])
16
17 plt.figure(3)
18 plt.plot(freq, module_coef_fourier_entree,'b',label='entrée')
19 plt.plot(freq, module_coef_fourier_sortie,'r',label='sortie')
20 plt.xlabel('Fréquence (Hz)')
21 plt.ylabel('Module des coefficients de Fourier du signal')
22 plt.legend()
23 plt.axis([-20, 50, 0, 0.2])
24 plt.show()

```

Document 4. Filtre numérique passe bas d'ordre 1

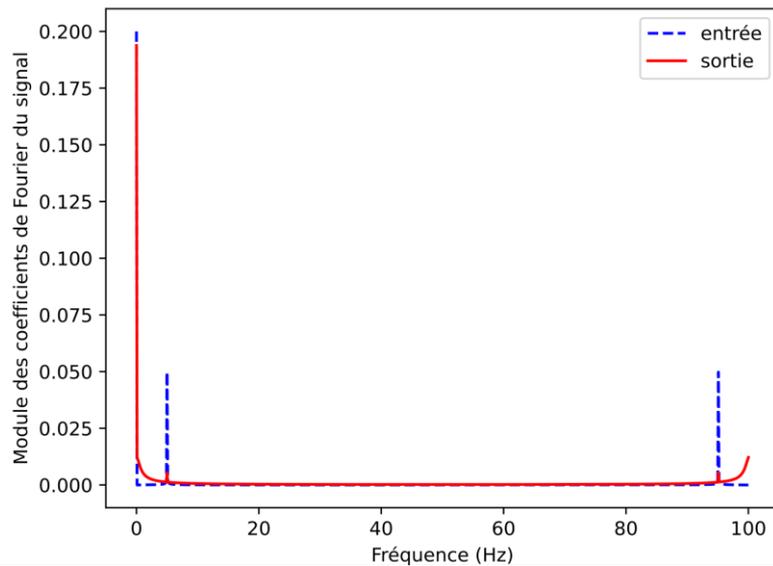


Figure 15. Représentation spectrale

V) Le silicium

La plupart des circuits intégrés (comme les ALI) utilisent des matériaux de type semi-conducteurs, comme le silicium.

Aides aux calculs pour la partie V

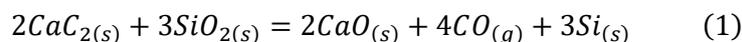
$\frac{1,8}{6,01} = 0,30$	$\frac{4,0 \times 8,31 \times 1,730}{8} = 7,2$	$8,31 \times 125042 = 1,04 \cdot 10^6$
$(3,68)^{0,25} = 1,39$	$\frac{1,39 \times 8}{8,31 \times 1,730} = 0,77$	$\frac{3,2}{6,41} = 0,50$
$\frac{7,7}{4} = 1,9$		

V.1) Réduction du dioxyde de silicium

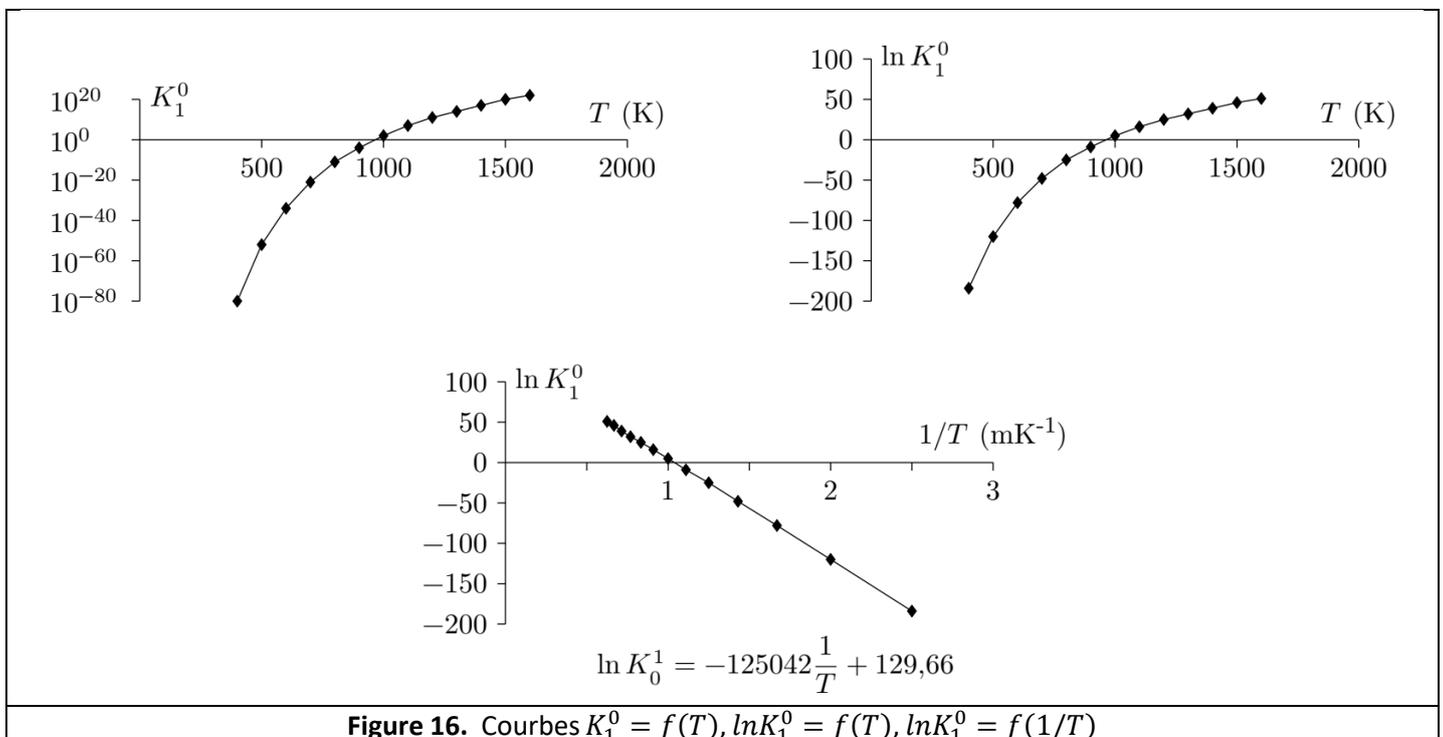
Pour produire le silicium, on réduit le dioxyde de silicium SiO_2 par le carbure de calcium $CaC_2(s)$.

Pour $T < 1683K$, aucun changement d'état n'intervient.

L'équation de la réaction est :



Sa constante d'équilibre est noté K_1^0 .



50) À l'aide de la Figure 16, déterminer le signe de l'enthalpie standard $\Delta_r H_1^0$ de la réaction (1) puis sa valeur en la supposant indépendante de la température.

51) Quelle est l'influence d'une augmentation de la température à pression et composition constante ? Justifier. En déduire si l'industriel a intérêt à travailler à basse ou haute température.

V.2) A une température plus élevée

Dans un réacteur de volume constant 8 litres, préalablement vide, on introduit 18 g de SiO_2 solide et 32 g de CaC_2 solide. On opère à $T = 1730K > 1683K$. On suppose que la phase gazeuse est assimilable à un gaz parfait.

52) Ecrire l'équation de la réaction entre $SiO_2(s)$ et $CaC_2(s)$ que l'on notera (1') en précisant les états physiques des espèces chimiques.

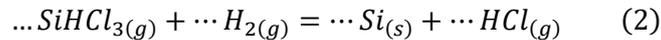
53) Dresser un tableau d'avancement. En supposant la réaction totale, donner les quantités de matière des différentes espèces chimique à l'état final, ainsi que la pression de la phase gazeuse (supposée parfaite).

54) Sachant que la constante d'équilibre de la réaction (1') vaut : $K_1^0(1730K) = 3,68 \times 10^{24}$, calculer la pression du système si l'équilibre est atteint puis la quantité de matière de monoxyde de carbone formé. Conclure.

V.3) Distillation du trichlorosilane

Le silicium obtenu est mis en réaction avec du chlorure d'hydrogène gazeux HCl à $300^\circ C$. On forme majoritairement le trichlorosilane $SiHCl_3$ mais également le dichlorosilane SiH_2Cl_2 . Après refroidissement à $15^\circ C$, on obtient un mélange liquide de $SiHCl_3$ et de SiH_2Cl_2 de composition molaire 80% en $SiHCl_3$. Une distillation fractionnée permet alors de purifier le trichlorosilane $SiHCl_3$.

Le trichlorosilane ultra-pur est réduit par l'hydrogène vers $1000^\circ C$, selon la réaction :



Le silicium ultra-pur, produit par cette réaction, est ensuite déposé sur un barreau de silicium.

55) Ajuster les nombres stœchiométriques de l'équation (2).

56) Que valent à 298K les enthalpies standards de formation de $H_{2(g)}$ et $Si_{(s)}$? Justifier.

57) Calculer l'enthalpie standard $\Delta_r H_2^0$ de la réaction à 298K. Commenter le choix de température.

58) Cette réaction se déroule au contact d'un thermostat qui permet de conserver la température constante. Que vaut alors le transfert thermique fournit au système pour la production d'une mole de silicium.

59) La réaction est réalisée à la pression $P = 0,1 \text{ bar}$. Justifier le choix de la pression égale à 0,1 bar plutôt que 1,0 bar à température fixée.

Extrait du tableau périodique des éléments :

	H	C	N	O	Al	Si	Cl	Ca
Numéro atomique	1	6	7	8	13	14	17	20
Masse molaire ($g \cdot mol^{-1}$)	1,01	12,0	14,0	16,0	27,0	28,1	35,5	40,1

Relation de Van't Hoff :

$$\frac{d \ln K^0(T)}{dT} = \frac{\Delta_r H^0(T)}{RT^2}$$

Données thermodynamiques :

	$Si_{(s)}$	$SiO_{2(s)}$	$SiHCl_{3(g)}$	$H_{2(g)}$	$HCl_{(g)}$	$CaC_{2(s)}$	$CaO_{(s)}$
Température de fusion T_{fusion} (K)	1683	1883	139	14	159	2430	2886
Enthalpie standard de formation $\Delta_f H^0$ ($kJ \cdot mol^{-1}$)	?	-911	-488,5	?	-92,3	-63	-635