

Superposition d'ondes lumineuses

Extrait du programme de TSI2

Dans la partie 3.2 « Superposition d'ondes lumineuses », la formule de Fresnel, admise en classe de première année, est démontrée. L'étude de la superposition de N ondes cohérentes ne doit pas donner lieu à des développements calculatoires.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3.2. Superposition d'ondes lumineuses	
Superposition d'ondes incohérentes entre elles.	Justifier et exploiter l'additivité des intensités
Superposition de deux ondes cohérentes entre elles, formule de Fresnel. Facteur de contraste.	Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. Établir et exploiter la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des intensités voisines.
Superposition de N ondes cohérentes, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Réseau par transmission.	Établir l'expression de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à la valeur de la différence de marche entre deux motifs consécutifs. Mettre en œuvre un spectroscopie à réseau.

Sommaire

EXTRAIT DU PROGRAMME DE TSI2	1
SOMMAIRE	2
1 SUPERPOSITION DE DEUX ONDES LUMINEUSES	2
1.1 SUPERPOSITION DE DEUX ONDES MONOCHROMATIQUES	2
1.2 FORMULE DE FRESNEL	2
1.3 ONDES INCOHERENTES	2
1.4 ONDES COHERENTES	2
2 SUPERPOSITION DE DEUX ONDES COHERENTES ENTRE ELLES	2
2.1 DESCRIPTION DU CHAMP D'INTERFERENCES	2
2.2 CONTRASTE D'UNE FIGURE D'INTERFERENCE	2
3 SUPERPOSITION DE N ONDES COHERENTES ENTRE ELLES	3
3.1 INTENSITE LUMINEUSE RESULTANTE.....	3
3.2 DESCRIPTION DU CHAMP D'INTERFERENCE.....	4
4 QUESTIONS DE COURS	5
5 EXERCICES TYPE ORAL	6
5.1 TRAITEMENT ANTI-REFLET – CENTRALE TSI 2017	6
5.2 RADAR AU SOMMET D'UNE FALAISE.....	6
5.3 ETUDE DU CONTRASTE : SOURCE CONSTITUEE DE DEUX LONGUEURS D'ONDE	7
6 DM 20 A RENDRE POUR LE 25/03/2024	8

3 Superposition de N ondes cohérentes entre elles

Cette partie s'appuie sur les résultats trouvés précédemment. Ainsi, les conditions d'obtention des interférences sont les mêmes :

- même pulsation ω pour toutes les ondes
- déphasage constant dans le temps

On suppose de plus que les ondes lumineuses ont toutes la même amplitude, s_m .

3.1 Intensité lumineuse résultante

On s'intéresse maintenant à N sources ponctuelles lumineuses cohérentes entre elles notées T_1 à T_N qui émettent des ondes planes monochromatiques de même pulsation ω .

Le signal émis par la source T_n avec $n \in \{1..N\}$ se propage et atteint le point M . On peut alors écrire :

Par théorème de superposition, l'onde résultante en M est donc :

L'intensité lumineuse résultante en M (K est pris égal à 1) s'écrit :

On se place dans le cas où les retards de phase suivent une progression arithmétique, tels que :

$$\varphi_n = n\varphi$$

Après calculs, on peut montrer que :

Avec $I_0 = \frac{s_m^2}{2}$, l'intensité lumineuse au point M si il n'y avait qu'une seule source.

3.2 Description du champ d'interférence

On trouve alors la valeur maximale de l'intensité lumineuse résultante quand :

On retrouve donc des interférences constructives au point M quand toutes les ondes sont en phase en M .

En utilisant les notions de différence de marche et ordre d'interférence, on retrouve donc :

Interférences	Intensité lumineuse	Déphasage	Différence de marche	Ordre d'interférences
Constructives				

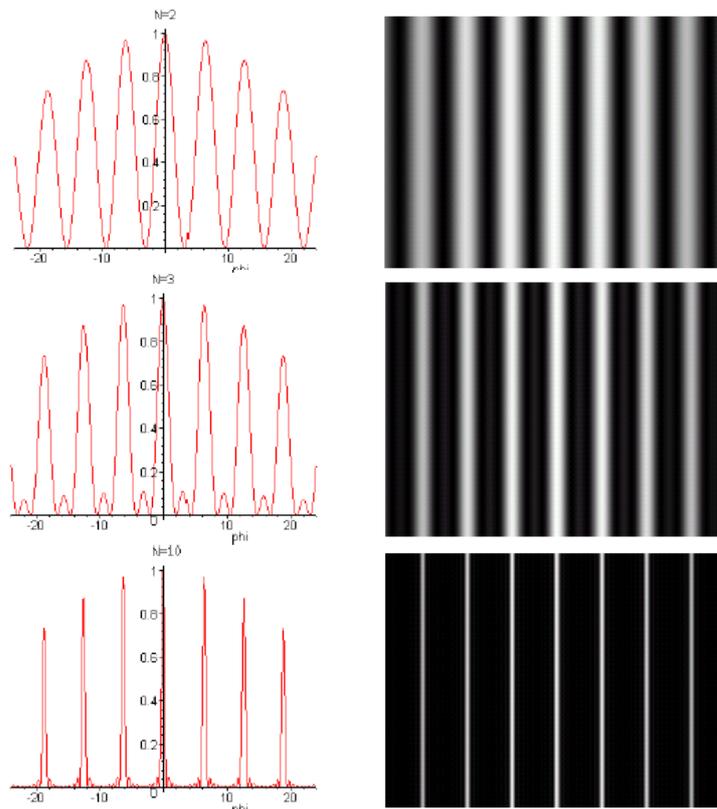
Remarque :

En effectuant un développement limité de l'expression de $I_{tot}(M)$ au voisinage de $\varphi = 0$, on peut montrer que :

De plus, on peut montrer que :

- Les maxima sont d'autant plus fins que N est grand,
- Entre deux maxima "principaux" d'intensité lumineuse, il existe des maxima "secondaires" mais dont l'importance devient négligeable quand N devient grand.

Voici différents tracés de l'intensité en fonction de N .



4 Questions de cours

Soit deux sources O_1 et O_2 émettant des ondes planes monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2 . On note $I_1(M)$ l'intensité lumineuse de l'onde émise par O_1 au point M et $I_2(M)$ celle émise par O_2 au point M .

- 1) Donner l'expression des amplitudes lumineuses $s_1(M, t)$ et $s_2(M, t)$ en fonction de $I_1(M)$, ω_1 et le retard de phase $\varphi_1(M)$ et de $I_2(M)$, ω_2 et le retard de phase $\varphi_2(M)$ respectivement.
- 2) En déduire l'expression de l'intensité lumineuse $I_{tot}(M)$ résultant de la superposition de ces deux ondes au point M en fonction de $I_1(M)$, $I_2(M)$ et $\varphi(M)$ la différence de phase.
- 3) Sous quelles conditions les deux sources précédentes sont-elles dites cohérentes ? Comment s'écrit alors la formule de Fresnel ?
- 4) Donner les relations entre déphasage, différence de marche et ordre d'interférence. Dans la différence de marche intervient un terme appelé différence de marche géométrique. L'exprimer en fonction des chemins optiques provenant des deux sources O_1 et O_2 .
- 5) A quelles conditions sur $\varphi(M)$, $\delta(M)$ et $p(M)$ observe-t-on des interférences constructives ou destructives ?
- 6) Qu'appelle-t-on contraste d'une figure d'interférences ? Dans quel cas, obtient-on un contraste maximum ? Simplifier alors l'écriture de l'intensité lumineuse $I_{tot}(M)$.

On s'intéresse maintenant à N sources ponctuelles lumineuses cohérentes entre elles notées T_1 à T_N qui émettent des ondes planes monochromatiques même amplitude, de même pulsation ω et dont les phases suivent une progression arithmétique.

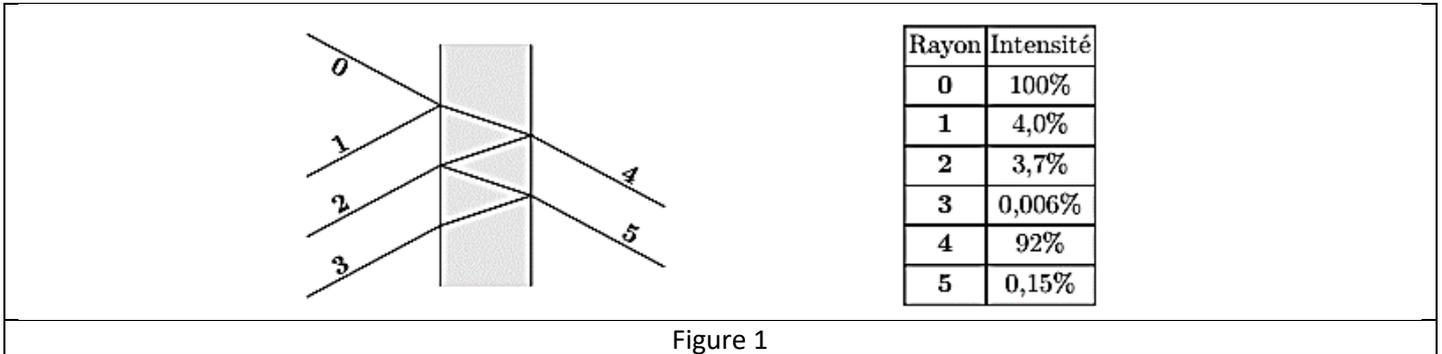
- 7) A quelles conditions sur $\varphi(M)$, $\delta(M)$ et $p(M)$ observe-t-on des interférences constructives ?

5 Exercices type oral

5.1 Traitement anti-reflet – Centrale TSI 2017

Considérons un rayon incident arrivant sur une lame de verre d'indice $n = 1,5$ baignée dans l'air. Le tableau (Figure 1) indique les pourcentages des intensités des rayons considérés par rapport au rayon incident, noté 0. D'autres rayons existent mais n'ont pas été représentés.

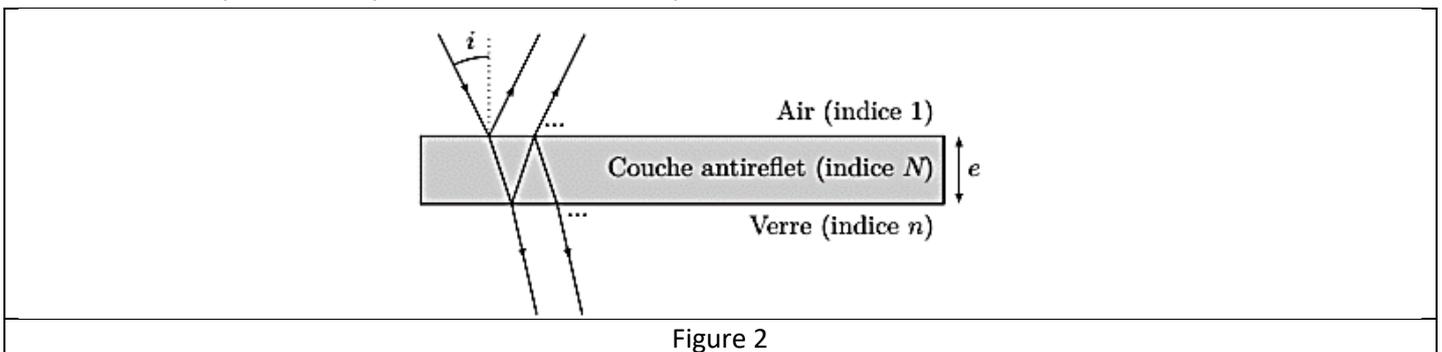
1) A l'aide de la Figure 1, indiquer quelle est l'intensité lumineuse réfléchie sur le verre de lunette et comparer celle-ci à l'intensité transmise.



Un traitement antireflet monocouche consiste à recouvrir la surface du dioptre par une couche d'un matériau sur une épaisseur e comme indiqué sur le schéma de principe (Figure 2). La lumière incidente est supposée monochromatique de longueur d'onde dans l'air λ .

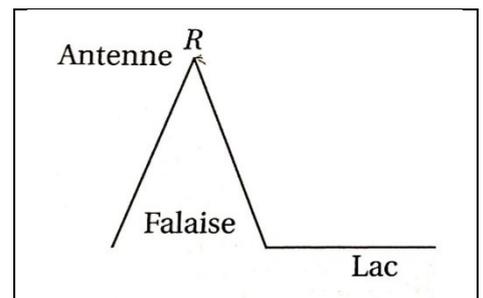
Le principe du traitement est d'utiliser un système interférentiel. L'épaisseur choisie pour la couche est $e = \frac{\lambda}{4N}$.

- 2) Préciser pourquoi les différentes ondes réfléchies peuvent interférer entre elles.
- 3) En considérant un éclairage sous incidence normale ($i = 0$) et en traduisant la condition d'interférence destructive entre les ondes 1 et 2, justifier l'expression de e . Quelles autres valeurs pourrait éventuellement être choisies ?
- 4) Quelle longueur d'onde va-t-on choisir pour calculer e ?
- 5) Citer un autre paramètre ayant une influence sur l'épaisseur choisie à N et λ fixés.



5.2 Radar au sommet d'une falaise

Une antenne radar R se trouve au sommet d'une colline, au bord d'un lac. L'antenne fonctionne avec une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 400 \text{ m}$. Lorsque la planète Venus se lève au-dessus de l'horizon, elle est repérée par l'antenne. Le premier minimum du signal réfléchi par la surface de Venus est enregistré lorsque Vénus est à $\theta = 35^\circ$ au-dessus de l'horizon. La réflexion d'une onde au niveau de l'interface air-eau engendre un retard de phase égal à π .



1) En considérant Vénus comme une source située à l'infini, représenter les deux ondes issues de la source se superposant en R lorsque $\theta = 35^\circ$, θ étant l'angle entre la direction de Vénus et l'horizontale.

- 2) Déterminer la différence de marche géométrique δ_R entre les deux ondes interférant en R .
- 3) En déduire la hauteur h de la falaise.

5.3 Etude du contraste : source constituée de deux longueurs d'onde

On considère deux sources ponctuelles composées de deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 très proches telles que $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll (\lambda_1, \lambda_2)$. On utilise, par exemple, une lampe à vapeur de sodium.

On pose : $I_{tot,1}(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \delta(M) \right) \right)$ et $I_{tot,2}(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \delta(M) \right) \right)$ les intensités totales résultants de la superposition de deux ondes lumineuses si la source n'était composée que de la longueur d'onde λ_1 pour $I_{tot,1}(M)$ et λ_2 pour $I_{tot,2}(M)$.

- 1) Comment obtenir l'intensité lumineuse totale $I_{tot}(M)$ au point M ?
- 2) Donner son expression sous la forme : $I_{tot}(M) = 4I_0(1 + \cos \alpha \cos \beta)$. On précisera la valeur de α et β .
- 3) En utilisant le fait que $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll (\lambda_1, \lambda_2)$ et donc que $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_0$. Exprimer α et β en fonction de $\delta(M)$, $\Delta\lambda$ et λ_0 .
- 4) L'un des deux cosinus contient ce qu'on appelle le terme d'interférences. Le second cosinus est appelé contraste. Expliquer pourquoi.
- 5) Pour quelle valeur de $\Delta\lambda$ observe-t-on un brouillage de la figure d'interférence ?
- 6) A votre avis que se passe-t-il si la source émet un spectre continu entre λ_1 et λ_2 ?

6 DM 20 à rendre pour le 25/03/2024

Technique de photo-inscription d'un capteur FBG (réseau de Bragg sur fibre optique)

DOCUMENT (d'après le site Web « National Instruments »)

<http://www.ni.com/white-paper/11821/fr/>

Le capteur optique FBG (*Fiber Bragg Grating* ou réseau de Bragg sur fibre optique) est l'un des capteurs les plus utilisés industriellement. Ce dispositif (ou interface) transforme les variations de température et/ou de contrainte mécanique en variation de longueur d'onde de la lumière. Un transducteur permet ensuite de réaliser l'acquisition de données.

Le support du capteur est une fibre optique : fil de silice très fin qui transmet la lumière en son sein. Une fibre optique se compose de trois éléments essentiels : le cœur, la gaine et le fourreau de protection. La gaine réfléchit la lumière diffusée vers l'intérieur de la fibre, permettant ainsi sa propagation à travers le cœur avec un minimum de perte. Le fourreau extérieur sert à protéger la fibre de tout dommage physique.

Le capteur optique FBG réfléchit, parallèlement à l'axe, une radiation lumineuse dont la longueur d'onde fluctue avec les variations de température et/ou de contrainte mécanique. Les capteurs FBG sont fabriqués en utilisant les procédés interférentiels : un segment (quelques mm) de fibre photosensible est exposé à une distribution périodique d'intensité lumineuse, essentiellement UV. L'indice de réfraction de la fibre est modifié de façon permanente en fonction de l'intensité lumineuse à laquelle il est soumis. La perturbation périodique de l'indice de réfraction qui en résulte est appelée réseau de Bragg sur fibre (figure A.1).

Lorsqu'un faisceau lumineux à large spectre est envoyé dans une fibre FBG, les réflexions émises par le segment d'indice de réfraction alterné interfèrent de manière constructive uniquement pour la longueur d'onde λ_B particulière, appelée longueur d'onde de Bragg et définie par l'équation de Bragg : $\lambda_B = 2 n_c \times \Lambda$ (relation à admettre) dans laquelle n_c est l'indice de réfraction absolu du cœur de la fibre et Λ le pas du réseau. Le FBG réfléchit donc la radiation de longueur d'onde λ_B tout en transmettant les autres (figures A.2 et 3).

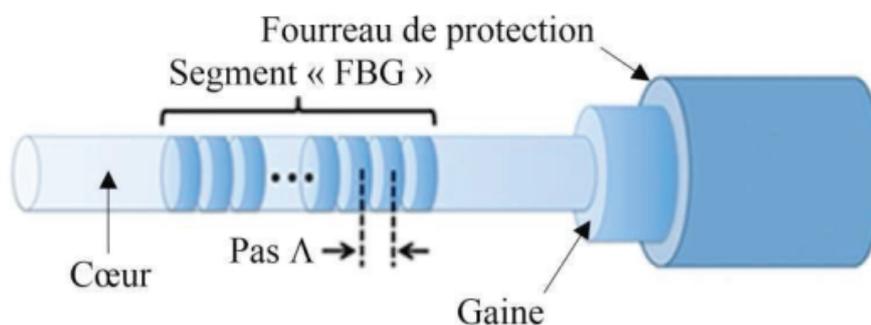
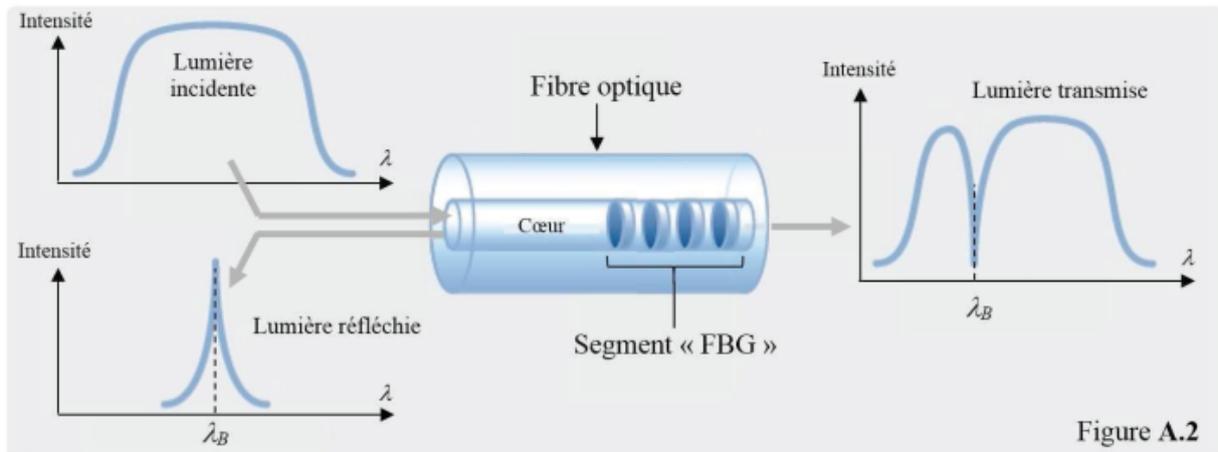
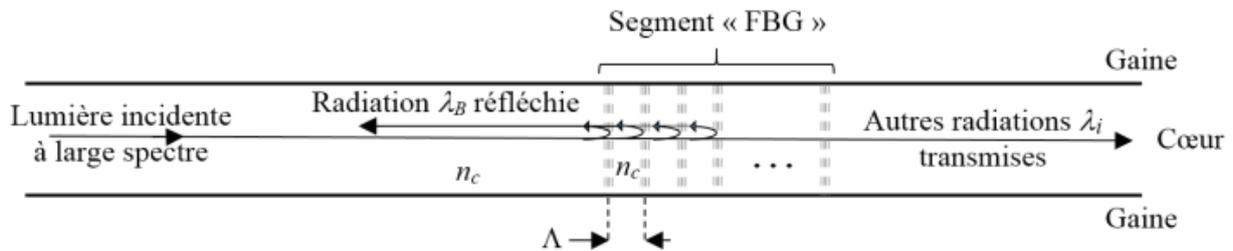


Figure A.1

DOCUMENT (suite)



Les variations de contrainte mécanique et de température affectent à la fois l'indice de réfraction absolu n_c et le pas du réseau Λ d'un FBG, ce qui se traduit par un décalage de la longueur d'onde λ_B réfléchie.



Aucune connaissance spécifique au chapitre des « lames minces », hors programme dans ce Concours, n'est requise pour traiter ce problème.

Il est proposé, dans cet exercice, « de photo-inscrire » un réseau de Bragg directement à l'intérieur d'une fibre optique, par irradiation transverse interférométrique. Cette méthode consiste à placer la fibre, plus précisément une partie de la fibre dont on a retiré la gaine polymère de protection, dans un champ d'interférences UV réalisé avec un laser.

Le dispositif utilisé est un montage interférentiel appelé « miroir de Loyd ». Les interférences sont ici obtenues en divisant le front d'onde du faisceau laser UV incident à l'aide d'un miroir plan. La fibre est placée perpendiculairement au miroir : elle est donc soumise au champ d'interférences. Le verre étant dopé (avec de l'oxyde de germanium, par exemple), une irradiation UV permet de modifier définitivement son indice de réfraction. La figure d'interférences est constituée de franges rectilignes régulièrement espacées ce qui permet d'introduire une modulation périodique de l'indice de réfraction du cœur de la fibre.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

La figure A.4 page 4, donne le schéma de principe de l'installation en représentation plane. La surface du miroir (\mathcal{M}) appartient au plan yOz . L'axe de la fibre est confondu avec l'axe Ox et les rayons UV, parallèles au plan xOz , présentent tous le même angle d'incidence θ avec le miroir.

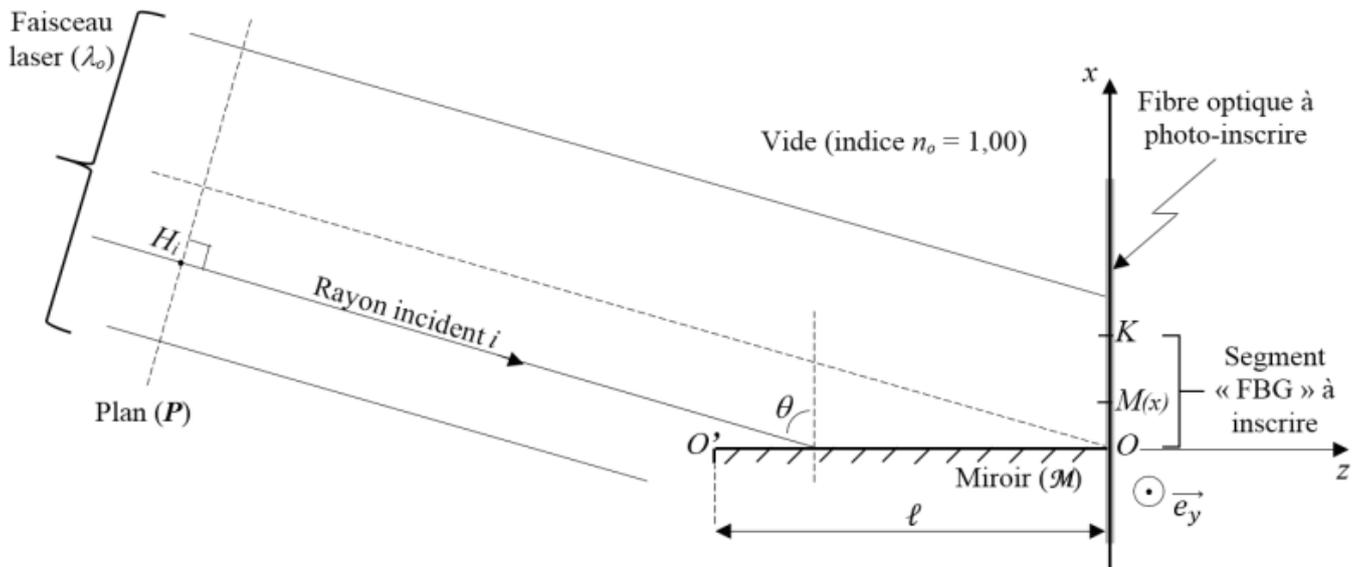


Figure A.4

Le faisceau laser est un faisceau lumineux quasi-monochromatique et cohérent du point de vue spatial et du point de vue temporel. La source utilisée est un laser à exciplexe UV (longueur d'onde λ_0) au fluorure d'argon ArF (notamment utilisé en chirurgie ophtalmique).

La réflexion, sur la surface du miroir, introduit un déphasage supplémentaire $\Delta\varphi = \pi$ et donc une augmentation de $\Delta\delta = \frac{\lambda_0}{2}$ du chemin optique du rayon réfléchi.

Le segment « FBG », de longueur $e = OK$, est destiné à réfléchir une certaine radiation de Bragg, de longueur d'onde λ_B .

- La fibre optique est un guide d'onde qui exploite les propriétés réfractrices de la lumière. Le confinement de l'onde à l'intérieur du cœur est assuré par les multiples réflexions à l'interface des deux matériaux cœur-gaine.
 - À quelle condition les indices absolus de réfraction (n_c pour le cœur et n_g pour la gaine) permettent-ils ces réflexions totales ?
 - Donner un ordre de grandeur numérique du diamètre Φ du cœur de la fibre.
- Quelle est la principale caractéristique de la phase $\varphi(H_i)$ de chacun des points H_i du plan (P) (figure A.4), orthogonal aux rayons incidents laser ?
- Deux rayons lumineux issus du faisceau laser interfèrent au point $M(x)$ de l'axe Ox . Le premier, noté (1) parvient en M directement sans déviation. Le second, noté (2), parvient en ce même point M , mais après une réflexion sur le miroir, conformément aux lois de Descartes.
 - Recopier sommairement le schéma de la figure A.4 et le compléter avec le tracé des deux rayons (1) et (2).
 - Même question pour les deux rayons de même type qui interfèrent au point K , limite supérieure du champ d'interférences, avec $OK = e$ (longueur du segment « FBG » à photo-inscrire au sein de la fibre).
 - En déduire la relation entre la longueur e , l'angle d'incidence θ et la longueur $\ell = O'O$ du miroir.
 - Sans oublier le déphasage lié à la réflexion, déterminer, en fonction des données de l'énoncé, l'expression de la différence de marche (ou différence de chemins optiques) $\delta_{2-1}(M) = \delta_{2-1}(x)$ entre les deux rayons (1) et (2) qui interfèrent au point $M(x)$.

4. Les franges d'interférences sont parallèles à l'axe Oy . Au point $M(x)$ de l'axe Ox , les interférences sont destructives (frange noire) si la différence de marche $\delta_{2,1}(M)$ entre les deux rayons qui interfèrent est un multiple impair de demi-longueurs d'onde $\frac{\lambda_o}{2}$.
- En déduire la différence de marche $\delta(O)$ au point O ($x = 0$ m). La frange d'interférences est-elle brillante ou noire en O (frange d'ordre $p = 0$) ?
 - Exprimer, en fonction de p , λ_o et θ , l'ordonnée x_p de la frange noire d'ordre p .
 - En déduire l'expression de l'interfrange i sur la figure d'interférences, en fonction de λ_o et θ .
5. *Application numérique* : $\lambda_B = 1,55 \times 10^{-6}$ m ; $\lambda_o = 1,93 \times 10^{-7}$ m ;
 $n_c = 1,50$; $n_o = 1,00$; $e = 5,00 \times 10^{-3}$ m.
- Calculer le pas Λ nécessaire, dans le segment « FBG » au cœur de la fibre, à la réflexion de la radiation de longueur d'onde λ_B .
 - Sachant que l'interfrange i est nécessairement identique à Λ , calculer l'angle d'incidence θ .
 - En déduire la longueur $\ell = O'O$ du miroir.
 - Calculer le nombre N de franges brillantes, donc de fines couches photosensibles irradiées et dont l'indice local a définitivement été modifié.
 - Ce capteur optique est soumis à une contrainte extérieure non précisée ici, qui modifie les caractéristiques du segment « FBG » : augmentation relative du pas Λ du réseau de 10^{-2} et baisse relative de l'indice n_c de 2×10^{-2} . Calculer la variation $\Delta\lambda_B$ de la longueur d'onde de Bragg λ_B .