

Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen

Extrait du programme

La partie 1.1 « Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen » introduit sur le contexte de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.	
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme.	Établir la relation entre la dérivée de la pression par rapport à une coordonnée verticale, la masse volumique et le champ de pesanteur. Établir l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.

Sommaire

1	FORCES AU SEIN D'UN FLUIDE AU REPOS	2
1.1	DEFINITION DU SYSTEME	2
1.2	BILAN DES FORCES	2
2	RELATION DE STATIQUE DES FLUIDES	2
2.1	PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE	2
2.2	RELATION DE STATIQUE DES FLUIDES.....	2
3	EXERCICES DE COURS	3
3.1	CAS D'UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE ET HOMOGENE	3
3.2	CAS DE L'ATMOSPHERE ISOTHERME DANS LE MODELE DU GAZ PARFAIT	3
3.3	COMPARAISON DES DEUX MODELES	3
4	QUESTIONS DE COURS	4
5	EXERCICES TYPE ORAL	5
5.1	BAROMETRE DE TORRICELLI	5
5.2	TUBE EN U CONTENANT DEUX LIQUIDES	5
5.3	MODELES D'ATMOSPHERE.....	5
6	DM POUR LE 10/10/2022	6

3 Exercices de cours

3.1 Cas d'un fluide incompressible et homogène

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On utilisera une base cartésienne. L'accélération de la pesanteur est supposée uniforme et vaut : $\vec{g} = -g\vec{u}_z$.

1) Définir les termes « fluide incompressible » et « fluide homogène ». Donner un exemple.

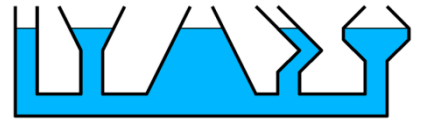
2) En partant de la relation fondamentale de la statique des fluides, montrer que, dans un fluide incompressible et homogène, la variation de pression entre deux points A et B , $P(B) - P(A)$, est proportionnelle à la différence de hauteur entre ces deux même points, $z(B) - z(A)$.

3) On souhaite ainsi modéliser la variation de pression dans le cas de l'océan. On choisit l'origine de l'axe Oz à la surface de l'eau et on note la pression P_{atm} . Montrer que la pression varie selon :

$$P(z) = P_{atm} - \mu g z \quad \text{pour } z \leq 0$$

4) Commenter l'expression précédente. On pourra notamment calculer la pression à 10m de profondeur.

5) Expliquer le principe des vases communicants. Dans ces vases reliés entre eux mais de taille et formes différentes, on peut remarquer que la hauteur du liquide est la même dans tous les vases.



3.2 Cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On utilisera une base cartésienne. L'accélération de la pesanteur est supposée uniforme et vaut : $\vec{g} = -g\vec{u}_z$. On note la pression à l'altitude $z = 0$, P_{atm} .

1) Définir les termes « atmosphère isotherme », « gaz parfait » et « fluide compressible ». Donner un exemple.

2) En partant de la relation des gaz parfaits, relier la masse volumique μ du gaz parfait et sa pression P .

3) Intégrer la relation fondamentale de la statique des fluides entre l'altitude $z = 0$ et l'altitude z . Montrer que la variation de pression varie de manière exponentielle avec l'altitude selon : $P(z) = P_{atm} \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ avec $H = \frac{RT_0}{Mg}$. On précisera la dimension de la grandeur H .

4) Commenter l'expression précédente. On pourra notamment calculer la pression à $z = 3H$.

3.3 Comparaison des deux modèles

Dans le cas d'un fluide incompressible, la dépendance avec l'altitude est linéaire. Dans le cas d'un fluide compressible et isotherme, la dépendance avec l'altitude est exponentielle.

1) Pour des altitudes (ou profondeur) très faibles, comparer les deux expressions obtenues précédemment.

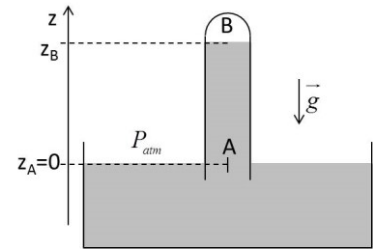
4 Questions de cours

- 1) Exprimer la densité volumique de forces de pesanteur.
- 2) Exprimer la densité surfacique de forces de pression.
- 3) Démontrer la relation de la statique des fluides. On considèrera une particule de fluide de volume $dV = dxdydz$ et l'axe (Oz) ascendant.
- 4) Démontrer la relation de la statique des fluides. On considèrera une particule de fluide de volume $dV = dxdydz$ et l'axe (Oz) descendant.
- 5) Retrouver l'évolution de la pression dans le cas d'un fluide incompressible et homogène, l'axe (Oz) étant ascendant.
- 6) Retrouver l'évolution de la pression dans le cas d'un fluide incompressible et homogène, l'axe (Oz) étant descendant.
- 7) Redémontrer la loi de pression en fonction de l'altitude dans le cas d'une atmosphère isotherme à la température T_0 . L'atmosphère peut être considérée comme un gaz parfait. La pression au niveau du sol est notée P_0 . On introduira une hauteur caractéristique H du phénomène que l'on précisera.

5 Exercices type oral

5.1 Baromètre de Torricelli

Le baromètre de Torricelli est composé d'un tube, rempli de mercure retourné sur une cuve, contenant également du mercure. L'atmosphère, qui exerce une pression P_{atm} sur la surface libre du mercure dans la cuve, empêche le tube de se vider.



1) A partir de quelle hauteur AB , la pression en B est-elle nulle ?

2) Expliquer alors le principe de la mesure barométrique (mesure de la pression atmosphérique).

3) Une unité employée parfois pour les pressions est le millimètre de mercure. Comment le convertit-on en Pascal ?

4) Quel serait le problème si l'on utilisait de l'eau, plutôt que du mercure ?

Données :

- masse volumique du mercure : $\mu_{Hg} = 13,5.10^3 kg.m^{-3}$
- masse volumique de l'eau : $\mu_{eau} = 1,0.10^3 kg.m^{-3}$
- pression atmosphérique : $P_{atm} = 1bar$
- accélération de la pesanteur : $g = 10m.s^{-2}$

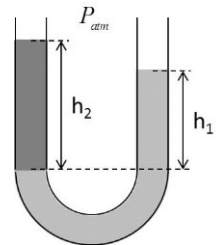
5.2 Tube en U contenant deux liquides

Un tube en U contient deux liquides non miscibles de masses volumiques μ_1 et μ_2 . Ces deux liquides sont en contact avec l'air libre à la pression P_{atm} .

1) Exprimer la masse volumique μ_2 en fonction de μ_1 , h_1 et h_2 .

2) Quel est le liquide le plus dense ?

3) Que dire du principe des vases communicants ?



5.3 Modèles d'atmosphère

L'air de la troposphère (partie de l'atmosphère dans laquelle nous vivons) est considéré comme un gaz parfait de masse molaire M . On suppose le champ de pesanteur uniforme. Au niveau du sol ($z = 0$), la pression est P_0 et la température T_0 .

1) On suppose que la température de l'atmosphère est uniforme. A partir de la relation de statique des fluides, établir la loi de variation de la pression en fonction de l'altitude z . On introduira une hauteur caractéristique H du phénomène.

2) On suppose maintenant que la température de l'air décroît linéairement avec l'altitude z selon la loi ($\lambda > 0$) :

$$T(z) = T_0 - \lambda z$$

2.a) Montrer que la pression à l'altitude z est de la forme :

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{\lambda}{T_0} z\right)^{\frac{T_0}{\lambda H}}$$

2.b) Calculer, dans ce modèle, la pression au sommet de l'Everest (8850 m).

3) Pour $z \ll H$, montrer que les résultats obtenus à l'aide des deux modèles précédents conduisent à une même fonction affine $P(z)$ donnant la pression en fonction de l'altitude.

Données : $M = 29g.mol^{-1}$; $g = 9,8m.s^{-2}$; $P_0 = 1,0bar$; $T_0 = 310K$; $\lambda = 5,0.10^{-3}K.m^{-1}$

6 DM pour le 10/10/2022

6.1 DM5 pour le 9/10/2023

Pour préparer un repas chaud une fois arrivé au sommet de la colline, notre randonneur utilise un réchaud à combustible solide pour chauffer de l'eau qu'il aura préalablement purifiée à l'aide d'agents chimiques.

Document 1 - Set de cuisson (extrait du site marchand « monrechaud.com »)

Le set de cuisson Esbit® (popote/réchaud en aluminium anodisé dur, idéal pour les sorties en solo) comprend une casserole d'une capacité de 585 mL, un couvercle et un support de réchaud à combustible solide.

Le support de casserole permet de déposer une tablette de combustible solide Esbit® et fait office de pare-vent. Lors du transport, il se range à l'intérieur de la casserole.



L'ensemble est extrêmement léger et compact. Le set de cuisson Esbit® est livré avec un filet de rangement.

Document 2 - Tablettes de combustible solide (d'après le site marchand « monrechaud.com »)

Vingt tablettes de 4 g de combustible solide permettent de recharger les réchauds pliants Esbit®. Elles peuvent être également utilisées pour allumer un feu de camp, un barbecue ou une cheminée. Deux tablettes de 4 grammes permettent de faire bouillir 0,25 litre d'eau en 5 minutes. Une tablette de 4 g brûle approximativement en 5 minutes.

Matériaux : substances non toxiques dont l'hexamine.

Informations complémentaires :

- Non explosif
- S'allume avec une allumette ou un briquet
- Pas d'étincelles
- Puissance de chauffe forte
- Pouvoir calorifique de l'hexamine : $7 \cdot 10^3 \text{ kcal} \cdot \text{kg}^{-1} = 31 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Ne laisse pas de cendres après la combustion
- Aucune fumée visible
- Léger et compact
- Lorsqu'il est bien entreposé, le combustible solide Esbit® conserve ses caractéristiques techniques pendant de nombreuses années
- Fonctionne également à des températures inférieures à 0 °C et à haute altitude.

Données 2

Capacité thermique massique de l'eau liquide à pression constante : $c_{eau} = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Masse volumique de l'eau liquide : $\mu_{eau} = 1,0 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$

Enthalpie massique de vaporisation de l'eau sous 1 bar : $\ell_v = 2,3 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Données spécifiques à l'hexamine

Aspect : poudre blanche

Formule brute : $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{N}_4$

Masse molaire : $M_h = 140 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse volumique supposée indépendante de la température : $\mu_h = 1,33 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

Les produits de combustion de l'hexamine dans l'air varient selon les conditions : diazote N_2 , eau H_2O et dioxyde de carbone CO_2 dans les conditions optimales.

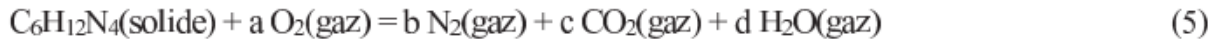
Enthalpies standard de formation à 25 °C

Espèce	$\text{H}_2\text{O}(\text{gaz})$	$\text{CO}_2(\text{gaz})$	$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{N}_4(\text{solide})$
$\Delta_f H^\circ \text{ en kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	$-2,5 \cdot 10^2$	$-4,0 \cdot 10^2$	$1,23 \cdot 10^2$

6.1.1 La combustion des tablettes d'hexamine solide

Le but de cette sous-partie est de vérifier le pouvoir calorifique annoncé par le fournisseur.

Q27. La réaction de combustion dans l'air s'écrit



où a , b , c et d sont des coefficients stœchiométriques.

Déterminer a , b , c , d .

Q28. Que valent les enthalpies standard de formation du diazote gazeux et du dioxygène gazeux à 25 °C ? Justifier.

Q29. Déterminer numériquement l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H^\circ$ de la réaction (5) à 25 °C. On suppose cette grandeur indépendante de la température.

Pourquoi la valeur trouvée est-elle cohérente avec le fait que la réaction est une combustion ?

Le pouvoir calorifique est le transfert thermique libéré lors de la combustion complète d'un kilogramme de combustible sous une pression de 1 bar et à une température de 25 °C.

Q30. Démontrer avec soin que le pouvoir calorifique de l'hexamine est : $PC = - \frac{\Delta_r H^\circ}{M_h}$. On précisera entre autres les conditions d'application des lois utilisées.

Q31. Calculer numériquement PC . La donnée fournisseur est-elle juste ?

Q32. Lorsque l'on monte en altitude, la pression diminue. On suppose que la réaction (5) reste un équilibre. Quel est l'effet de cette diminution de pression à température constante sur l'équilibre ? Le réchaud restera-t-il performant en altitude ?

On s'interroge maintenant sur l'affirmation lue sur le site du fournisseur : « Deux tablettes de 4 grammes permettent de faire bouillir 0,25 litre d'eau en 5 minutes ».

Q33. Quelle est la valeur numérique de l'énergie délivrée lors de la combustion des deux tablettes de combustible sous 1 bar et à 25 °C ? On utilisera le pouvoir calorifique fourni dans le **document 2**, page 7.

Q34. On considère le système thermodynamique fermé constitué par un volume $V = 0,25$ L d'eau liquide. On le chauffe de manière monobare (pression extérieure constante égale à 1 bar) depuis une température de $T_1 = 20$ °C jusqu'à une température $T_2 = 100$ °C (température d'ébullition sous 1 bar). Déterminer, en justifiant soigneusement, l'expression littérale du transfert thermique reçu par l'eau lors de ce chauffage. Faire l'application numérique.

Q35. En conséquence, quel est le rendement espéré par le fournisseur lorsqu'il affirme « deux tablettes de 4 grammes permettent de faire bouillir 0,25 litre d'eau » ?

Une fois l'eau portée à ébullition, il faut encore apporter de l'énergie au système contenu dans la casserole pour maintenir l'ébullition.

Q36. Déterminer, en justifiant soigneusement, l'expression littérale du transfert thermique reçu par l'eau lors de la vaporisation monobare d'un volume $V' = 0,05$ L d'eau liquide déjà portée à 100 °C. Faire l'application numérique. Commenter.

Q37. Dans le set de cuisson, on dispose d'un couvercle. Quel est son rôle ? Nommer précisément un phénomène physique en partie évité grâce au couvercle.

Toute l'étude précédente se base sur la donnée de l'enthalpie standard de la réaction (5). On se propose ici de remonter à sa valeur d'une manière différente. On prend une tablette de 4g de combustible que l'on fait brûler sous pression constante dans un récipient calorifugé, donc selon la réaction totale (5).

On prendra la même valeur de capacité thermique molaire standard pour tous les gaz, soit : $C_{p,m}^0 = 40 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

QA. On suppose que la réaction est réalisée dans les proportions stœchiométriques en partant d'une quantité de matière initiale n_0 en hexamine et qu'elle se fait avec l'air contenu dans le récipient. Dresser un tableau d'avancement de la réaction à l'état initial, puis final. En déduire la valeur de l'avancement final.

QB. On suit l'évolution de la température pendant la réaction. En partant d'une température initiale de 25°C, on trouve une température de flamme de 2025°C. En déduire la valeur de l'enthalpie standard de cette réaction. Comparer à la valeur calculée en question 37.

6.2 DM6 pour le 16/10/2023

6.2.1 Utilisation du réchaud en altitude

Tout randonneur chevronné sait que le temps de cuisson des aliments dans l'eau bouillante change avec l'altitude. Ceci est lié au fait que la pression atmosphérique diminue avec l'altitude. On cherche ici à retrouver la loi d'évolution de la pression avec l'altitude.

Le graphe de la fonction $f(x) = \exp(-x)$ figure en fin d'énoncé.

On rappelle la loi fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme, donnant les variations de la pression p avec l'altitude z (l'axe des z est vertical ascendant)

$$\frac{dp}{dz} = -\mu_{air} g \quad (6)$$

où μ_{air} est la masse volumique de l'air et g la norme de l'accélération de la pesanteur supposée uniforme.

L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique de masse molaire M_{air} . L'atmosphère est supposée isotherme. On note T_o la température et p_o la pression à altitude nulle : $z = 0$. R est la constante des gaz parfaits.

Q38. Pourquoi considère-t-on l'air comme un gaz diatomique ?

Q39. Déterminer l'expression de la masse volumique de l'air en fonction de p , R , T_o et M_{air} .

Q40. En déduire que p est solution de l'équation différentielle

$$\frac{dp}{dz} + \frac{p}{D} = 0 \quad (7)$$

où on exprimera D en fonction de g , R , T_o et M_{air} .

Q41. Déterminer, en justifiant, l'unité de D à l'aide de l'équation différentielle, puis à l'aide de son expression. On l'exprimera à partir des unités de base du Système International.

Q42. Déterminer l'expression de p en fonction de z , de la pression p_o et de D . Cela confirme-t-il que la pression diminue avec l'altitude ?

Q43. D est de l'ordre de 8 km. Que vaut la pression atmosphérique à 2 km d'altitude sachant que p_o vaut 1 bar ?

ANNEXE

