Dynamique des fluides en écoulement stationnaire dans une conduite

Extrait du programme

La partie 1.4 « Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite » introduit le point de vue eulérien pour l'étude des écoulements. Il s'agit de décrire simplement un écoulement en identifiant des tubes de courant sur lesquels des bilans peuvent ensuite être effectués.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite.	
Grandeurs eulériennes. Régime stationnaire.	Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.
Lignes et tubes de courant. Débit massique.	Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique le long d'un tube de courant.
Débit volumique.	Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide incompressible en écoulement.

Dans la partie 1.5 « Énergétique des fluides en écoulement dans une conduite », on effectue des bilans énergétiques dans une conduite. On se place dans un premier temps dans le cadre de la dynamique des fluides parfaits. Toute utilisation de l'équation d'Euler ou de Navier-Stokes est exclue. La relation de Bernoulli est établie. Les pertes de charge dans les conduites sont étudiées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite.	
Fluides parfaits. Fluides newtoniens : notion de viscosité.	Citer des ordres de grandeur de viscosité de gaz et de liquides (air, eau et lubrifiant). Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Relier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.
Relation de Bernoulli.	Définir un volume et une surface de contrôle. Établir et exploiter la relation de Bernoulli pour un fluide parfait, incompressible en écoulement stationnaire.
Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli en tenant compte d'un terme de dissipation d'énergie fourni. **Mettre en évidence la perte de charge.**

Sommaire

1 Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite

1.1 Description eulérienne d'un fluide

Etude du fluide à l'échelle mésoscopique.

Grandeurs intensives thermodynamiques :

-

-

Système : particule de fluide désignée par le point M, de volume dV et de masse δm, en un instant t.

Description de l'écoulement du fluide à l'aide de 2 grandeurs intensives mécaniques :

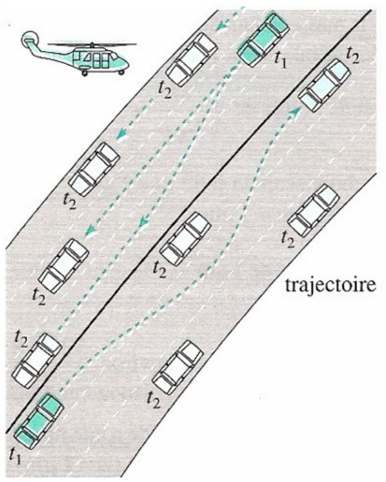
-

-

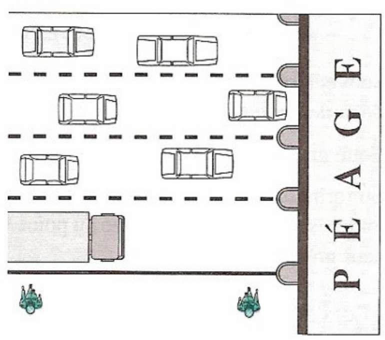
Description Eulérienne :

Exemple :

Description Lagrangienne ≠ **Description Eulérienne**



On observe les trajectoires des divers véhicules (entre t = t_1 et t = t_2)



Les deux gendarmes observant les vitesses des véhicules se sont placés en formalisme eulérien pour décrire l'écoulement du trafic. A la même date t, ils n'observent pas les mêmes véhicules.

Hypothèse du cours : Ecoulement **stationnaire**

La pression, la masse volumique ou encore la vitesse ne dépendront plus du temps et s'écriront respectivement :

$$P(M),\ \mu(M),\ \vec{v}(M)$$

Liens :

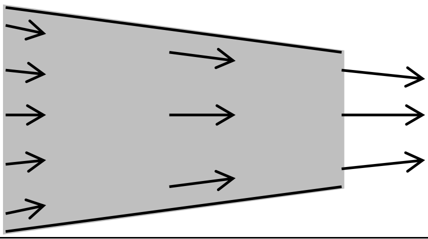
https://www.youtube.com/watch?v=mdN8OOkx2ko#t=311

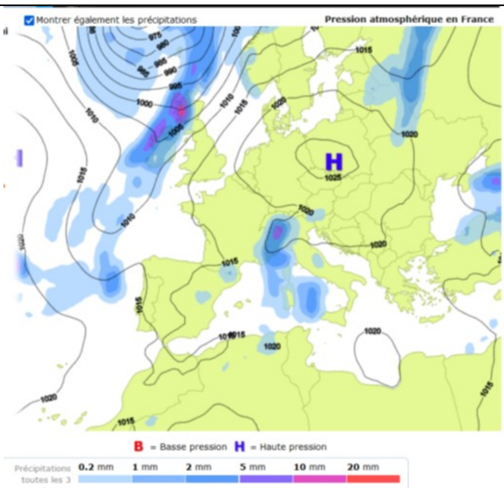
https://www.youtube.com/watch?v=zUaD-GMARrA

1.2 Visualisation d'un écoulement

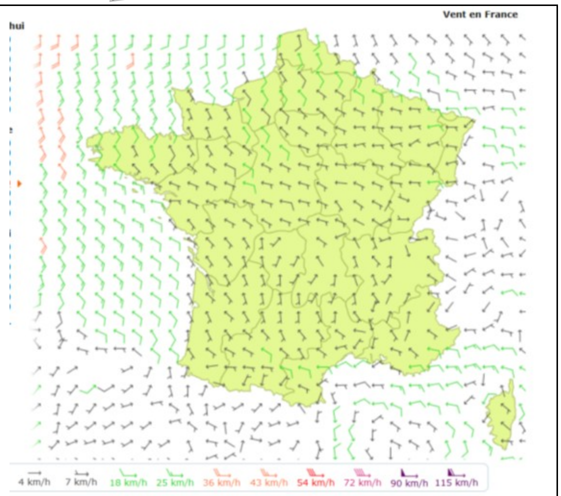
Carte de champ : représentation graphique plane où on va représenter le vecteur vitesse en un certain nombre de points. La direction indiquée par une flèche sur la carte sera celle de la vitesse en ce point et la longueur de la flèche sera proportionnelle à la norme de la vitesse.

Exemple :
Carte de champ pour une conduite dont la section diminue
Liens :
http://www.femto-physique.fr/simulations/mecaflu_simu1.php
http://www.femto-physique.fr/mecanique_des_fluides/mecaflu_C1.php



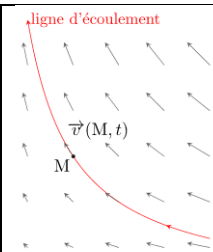


Pression atmosphérique en France le 09/10/22 à 14h

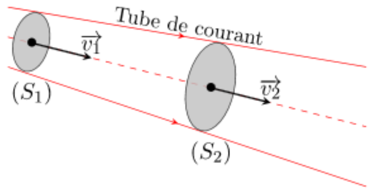


Vitesse du vent en France le 09/10/22 à 14h

Définition : **Ligne de courant**



Définition : **Tube de courant**



2

3

4

4.4 TP : Mise en évidence d'une perte de charges

4.4.1 Matériel à disposition

Vase de Mariotte rempli d'eau + support Tubes pour étude des pertes de charge 150 mL de menthe par vase	Becher (250 mL) Eprouvette (250 mL)	Balance (jusqu à 1 kg) Bassine	Mètre ruban Pied à coulisse Chronomètre

4.4.2 Présentation du dispositif

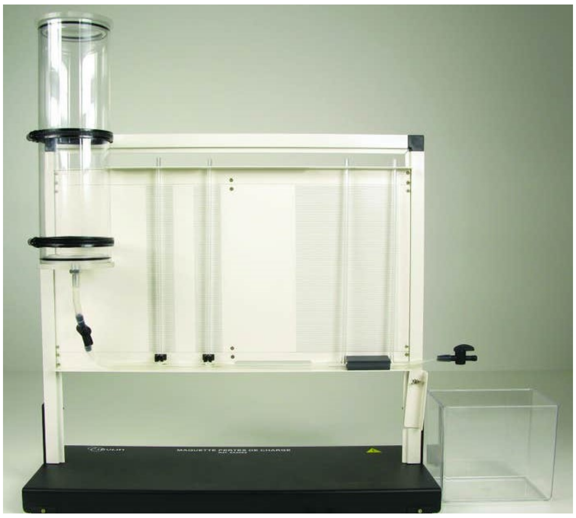
Pour pouvoir étudier les pertes de charges lors d'un écoulement, nous avons à disposition un dispositif que l'on peut connecter en sortie d'un vase de Mariotte.

Ce dernier nous permet de nous placer dans les hypothèses du cours d'un écoulement stationnaire.

On regardera dans un premier temps comment régler le débit volumique du vase.

Puis, nous viendrons connecter en sortie du vase un tube horizontal surmonté par des tubes fins verticaux appelés tubes piézométriques. Le fluide s'écoulera donc dans le tube horizontal. On pourra supposer qu'il n'y a pas écoulement dans les tubes verticaux. Nous verrons alors de quelle manière remonter aux pertes de charges régulières, puis singulières lors de l'écoulement.

Le compte-rendu sera à compléter sur Capytale :
https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/6d7f-858819

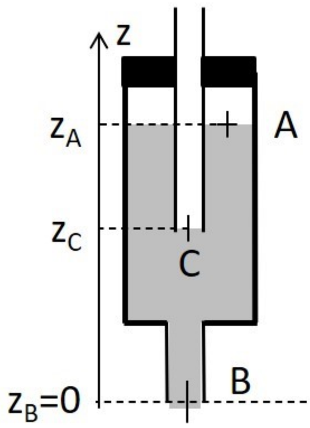


4.4.3 Mesure de débit

On désire mesurer le débit volumique d'un écoulement stationnaire. On ne s'intéresse ici qu'au vase de Mariotte, qui n'est pas encore connecté au dispositif des pertes de charges. Ce vase est composé d'un récipient cylindrique recevant le liquide étudié, ici de l'eau, d'un tuyau de sortie équipé d'un robinet, d'un tube vertical entouré d'un bouchon en caoutchouc.

Ce tube vertical ne doit pas contenir de liquide. Pour cela, on veillera, avant chaque manipulation, à ouvrir le robinet jusqu'à ce que le tube vertical «bulle». Ce dispositif permet de garder un débit constant dépendant de la hauteur du tube vertical (z_C). On veillera donc aussi à ce que le tube vertical plonge toujours dans le fluide pendant les manipulations effectuées.

Proposer un protocole pour mesurer le débit volumique du fluide en sortie du vase.
Montrer que le débit volumique dépend de z_C et trouver le lien entre les deux.
Réaliser les mesures nécessaires tout en exprimant les origines des incertitudes.

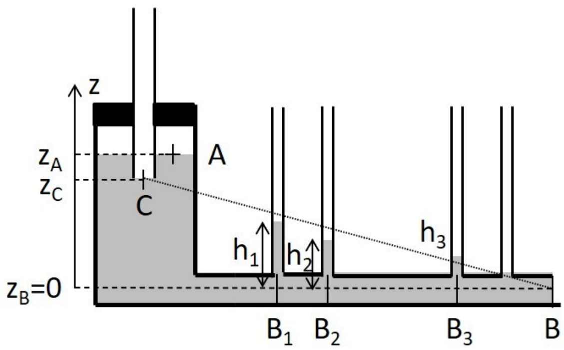


4.4.4 Pertes de charge

4.4.4.1 *Pertes de charge régulières*

On connecte maintenant le dispositif en sortie du vase de Mariotte.c

Que se passe-t-il si la sortie du tube horizontal est bouchée ?
Relier la différence de pression dans les tubes piézométriques à la hauteur de fluide dans ces mêmes tubes.
Que se passe-t-il lors de l'écoulement ?



4.4.4.2 *Pertes de charge singulières*

Il est possible à l'aide d'une pince de rétrécir la section du tube horizontal entre les points B_2 et B_3.

Que se passe-t-il alors lors de l'écoulement ?

5 Questions de cours

1) Expliquer ce que représente la description eulérienne d'un fluide.

2) Définir la notion de ligne de courant et de tube de courant.

3) Définir les débits massiques et volumiques. Donner leurs expressions en fonction de la vitesse d'écoulement du fluide pour un écoulement unidimensionnel ou un écoulement quelconque. Comment peut-on relier ces deux débits ?

4) Démontrer qu'il y a conservation du débit massique en régime stationnaire. Que se passe-t-il si le fluide est de plus incompressible ?

5) Citer des ordres de grandeur de viscosité de gaz et de liquides (air, eau et lubrifiant).

6) Expliquer la différence entre un fluide parfait et un fluide Newtonien. Donner les conditions aux limites du champ de vitesse de chacun des fluides dans une conduite.

7) Qu'appelle-t-on surface de contrôle, volume de contrôle ? Qu'est-ce qu'un système ouvert ?

8) Établir la relation de Bernoulli pour un fluide parfait, incompressible en écoulement stationnaire.

9) Donner la relation de Bernoulli en précisant toutes les hypothèses nécessaires.

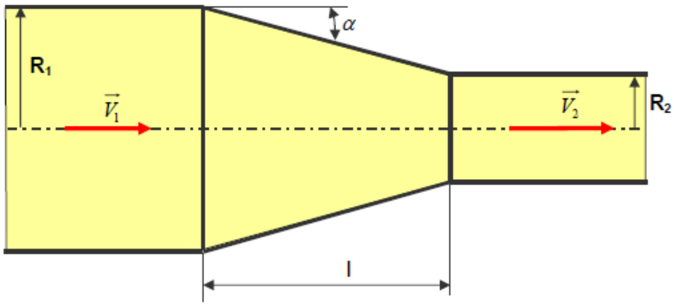
10) Comment modifie-t-on la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie par frottement ?

11) Qu'appelle-t-on perte de charge ?

6 Exercices d'application du cours

6.1 Conservation du débit

On veut accélérer la circulation d'un fluide incompressible en écoulement stationnaire dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α.



1) Calculer le rapport des rayons $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$.

2) En déduire la longueur l.

Données : $R_1 = 50mm$ et $\alpha = 15°$

6.2 Ecoulement sanguin

A la sortie du cœur, l'aorte peut être considérée comme une conduite cylindrique de rayon $a_0 = 1cm$. Le débit volumique est $D_V = 6L.min^{-1}$ et on suppose que l'écoulement peut être considéré comme stationnaire. Sa masse volumique vaut $\mu = 1{,}0.10^3 kg.m^{-3}$.

1) Quelle est la vitesse v du sang dans l'aorte ? On supposera que le champ des vitesses est uniforme sur une section

Le sang est évacué du cœur d'abord au niveau de l'aorte, qui se divise en N_a artères de rayon a_a, puis en N'_a artérioles de rayon $a'_a = 20\mu m$. Le débit volumique au travers d'une artère est $D_{V,a} = 2.10^{-6} m^3.s^{-1}$.

2) Calculer le nombre N_a d'artères.

3) Faire de même le nombre total d'artérioles N'_a sachant que la vitesse du sang dans une artériole est $v'_a = 5mm.s^{-1}$.

6.3 Modélisation d'une lubrification

Un fluide newtonien est réparti sur une hauteur e entre deux plaques horizontales très longues. La plaque du dessous est immobile et celle de dessus possède la vitesse constante v_0 selon Ox . On note Oz l'axe vertical ascendant.

1) Quelles sont les conditions aux limites vérifiées par la vitesse de l'écoulement ?

2) Sous quelle forme peut se mettre champ des vitesses vérifiant ces conditions si on suppose sa variation linéaire ?

Un bloc parallélépipédique, de surface carrée de côté $a = 10cm$ et de masse $m = 1kg$, est posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 45°$ par rapport à l'horizontale. Le plan incliné est lubrifié, c'est-à-dire enduit d'une huile de viscosité dynamique η . Le bloc se met alors en mouvement. On suppose que l'écoulement de l'huile peut être modélisé de la même manière qu'au début de cet exercice, avec une épaisseur $e = 1mm$ d'huile. Le bloc est alors soumis à une force surfacique qui s'applique sur la face en contact avec l'huile :

$$\overrightarrow{f_S} = -\frac{\eta}{e}\vec{v}$$

Le champ de pesanteur est noté $\vec{g} = 9{,}8m.s^{-2}$.

3) En déduire l'équation du mouvement du bloc.

4) Après un certain temps, la vitesse du bloc se stabilise à la valeur $v_f = 0{,}5m.s^{-1}$. En déduire la viscosité η de l'huile.

5) Quelle est la durée du régime transitoire ?

6.4 Vase de Mariotte

Le vase de Mariotte est un dispositif très utile pour mettre en évidence le théorème de Torricelli.

Ce vase est composé d'un récipient cylindrique recevant le liquide étudié, ici de l'eau, d'un tube de sortie équipé d'un robinet, d'un tube vertical entouré d'un bouchon en caoutchouc (Figure 1).

Figure 1

1) On considère tout d'abord le vase de Mariotte sans le tube vertical (figure 2) et le fluide en écoulement. Ecrire la relation de Bernoulli entre A et B. Quelle est la pression au point A ? au point B ? Que peut-on dire de la hauteur z_A ? Comment évoluera alors la vitesse du point B au cours du temps ? La relation de Bernoulli est-elle applicable dans ces conditions ?

2) On considère maintenant le vase de Mariotte représenté sur la figure 3. On vient d'insérer le tube vertical le robinet étant fermé. De l'eau monte dans le tube expliquer pourquoi. Lorsque l'on ouvre le robinet des bulles d'air remontent du bas du tube à la surface de l'eau dans le vase (passage de la Figure 3 à la Figure 4). Expliquez pourquoi.

3) A partir du moment où le tube vertical ne contient plus de liquide (Figure 4). On prendra donc $z_A > z_C$. Ecrire la relation de Bernoulli entre C et B. Quelle est la pression au point C ? Que peut-on dire de la hauteur z_C ? de la vitesse en C ? Comment évoluera alors la vitesse du point B au cours du temps ? Quelle est alors l'influence de la hauteur z_C sur le débit volumique ?

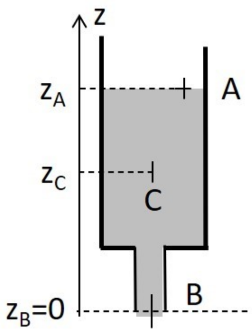


Figure 2

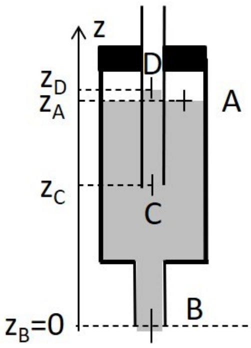


Figure 3

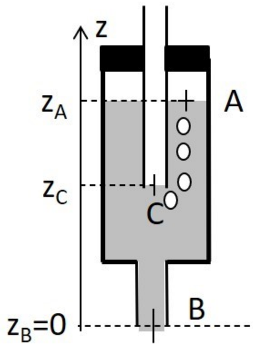
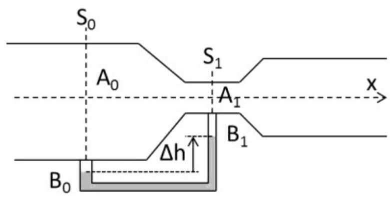


Figure 4

6.5 Mesure de débit

1) Un capteur destiné à mesurer le débit d'un fluide incompressible et parfait en écoulement stationnaire est constitué d'un étranglement. On note S_0 et S_1 les sections au niveau des points A_0 et A_1 situés sur une ligne de courant moyenne.



Un tube coudé vient se brancher latéralement sur la conduite, il contient une certaine quantité de mercure (masse volumique $\mu_{Hg} = 1{,}36.10^4 kg.m^{-3}$), qui se déplace jusqu'à atteindre un équilibre lorsque le capteur est parcouru par un fluide.

Le dénivelé entre les points B_0 et B_1 situés sur les deux surfaces de mercure est Δh. Le fluide qui traverse le capteur est supposé de masse volumique $\mu \ll \mu_{Hg}$. Appliquer la formule de Bernoulli entre les points A_0 et A_1 et relier les vitesses v_0 et v_1 à la différence des pressions P_0 et P_1 entre ces points.

2) On admet que la formule utilisable dans le cadre de la statique des fluides s'applique entre les points A_0 et B_0, ainsi qu'entre A_1 et B_1 (trajets perpendiculaires à un écoulement laminaire). En déduire une relation entre P_0 , P_1 et Δh.

3) Que peut-on dire de la répartition des vitesses sur chacune des sections S_0 et S_1 ? En déduire une relation entre le débit volumique et le dénivelé Δh.

4) En pratique, cette loi n'est pas très bien suivie, pour quelles raisons ?

5) On retient néanmoins la proportionnalité du débit à Δh^{α} . Quelle valeur de l'exposant α suggère l'étude idéale ? Comment obtenir en pratique un capteur exploitable ?

6.6 Tube de Pitot

Le tube de Pitot est un dispositif permettant de mesurer la vitesse d'un écoulement incompressible. Il est constitué d'un tube métallique de section $s = 5mm^2$ dont l'extrémité arrondie est percée d'un trou très fin de rayon $r = 0,5mm$. Le tube est placé longitudinalement dans un écoulement d'air de section $S >> s$. Loin du tube, l'écoulement peut être considéré comme unidimensionnel avec une vitesse $\overrightarrow{v_\infty} = v_\infty \overrightarrow{u_x}$ et une pression P_∞ uniformes. L'air à l'intérieur du tube est supposé au repos. Son principe est schématisé sur le document 1. Le document 2 représente une sonde Pitot utilisée sur un Airbus A340. Une ligne de courant entre A_1 et B_1 est représentée.

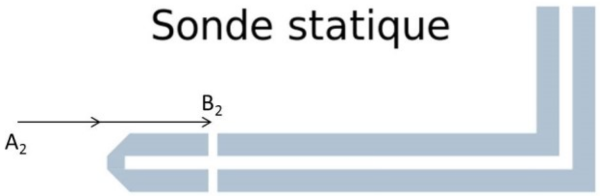
On suppose dans tout cet exercice que l'on est dans la condition d'application de la relation de Bernoulli.

Document 1 : Schéma de principe

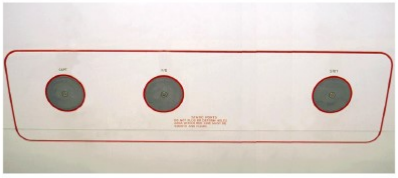
Document 2 : Sonde Pitot utilisée sur un Airbus A340

1) Expliquer pourquoi, dans le document 1, le point B_1 est appelé point d'arrêt. Exprimer la pression en B_1 en fonction de celle en A_1 et de la vitesse de l'écoulement.

Une sonde statique est représentée sur le document 3. Une ligne de courant entre A_2 et B_2 est représentée. L'air à l'intérieur du tube est toujours supposé au repos. Le tube très effilé ne modifie quasiment pas la vitesse de l'écoulement. Le document 4 représente les prises de pression statique utilisées sur un Airbus A340. Les prises de pression statique sont composées d'un ensemble de trous. La surface est extrêmement polie de manière à ne pas influencer le flux d'air. Ces prises sont placées à des endroits « neutres » i.e. qui ne sont pas censés être, par exemple, directement dans le flux aérodynamique.



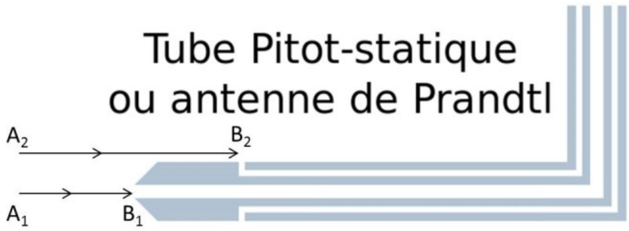
Document 3 : Schéma de principe



Document 4 : Prise de pression statique sur un Airbus A340

2) On dit que la sonde sur le document 3 mesure la pression statique d'un écoulement. Que veut-on dire par là ?

Pour un régime subsonique pour un nombre de Mach inférieur à 0,3, les deux sondes précédentes peuvent être regroupées en une seule et même sonde connue sous le nom d'antenne de Prandtl. Cette dernière est représentée dans le document 5. Le document 6 présente différentes sondes Pitot-statique utilisées en aéronautique. Plusieurs sondes Pitot sont utilisées sur un même avion.



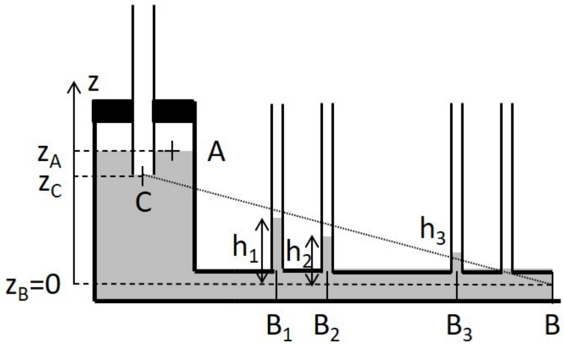
Document 5 : Schéma de principe

Document 6 : Sondes Pitot-statique utilisées en aéronautique

3) On dit que la sonde sur le document 5 mesure la pression dynamique d'un écoulement. Que veut-on dire par là ? Pourquoi les tubes Pitot sont-ils placés à l'avant de l'appareil ? Pourquoi utilise-t-on plusieurs sondes Pitot ?

6.7 Mise en évidence d'une perte de charge régulière

En sortie du vase de Mariotte présenté dans l'exercice 8.1, il est possible de relier un dispositif permettant de mettre en évidence les pertes de charges dans une conduite cylindrique. Ce dispositif est composé un tube horizontal de diamètre D surmonté de tubes verticaux, appelés piézométriques, de diamètres $d \ll D$. Deux tubes verticaux consécutifs sont espacés d'une longueur L



Alors que le fluide s'écoule dans le tube horizontal, on peut le supposer fixe dans les tubes verticaux. Lors de l'écoulement, on s'aperçoit que le fluide ne monte pas de la même hauteur dans chacun des tubes verticaux.

1) Expliquer pourquoi les tubes verticaux sont appelés prise latérale de pression.

2) Pourquoi n'a-t-on pas la même hauteur dans chacun des tubes verticaux ? Exprimer la différence de pression entre B_1 et B_2.

3) En déduire la valeur de la perte de charge par unité de longueur. Comment appelle-t-on cette perte de charge ?

7 DM7 pour le 23/10/2023

Tout au long du problème les notations utilisées seront celles données par le Document 1. Les données numériques sont recensées en Annexe 1 et les aides au calcul en Annexe 2.

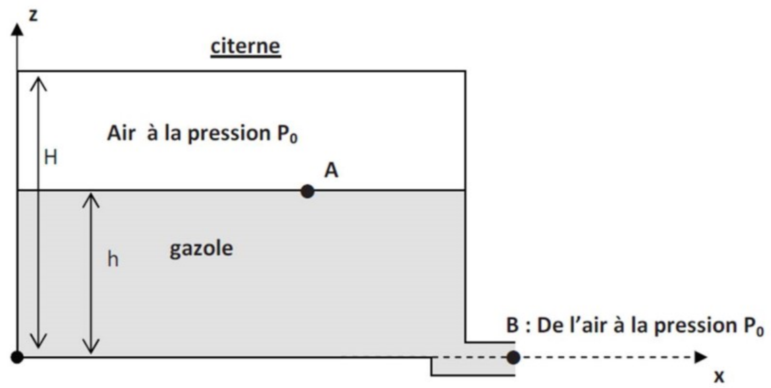
ρ : masse volumique du gazole V_A (respectivement V_B) : vitesse moyenne (encore appelée vitesse débitante) de l'écoulement supposée constante au niveau de la section S_A (respectivement S_B) P_A (respectivement P_B) : pression de l'écoulement supposée constante au niveau de la section S_A (respectivement S_B) g : intensité du champ de pesanteur S_A : section de la citerne au niveau du point A (en m²) S_B : section de l'orifice d'écoulement au niveau du point B (en m²), $S_B << S_A$
Document 1. Notations

7.1 Vidange de la citerne

7.1.1 Ecoulement parfait

On considère une citerne munie d'un orifice par lequel le gazole peut s'écouler.

On suppose que toutes les conditions sont réunies pour qu'on puisse appliquer la relation de Bernoulli entre un point A de la surface libre du gazole et un point B au niveau de l'ouverture (Document 2).



Document 2. Ecoulement parfait

1) Donner la relation de Bernoulli tout en précisant ses conditions d'applications.

2) Comment se traduit la conservation de la masse lors de l'écoulement ?

En déduire une relation entre V_A, V_B, S_A et S_B.

3) Sachant que la section en A est nettement plus grande que celle en B, exprimer la vitesse moyenne V_B de l'écoulement en B à l'aide de h et g.

4) La citerne est initialement pleine. En remarquant que la vitesse V_A peut s'exprimer sous la forme : $V_A = -\frac{dh}{dt}$.

Exprimer le temps nécessaire T pour la vidanger complètement, à l'aide de S_A, S_B, H et g.

Calculer T en minutes.

7.1.2 Prise en compte d'une perte de charge singulière

Au niveau du convergent (rétrécissement de section sur la ligne de courant AB), on constate une zone de perturbation caractérisée énergétiquement par une « perte de charge singulière » : le bilan d'énergie se traduit par une perte d'énergie mécanique volumique (ou de pression) modélisable par la formule suivante :

$$\Delta P_{sing} = \frac{1}{2} K_C \rho V_B^2 \quad avec \quad K_C = 0{,}55$$

5) Déterminer une nouvelle expression de V_B en tenant compte de la perte de charge singulière.

6) Exprimer à nouveau le temps nécessaire T' pour vidanger complètement la citerne, à l'aide de T et K_C.

Calculer T'. Commenter.

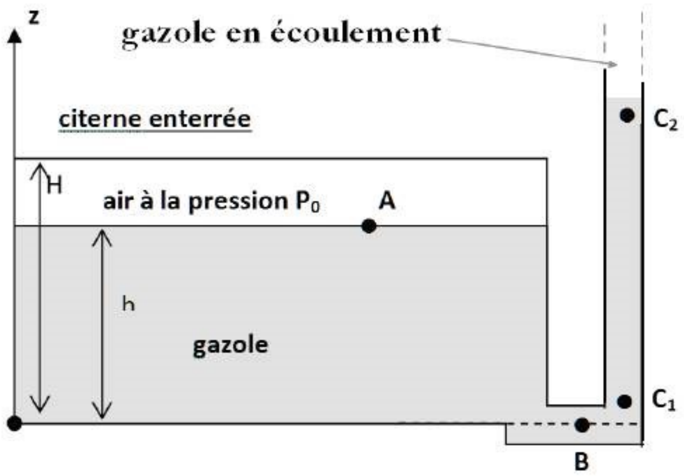
7.2 Ecoulement dans la conduite cylindrique

7.2.1.1 Ecoulement laminaire d'un fluide Newtonien

On accroche au niveau de B une conduite cylindrique verticale de grande longueur et de diamètre $d = 2a$. Le document 3 ne représente qu'une portion $l = C_1C_2$ de cette conduite.

L'étude de l'écoulement entre C_1 et C_2 nécessite alors la prise en compte de la dissipation d'énergie par frottement dû à la viscosité du gazole.

Dans la suite, on considère que le gazole est un fluide incompressible, de masse volumique constante ρ, de viscosité dynamique η, en écoulement laminaire stationnaire.



Document 3. Citerne avec conduite cylindrique

Le champ de vitesse est à symétrie cylindrique $\vec{v}(r) = v(r)\overrightarrow{u_z}$ avec $v(r) > 0$ (Document 4). La vitesse du fluide est nulle le long des parois et maximale sur l'axe de la conduite. Les pressions sont supposées constantes pour une altitude donnée : P_{C_1} est la pression en C_1 à l'altitude z_{C_1}, P_{C_2} est la pression en C_2 à l'altitude z_{C_2}.

On montre que $v(r)$ s'écrit : $v(r) = V_{max}\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$.

7) Déterminer l'expression du débit volumique Q_V à l'aide de a et V_{max}. On rappelle que lorsque la vitesse n'est pas uniforme sur une section, le débit volumique s'exprime : $Q_V = \iint_S \vec{V} \cdot \overrightarrow{dS}$

8) En déduire l'expression de la vitesse moyenne V_{moy} dans une section de la conduite, supposée alors uniforme sur la section, (encore appelée vitesse débitante) en fonction de V_{max}.

7.2.2 Prise en compte d'une perte de charge régulière

La « perte de charge régulière » (due à la dissipation d'énergie à cause des frottements visqueux) est définie par $\Delta P_{reg} = \lambda \frac{1}{2} \rho V_{moy}^2 \frac{L}{d}$ où λ est une constante sans dimension dépendant de la nature de l'écoulement et de la rugosité de la conduite, L la longueur de la conduite et d son diamètre.

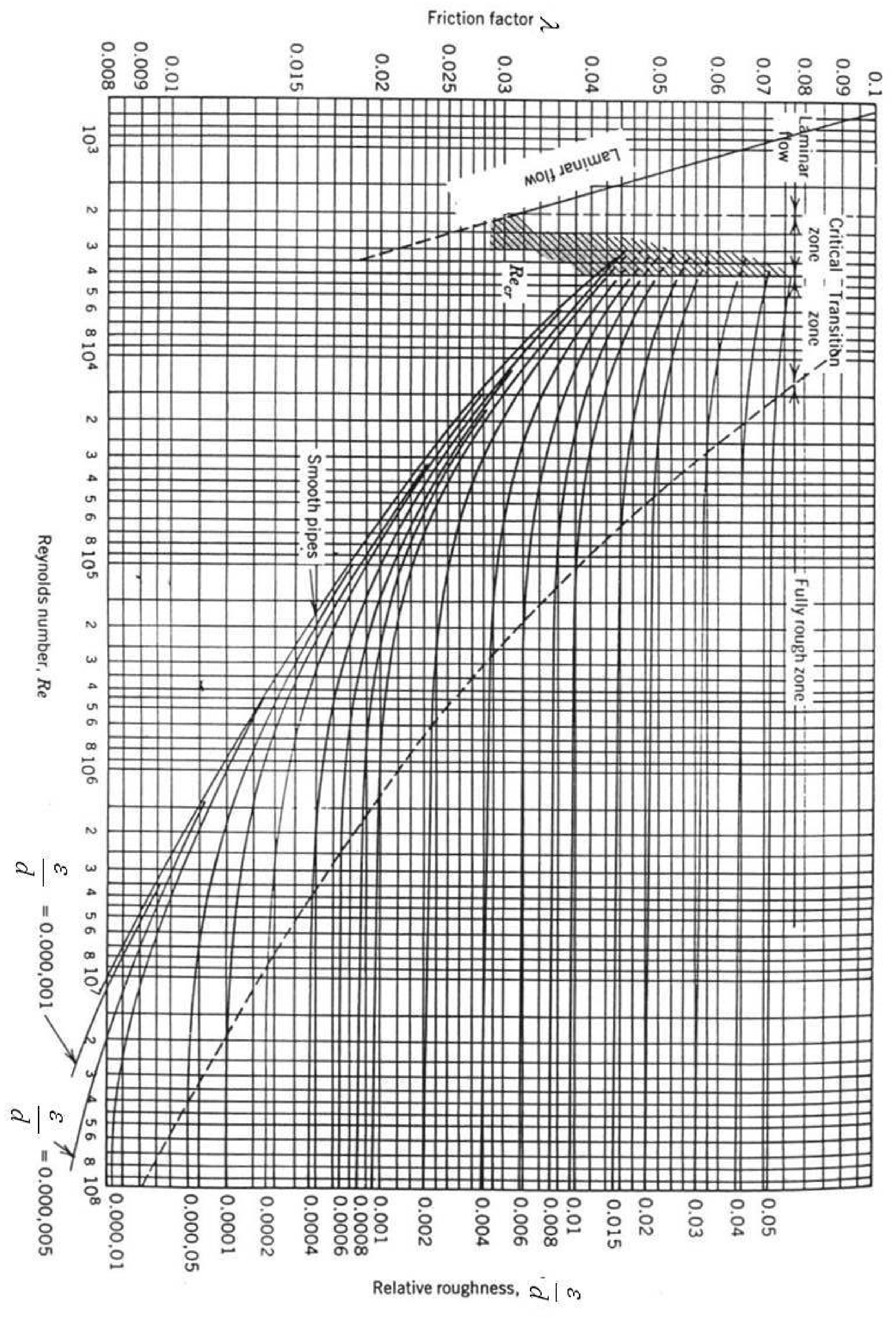
9) Le nombre de Reynolds Re pour une conduite cylindrique est donné par : $Re = \frac{\rho V_{moy} d}{\eta}$. La rugosité de la conduite est estimée à $\varepsilon = 72\mu m$. En utilisant l'abaque donnée en Document 5, déterminer la valeur de λ. L'hypothèse d'écoulement laminaire utilisée est-elle valide ?

10) La totalité des longueurs droites de la conduite vaut approximativement $L = 10m$.

Calculer la valeur des pertes de charge régulières ΔP_{reg}.

Annexe 1. Données
Section de la citerne au point A : $S_A = 1{,}00m^2$ Section de l'ouverture au point B : $S_B = 1{,}00.10^{-3}m^2$ Hauteur de la citerne : $H = 5m$ Rayon des sections des conduites et des coudes : $a = 1{,}80cm$ Intensité du champ de pesanteur : $g = 10m.s^{-2}$ Masse volumique du gazole : $\rho = 840kg.m^{-3}$ Viscosité dynamique du gazole : $\eta = 5.10^{-3}kg.m^{-1}.s^{-1}$ Vitesse moyenne dans les conduites : $V_{moy} = 4{,}50m.s^{-1}$

Annexe 2. Aide aux calculs	
$16 \times 60 = 960$	$\sqrt{1{,}55} = 1{,}24$
$\frac{8{,}4 \times 4{,}5 \times 1{,}8}{5} = 13{,}6$	$\frac{2{,}4 \times 8{,}4 \times 4{,}5^2}{2 \times 3{,}6} = 57$
$0{,}131 + 1{,}847\left(\frac{3{,}6}{10}\right)^{\frac{7}{2}} = 0{,}18$	$\frac{9{,}6 \times 8{,}4 \times 4{,}5^2}{2} = 8{,}2.10^2$
$\pi \times 1{,}8^2 \times 4{,}5 = 46$	$8{,}4 \times 5 = 42$
$8{,}4 \times 4{,}5^2 = 1{,}7.10^2$	$\frac{4{,}6}{0{,}8} = 5{,}8$
$1{,}9 \times 5{,}8 = 11$	$\frac{1}{59} = 1{,}7.10^{-2}$



Document 5. Diagramme de Moody